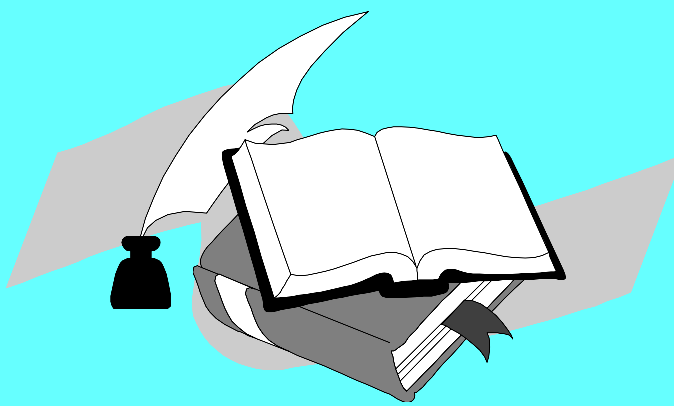
NGUYỄN QUỐC HOÀN

0913 661 886

BÀI TẬP GIẢI TÍCH 12

(Quyển 4)



Hà Nội, 6 – 2019

LỜI NÓI ĐẦU

Số phức là chủ đề xuất hiện rất nhiều trong các bài thi THPT QG, và có đủ các cấp độ từ nhận biết đến vận dụng cao. Do đó tôi đã cố gắng chắt lọc những bài toán hay vào cuốn sách này. Hi vọng đây là tài liệu tham khảo giúp các em học sinh học tốt hơn phần này và yêu thích môn toán hơn.

Quyển 4 Giải tích tập trung chủ yếu kiến thức chương 4 môn Toán Giải Tích lớp 12 và hoàn toàn phù hợp chương trình lớp 12 hiện hành. Tuy nhiên thiếu sót khó tránh khỏi, rất mong nhận được góp ý tích cực của mọi người để tài liệu được hoàn thiện hơn.

Trân trọng cảm ơn !

Hà Nội, 6 / 2019

Nguyễn Quốc Hoàn

MỤC LỤC

LÝ THUYẾT CHUNG

A. CÁC PHÉP TOÁN CƠ BẢN TRÊN TẬP SỐ PHỨC

1. ĐỊNH NGHĨA

+ Một số phức là một biểu thức dạng $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$,
i được gọi là đơn vị ảo, a được gọi là phần thực và b được gọi là phần ảo của số phức . $z = a + bi$ ..
+ Tập hợp các số phức được kí hiệu là $\mathbb{C}$: $\mathbb{C} = \left\{a + bi / a, b \in \mathbb{R}; i^2 = -1\right\}$.

+ ***Chú ý:*** - Khi phần ảo .. là số thực.
- Khi phần thực $a = 0 \Leftrightarrow z = bi \Leftrightarrow z$ là số thuần ảo. - Số $0 = 0 + 0i$ vừa là số thực, vừa là số ảo.

+ Hai số phức bằng nhau: $a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$ vôùi $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

+ Hai số phức $z_1 = a + bi$; $z_2 = -a - bi$ được gọi là hai số phức đối nhau.

2. SỐ PHỨC LIÊN HỢP

Số phức liên hợp của $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ là $a - bi$ và được kí hiệu bởi $\bar{z}$. Rõ ràng $\bar{\bar{z}} = z$

3. BIỂU DIỄN HÌNH HỌC

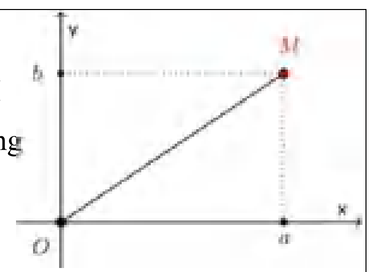
Trong mặt phẳng phức Oxy (Ox là trục thực, Oy là trục ảo), số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ được biểu diễn bằng điểm $M(a;b)$.

4. MÔĐUN CỦA SỐ PHỨC

Môđun của số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Như vậy, môđun của số phức z là $|z|$ chính là khoảng cách từ điểm M biểu diễn số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ đến gốc tọa độ O của mặt phẳng phức là:

$\left|\overline{OM}\right| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{z\bar{z}}$.



5. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP SỐ PHỨC

Cho hai số phức ; $z' = a' + b'i$ với $a, b, a', b' \in \mathbb{R}$ và số $k \in \mathbb{R}$.

+ Tổng hai số phức: $z + z' = a + a' + (b + b')i$ + Hiệu hai số phức: $z + z' = a - a' + (b - b')i$.

+ Số đối của số phức $z = a + bi$ là $-z = -a - bi$.

+ Nếu $\vec{u}, \vec{u'}$ theo thứ tự biểu diễn các số phức z, z' thì:

- ❖ $\vec{u} + \vec{u'}$ biểu diễn số phức $z + z'$. $\vec{u} - \vec{u'}$ biểu diễn số phức $z - z'$.

+ Nhân hai số phức: $z.z' = (a + bi)(a' + b'i) = (a.a' - b.b') + (a.b' + a'.b)i$.

+ Số phức nghịch đảo: $z^{-1} = \dfrac{1}{|z|^2}\bar{z}$

Nếu $z \neq 0$ thì $\dfrac{z'}{z} = \dfrac{z'.\bar{z}}{|z|^2}$, nghĩa là nếu muốn chia số phức z' cho số phức $z \neq 0$ thì ta nhân cả tử và mẫu của thương $\dfrac{z'}{z}$ cho $\bar{z}$.

+ ***Chú ý***: $i^{4k} = 1$; $i^{4k+1} = i$; $i^{4k+2} = -1$; $i^{4k+3} = -i$ $(k \in \mathbb{Z})$

B. CĂN BẬC HAI CỦA SỐ PHỨC VÀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

1. CĂN BẬC HAI CỦA SỐ PHỨC:

Cho số phức w. Mỗi số phức z thỏa mãn $z^2 = \mathrm{w}$ được gọi là một căn thức bậc 2 của w. Mỗi số phức $\mathrm{w} \neq 0$ có hai căn bậc hai là hai số phức đối nhau (z và –z).

* Trường hợp w là số thực ($\mathrm{w} = a \in \mathbb{R}$)

+ Khi a>0 thì w có hai căn bậc hai là $\sqrt{a}$ và $-\sqrt{a}$.

+ Khi a<0 nên $a = (-a)i^2$, do đó w có hai căn bậc hai là $\sqrt{-a}.i$ và $-\sqrt{-a}.i$.

Ví dụ: Hai căn bậc 2 của -1 là i và –i. Hai căn bậc 2 của $-a^2$ $(a \neq 0)$ là ai, $-ai$.

* Trường hợp $\mathrm{w} = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R}; b \neq 0)$

+ Cách 1:

Gọi $z = x + yi$ (x,y $\in \mathbb{R}$) là căn bậc 2 của w khi và chỉ khi $z^2 = \mathrm{w}$, tức là:

$$(x+yi)^2 = a + bi \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases} \rightarrow x = ...; y = ...$$

Mỗi cặp số thực (x;y) nghiệm đúng hệ phương trình đó cho ra một căn bậc hai $z = x + yi$ của số phức $\mathrm{w} = a + bi$.

+ Cách 2:

Có thể biến đổi w thành bình phương của một tổng, nghĩa là $\mathrm{w} = z^2$. Từ đó kết luận căn bậc hai của w là z và -z.

2. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI TRÊN TẬP SỐ PHỨC

Cho phương trình bậc 2: $Az^2 + Bz + C = 0$ (1) Trong đó A, B, C là những số phức A ≠ 0.

Xét biệt thức $\boxed{\Delta = B^2 - 4AC}$

+ Nếu $\Delta \neq 0$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt:

$$\boxed{z_1 = \frac{-B+\sigma}{2A}; \quad z_2 = \frac{-B-\sigma}{2A}}$$ Trong đó σ là một căn bậc 2 của Δ.

+ Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình (1) có nghiệm kép:

$$\boxed{z_1 = z_2 = \frac{-B}{2A}}$$

<u>CHÚ Ý:</u>

+ Mọi phương trình bậc n: $A_0 z^n + A_1 z^{n-1} + ... + A_{n-1} z + A_n = 0$ luôn có n nghiệm phức (không nhất thiết phân biệt).

+ Hệ thức Vi-ét đối với phương trình bậc 2 số phức hệ số thực:

Cho phương trình bậc 2: $Az^2 + Bz + C = 0$ $(A, B, C \in \mathbb{R}; A \neq 0)$ có 2 nghiệm phân biệt (thực hoặc phức). Ta có:

$$\begin{cases} S = z_1 + z_2 = \dfrac{-B}{A} \\ P = z_1 z_2 = \dfrac{C}{A} \end{cases}.$$

CHUYÊN ĐỀ 1. THỰC HIỆN CÁC PHÉP TOÁN

Câu 1: Số phức z thỏa mãn $|z|+z=0$. Khi đó:

A. z là số thuần ảo. **B.** $|z|=1$.

C. Phần thực của z là số âm. **D.** z là số thực nhỏ hơn hoặc bằng 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Đặt $z=x+yi,\ (x,y\in\mathbb{R})$

Theo đề $|z|+z=0\Leftrightarrow\sqrt{x^2+y^2}+x+yi=0\Leftrightarrow\begin{cases}y=0\\ \sqrt{x^2}+x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=0\\ |x|=-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=0\\ x\le 0\end{cases}$

Vậy z là số thực nhỏ hơn hoặc bằng 0.

Câu 2: Cho hai số phức $z=(a-2b)-(a-b)i$ và $w=1-2i$. Biết $z=w.i$. Tính $S=a+b$.

A. $S=7$. **B.** $S=-7$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z=(a-2b)-(a-b)i=(1-2i).i=2+i\Rightarrow\begin{cases}a-2b=2\\ -a+b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-4\\ b=-3\end{cases}$.

Vậy $S=a+b=-7$.

Câu 3: Số phức nghịch đảo của số phức $z=1+3i$ là

A. $\frac{1}{10}(1-3i)$. **B.** $1-3i$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{10}}(1+3i)$. **D.** $\frac{1}{10}(1+3i)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z=1+3i\Rightarrow\frac{1}{z}=\frac{1}{1+3i}=\frac{1-3i}{1^2-(3i)^2}=\frac{1}{10}(1-3i)$.

Câu 4: Tìm số phức z thỏa mãn $(2-i)(1+i)+\overline{z}=4-2i$.

A. $z=-1+3i$. **B.** $z=1-3i$. **C.** $z=1+3i.$ **D.** $z=-1-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $(2-i)(1+i)+\overline{z}=4-2i\Leftrightarrow 3+i+\overline{z}=4-2i\Leftrightarrow\overline{z}=1-3i\Rightarrow z=1+3i$.

Câu 5: Rút gọn biểu thức $A=1+(1+i)^2+(1+i)^4+...+(1+i)^{10}$.

A. $-205+410i$. **B.** $205-410i$. **C.** $-205-410i$. **D.** $205+410i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Nhập biểu thức vào Casio ta tính được kết quả **D.**

Câu 6: Gọi a,b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z=\left|1-\sqrt{3}i\right|(1+2i)+|3-4i|(2+3i)$. Giá trị của $a-b$ là

A. 7. **B.** -7. **C.** 31. **D.** -31.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z=\left|1-\sqrt{3}i\right|(1+2i)+|3-4i|(2+3i)=2(1+2i)+5(2+3i)=12+19i$

Vậy $a-b=12-19=-7.$

Câu 7: Cho số phức z thỏa mãn: $(1+2z)(3+4i)+5+6i=0$. Tìm số phức $w=1+z$.

A. $w=-\frac{7}{25}+\frac{1}{25}i$. **B.** $w=-\frac{7}{25}+\frac{1}{5}i$. **C.** $w=\frac{7}{25}+\frac{1}{25}i$. **D.** $w=-\frac{7}{25}-\frac{1}{25}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z=a+bi$, với $a,b\in\mathbb{R}$.

Ta có: $(1+2z)(3+4i)+5+6i=0$.

$\Leftrightarrow(2a+1+2bi)(3+4i)+5+6i=0\Leftrightarrow(6a-8b+8)+(8a+6b+10)i=0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6a-8b+8=0 \\ 8a+6b+10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{32}{25} \\ b=\dfrac{1}{25} \end{cases} \Rightarrow z=-\frac{32}{25}+\frac{1}{25}i \Rightarrow w=1+z=-\frac{7}{25}+\frac{1}{25}i.$$

Câu 8: Cho số phức $z=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$. Số phức $1+z+z^2$ bằng.

A. $2-\sqrt{3}i$. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow 1+z+z^2=1+\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)+\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2$.

$$=1-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i+\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}i-\frac{3}{4}=0.$$

Câu 9: Với hai số phức bất kỳ z_1, z_2. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|+|z_1-z_2|$. **B.** $|z_1+z_2|\ge|z_1|+|z_2|$.

C. $|z_1+z_2|\le|z_1|+|z_2|$. **D.** $|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$.

Hướng dẫn giải

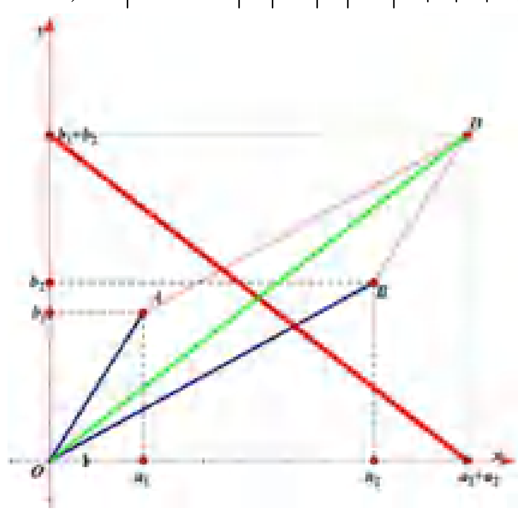
Chọn C. Đặt $z_1=a_1+b_1i,\ (a_1,b_1\in\mathbb{R}),\ z_2=a_2+b_2i,\ (a_2,b_2\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z_1|=\sqrt{a_1^2+b_1^2}$, $|z_2|=\sqrt{a_2^2+b_2^2}$.

$z_1+z_2=(a_1+a_2)+(b_1+b_2)i$ $\qquad |z_1+z_2|=\sqrt{(a_1+a_2)^2+(b_1+b_2)^2}$

Gọi $A(a_1;b_1)$ là điểm biểu diễn của z_1, $B(a_2;b_2)$ là điểm biểu diễn của z_2.

$|z_1+z_2|=\sqrt{(a_1+a_2)^2+(b_1+b_2)^2}=\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|\le\left|\overrightarrow{OA}\right|+\left|\overrightarrow{OB}\right|=|z_1|+|z_2|$



Câu 10: Cho a, b, c là các số thực và $z=-\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Giá trị của $(a+bz+cz^2)(a+bz^2+cz)$ bằng

A. 0. **B.** $a+b+c$.

C. $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$. **D.** $a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z=-\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow z^2=-\dfrac{1}{2}-i\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\overline{z}$ và $\overline{z}^2=z$, $z+\overline{z}=-1$, $z\overline{z}=|z|^2=1$.

Khi đó

$\left(a+bz+cz^2\right)\left(a+bz^2+cz\right)=\left(a+bz+c\overline{z}\right)\left(a+b\overline{z}+cz\right)$

$=a^2+ab\overline{z}+acz+abz+b^2z\overline{z}+bcz^2+ac\overline{z}+bc\overline{z}^2+c^2z\overline{z}$

$=a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc.$

Câu 11: Cho số phức $z=1-3i$. Tìm số phức $w=iz+\overline{z}$.

A. $w=-4+4i$. **B.** $w=4+4i$. **C.** $w=4-4i$. **D.** $w=-4-4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $w=iz+\overline{z}=i\left(1-3i\right)+1+3i=4+4i$.

Câu 12: Biểu diễn về dạng $z=a+bi$ của số phức $z=\dfrac{i^{2016}}{\left(1+2i\right)^2}$ là số phức nào?

A. $\dfrac{3}{25}+\dfrac{4}{25}i$. **B.** $\dfrac{3}{25}-\dfrac{4}{25}i$. **C.** $\dfrac{-3}{25}-\dfrac{4}{25}i$. **D.** $\dfrac{-3}{25}+\dfrac{4}{25}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $z=\dfrac{i^{2016}}{\left(1+2i\right)^2}=\dfrac{1}{1+4i+4i^2}=\dfrac{1}{-3+4i}=\dfrac{-3-4i}{9+16}=\dfrac{-3}{25}-\dfrac{4i}{25}$.

Câu 13: Nếu $z=2i+3$ thì $\dfrac{z}{\overline{z}}$ bằng:

A. $\dfrac{5-12i}{13}$. **B.** $\dfrac{5+12i}{13}$. **C.** $\dfrac{3-4i}{7}$. **D.** $\dfrac{5+6i}{11}-2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Vì $z=2i+3=3+2i$ nên $\overline{z}=3-2i$, suy ra $\dfrac{z}{\overline{z}}=\dfrac{3+2i}{3-2i}=\dfrac{\left(3+2i\right)\left(3+2i\right)}{9+4}=\dfrac{5+12i}{13}$.

Câu 14: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2-6z+13=0$. Tìm số phức $\mathrm{w}=z_0+\dfrac{6}{z_0+i}$.

A. $\mathrm{w}=\dfrac{24}{5}+\dfrac{7}{5}i$. **B.** $\mathrm{w}=-\dfrac{24}{5}+\dfrac{7}{5}i$. **C.** $\mathrm{w}=-\dfrac{24}{5}-\dfrac{7}{5}i$. **D.** $\mathrm{w}=\dfrac{24}{5}-\dfrac{7}{5}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z^2-6z+13=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=3+2i\\z=3-2i\end{array}\right.\Rightarrow z_0=3-2i$. Vậy, $\mathrm{w}=z_0+\dfrac{6}{z_0+i}=\dfrac{24}{5}-\dfrac{7}{5}i$.

Câu 15: Cho hai số phức $z_1=2-2i$, $z_2=-3+3i$. Khi đó số phức z_1-z_2 là

A. $-5i$. **B.** $5-5i$. **C.** $-1+i$. **D.** $-5+5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z_1-z_2=\left(2-2i\right)-\left(-3+3i\right)=5-5i$.

Câu 16: Có bao nhiêu số phức z thỏa $\left|\dfrac{z+1}{i-z}\right|=1$ và $\left|\dfrac{z-i}{2+z}\right|=1$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $\begin{cases}\left|\dfrac{z+1}{i-z}\right|=1\\\left|\dfrac{z-i}{2+z}\right|=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|z+1|=|i-z|\\|z-i|=|2+z|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-y\\4x+2y=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{3}{2}\\y=\dfrac{3}{2}\end{cases}\Rightarrow z=-\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2}i.$

Câu 17: Cho số phức $z=1+i$. Khi đó $\left|z^3\right|$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** 1. **D.** $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z^3 = -2+2i \Rightarrow \left|z^3\right| = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$.

Câu 18: Cho số phức $z = 2+4i$. Tìm số phức $w = iz + \overline{z}$.

A. $w = 2+2i$. **B.** $w = -2-2i$. **C.** $w = 2-2i$. **D.** $w = -2+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $w = iz + \overline{z} = i(2+4i) + 2 - 4i = -2-2i$.

Câu 19: Cho hai số phức $z_1 = 1+2i$, $z_2 = 3-i$. Tìm số phức $z = \dfrac{z_2}{z_1}$.

A. $z = \dfrac{1}{5} - \dfrac{7}{5}i$. **B.** $z = -\dfrac{1}{10} + \dfrac{7}{10}i$. **C.** $z = \dfrac{1}{5} + \dfrac{7}{5}i$. **D.** $z = \dfrac{1}{10} + \dfrac{7}{10}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z = \dfrac{z_2}{z_1} = \dfrac{3-i}{1+2i} = \dfrac{1}{5} - \dfrac{7}{5}i$.

Câu 20: Tính $z = \dfrac{3+2i}{1-i} + \dfrac{1-i}{3+2i}$?

A. $z = \dfrac{23}{26} + \dfrac{61}{26}i$. **B.** $z = \dfrac{23}{26} + \dfrac{63}{26}i$. **C.** $z = \dfrac{15}{26} + \dfrac{55}{26}i$. **D.** $z = \dfrac{2}{13} + \dfrac{6}{13}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $z = \dfrac{3+2i}{1-i} + \dfrac{1-i}{3+2i} = \dfrac{15}{26} + \dfrac{55}{26}i$.

Câu 21: Số phức $z = (1+2i)(2-3i)$ bằng

A. $8+i$. **B.** $-4+i$. **C.** $8-i$. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z = (1+2i)(2-3i) = 2+4i-3i+6 = 8+i$

Câu 22: Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn 2 điều kiện $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 2017$ và $z_1 + z_2 + z_3 \neq 0$. Tính $P = \left|\dfrac{z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1}{z_1 + z_2 + z_3}\right|$.

A. $P = 6051$. **B.** $P = 2017$. **C.** $P = 1008,5$. **D.** $P = 2017^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 2017 \Rightarrow \begin{cases} z_1\overline{z_1} = 2017^2 \\ z_2\overline{z_2} = 2017^2 \\ z_3\overline{z_3} = 2017^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{z_1} = \dfrac{2017^2}{z_1} \\ \overline{z_2} = \dfrac{2017^2}{z_2} \\ \overline{z_3} = \dfrac{2017^2}{z_3} \end{cases}$.

Ta có $P^2 = \left|\dfrac{z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1}{z_1 + z_2 + z_3}\right|^2 = \left(\dfrac{z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1}{z_1 + z_2 + z_3}\right)\left(\dfrac{\overline{z_1}\,\overline{z_2} + \overline{z_2}\,\overline{z_3} + \overline{z_3}\,\overline{z_1}}{\overline{z_1} + \overline{z_2} + \overline{z_3}}\right)$

$$= \left(\frac{z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1}{z_1 + z_2 + z_3}\right)\left(\frac{\frac{2017^2}{z_1}.\frac{2017^2}{z_2} + \frac{2017^2}{z_2}.\frac{2017^2}{z_3} + \frac{2017^2}{z_3}.\frac{2017^2}{z_1}}{\frac{2017^2}{z_1} + \frac{2017^2}{z_2} + \frac{2017^2}{z_3}}\right) = 2017^2 \Rightarrow P = 2017.$$

Câu 23: Cho số phức $z = a + bi$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) thỏa $|z|(2+i) = z - 1 + i(2z+3)$. Tính $S = a + b$.

A. $S = 7$. **B.** $S = -5$. **C.** $S = -1$. **D.** $S = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$|z|(2+i)=z-1+i(2z+3)\Leftrightarrow |z|(2+i)+1-3i=z(1+2i)\Leftrightarrow (1+2|z|)+(|z|-3)i=z(1+2i)$

Suy ra: $(1+2|z|)^2+(|z|-3)^2=5|z|^2\Leftrightarrow |z|=5$

Khi đó, ta có: $5(2+i)=z-1+i(2z+3)\Leftrightarrow z(1+2i)=11+2i\Leftrightarrow z=\dfrac{11+2i}{1+2i}=3-4i$

Vậy $S=a+b=3-4=-1$.

Câu 24: Cho số phức $z=5+2i$. Tìm số phức $w=i\overline{z}-z$.

A. $w=3+3i$. **B.** $w=-3+3i$. **C.** $w=3-3i$. **D.** $w=-3-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $\overline{z}=5-2i\Rightarrow w=i\overline{z}-z=i(5-2i)-(5+2i)=-3+3i$.

Câu 25: Thu gọn số phức $z=\dfrac{3+2i}{1-i}+\dfrac{1-i}{3+2i}$ ta được.

A. $z=\dfrac{21}{26}+\dfrac{61}{26}i$. **B.** $z=\dfrac{23}{26}+\dfrac{63}{26}i$. **C.** z= $z=\dfrac{2}{13}+\dfrac{6}{13}i$. **D.** $z=\dfrac{15}{26}+\dfrac{55}{26}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z=\dfrac{3+2i}{1-i}-\dfrac{1-i}{3+2i}=\dfrac{(3+2i)^2+(1-i)^2}{(1-i)(3+2i)}=\dfrac{9+12i+4i^2+1-2i+i^2}{3-i-2i^2}=\dfrac{5+10i}{5-i}$

$=\dfrac{(5+10i)(5+i)}{26}=\dfrac{25+50i+5i+10i^2}{26}=\dfrac{15}{26}+\dfrac{55}{26}i$.

Câu 26: Cho số phức $z=3+2i$. Tìm số phức $w=z(1+i)^2-\overline{z}$.

A. $w=7-8i$. **B.** $w=-7+8i$. **C.** $w=-3+5i$. **D.** $w=3+5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $z=3+2i\Rightarrow \overline{z}=3-2i$. Khi đó $w=z(1+i)^2-\overline{z}=(3+2i)(1+i)^2-(3-2i)=-7+8i$.

Câu 27: Cho số phức $z=3+2i$. Tìm số phức $w=z(1+i)^2-\overline{z}$

A. $w=7-8i$. **B.** $w=-3+5i$. **C.** $w=-7+8i$. **D.** $w=3+5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $w=(3+2i)(1+i)^2-(3-2i)=-7+8i$

Câu 28: Cho $u=(1+5i), v=(3+4i)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\dfrac{u}{v}=\dfrac{23}{5}-\dfrac{11}{5}i$. **B.** $\dfrac{u}{v}=\dfrac{1}{3}+\dfrac{5}{4}i$. **C.** $\dfrac{u}{v}=\dfrac{23}{25}-\dfrac{11}{25}i$. **D.** $\dfrac{u}{v}=\dfrac{23}{25}+\dfrac{11}{25}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\dfrac{u}{v}=\dfrac{1+5i}{3+4i}=\dfrac{(1+5i)(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)}=\dfrac{1.3+5.4}{3^2+4^2}-\dfrac{1.4-3.5}{3^2+4^2}i=\dfrac{23}{25}+\dfrac{11}{25}i$. Vậy $\dfrac{u}{v}=\dfrac{23}{25}+\dfrac{11}{25}i$.

Câu 29: Cho hai số phức $z_1=2+3i$, $z_2=3-2i$. Tích $z_1.z_2$ bằng:

A. $5i$ **B.** $12+5i$ **C.** $-5i$ **D.** $6-6i$

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z_1.z_2=(2+3i).(3-2i)=12+5i$.

Câu 30: Cho hai số phức $z_1=5-7i$, $z_2=2-i$. Tính môđun của hiệu hai số phức đã cho

A. $|z_1-z_2|=\sqrt{74}-\sqrt{5}$. **B.** $|z_1-z_2|=45$. **C.** $|z_1-z_2|=\sqrt{113}$. **D.** $|z_1-z_2|=3\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z_1-z_2=3-6i\Rightarrow |z_1-z_2|=\sqrt{9+36}=3\sqrt{5}$.

Câu 31: Cho số phức $z=1-\dfrac{1}{3}i$. Tính số phức $w=i\overline{z}+3z$.

A. $w=\dfrac{8}{3}$. **B.** $w=\dfrac{8}{3}+i$. **C.** $w=\dfrac{10}{3}+i$. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $w=i\left(1+\dfrac{1}{3}i\right)+3\left(1-\dfrac{1}{3}i\right)=i-\dfrac{1}{3}+3-i=\dfrac{8}{3}$.

Câu 32: Cho số phức $z=1+\sqrt{3}i$. Khi đó.

A. $\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{4}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}i$. **B.** $\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{4}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}i$. **C.** $\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$. **D.** $\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z=1+\sqrt{3}i\Rightarrow\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{1+\sqrt{3}i}=\dfrac{1-\sqrt{3}i}{4}=\dfrac{1}{4}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}i..$

Câu 33: Số $\dfrac{1}{1+i}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}(1-i)$ **B.** i **C.** $1-i$ **D.** $1+i$

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $\dfrac{1}{1+i}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$.

Câu 34: Cho i là đơn vị ảo. Giá trị của biểu thức $z=\left(i^5+i^4+i^3+i^2+i+1\right)^{20}$ là

A. -1024. **B.** 1024. **C.** $1024i$. **D.** $-1024i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z=\left(i^5+i^4+i^3+i^2+i+1\right)^{20}=\left(1+i\right)^{20}=\left(2i\right)^{10}=-1024$.

Câu 35: Phần thực của số phức $z=(3-i)(1-4i)$ là:

A. -13. **B.** 13. **C.** 1. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z=(3-i)(1-4i)=-1-13i$.

Câu 36: Cho hai số phức $z_1=2+3i$, $z_2=-4-5i$. Số phức $z=z_1+z_2$ là

A. $z=-2-2i$. **B.** $z=2-2i$. **C.** $z=-2+2i$. **D.** $z=2+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z=z_1+z_2=2+3i-4-5i=-2-2i$.

Câu 37: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. $\dfrac{1}{2i}\left(i^7-\dfrac{1}{i^7}\right)=-1$. **B.** $(1-3i)+\left(2-\sqrt{3}i\right)(1+2i)-(1-i)^3=\left(5+2\sqrt{3}\right)+\left(3+\sqrt{3}\right)i$.

C. $(2+i)^3-(3-i)^3=-16+37i$. **D.** $(1-i)^{10}+(3-2i)(3+2i)+(1+i)^6=13-40i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta thấy: $\dfrac{1}{2i}\left(i^7-\dfrac{1}{i^7}\right)=\dfrac{-i}{2}\left(-i+\dfrac{1}{i}\right)=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}=-1$: đúng.

$(1-i)^{10}+(3-2i)(3+2i)+(1+i)^6=(-2i)^5+13+(2i)^3=-32i+13-8i=13-40i$: đúng.

$(2+i)^3-(3-i)^3=2+11i-(18-26i)=-16+37i$: đúng.

$(1-3i)+\left(2-\sqrt{3}i\right)(1+2i)-(1-i)^3=\left(5+2\sqrt{3}\right)+\left(3+\sqrt{3}\right)i$: sai. Vì.

$$(1-3i)+\left(2-\sqrt{3}i\right)(1+2i)-(1-i)^3=(1-3i)+\left(2+2\sqrt{3}\right)+\left(4-\sqrt{3}\right)i-(-2-2i)$$
$$=\left(5+2\sqrt{3}\right)+\left(3-\sqrt{3}\right)i.$$

Câu 38: Tính $z=(1+2i)^3+(3-i)^2$ ta được:

A. $z=3-8i$. **B.** $z=-3+8i$. **C.** $z=3+8i$. **D.** $z=-3-8i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$z=(1+2i)^3+(3-i)^2=1+6i+3.4i^2+8i^3+9-6i+i^2 \;=1+6i-12-8i+9-6i-1=-3-8i$.

Câu 39: Số phức $z=\dfrac{1}{3-4i}$ là số phức nào dưới đây?

A. $\dfrac{3}{25}-\dfrac{4}{25}i$. **B.** $-\dfrac{3}{25}+\dfrac{4}{25}i$. **C.** $\dfrac{3}{25}+\dfrac{4}{25}i$. **D.** $-\dfrac{3}{25}-\dfrac{4}{25}i$.

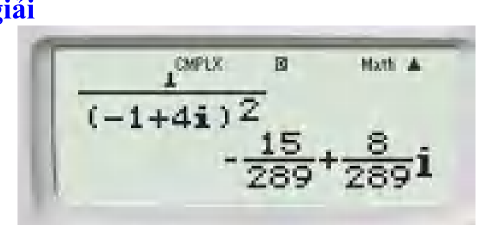
Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $z=\dfrac{1}{3-4i}=\dfrac{3+4i}{3^2-(4i)^2}=\dfrac{3}{25}+\dfrac{4}{25}i$.

Câu 40: Tìm nghịch đảo $\dfrac{1}{z}$ của số phức $z=(-1+4i)^2$.

A. $\dfrac{1}{z}=\dfrac{-15}{289}-\dfrac{8i}{289}$. **B.** $\dfrac{1}{z}=\dfrac{-15}{289}+\dfrac{8i}{289}$. **C.** $\dfrac{1}{z}=\dfrac{15}{289}+\dfrac{8i}{289}$. **D.** $\dfrac{1}{z}=\dfrac{15}{289}-\dfrac{8i}{289}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Chuyển máy tính về chế độ số phức bấm : 

.

Câu 41: Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm của phương trình $\left(\dfrac{z-1}{2z-i}\right)^4=1$. Tính giá trị biểu thức $P=\left(z_1^2+1\right)\left(z_2^2+1\right)\left(z_3^2+1\right)\left(z_4^2+1\right)$.

A. $P=\dfrac{17}{9}$. **B.** $P=\dfrac{16}{9}$. **C.** $P=\dfrac{15}{9}$. **D.** $P=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có phương trình $\Leftrightarrow f(z)=(2z-i)^4-(z-1)^4=0$

Suy ra: $f(z)=15(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)(z-z_4)$.

Vì $z_1^2+1=(z_1-i)(z_1+i)\Rightarrow P=\dfrac{f(i).f(-i)}{225}$ (1).

Mà $f(i)=i^4-(i-1)^4=5;\ f(-i)=(-3i)^4-(i+1)^4=85$. Vậy từ $(1)\Rightarrow P=\dfrac{17}{9}$.

Câu 42: Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)^2.\bar{z}+4-5i=-1+6i$. Tính $S=a+b$.

A. $S=3$. **B.** $S=8$. **C.** $S=6$. **D.** $S=-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có:

$(1+i)^2.\bar{z}+4-5i=-1+6i \Leftrightarrow 2i.\bar{z}=-5+11i \Leftrightarrow \bar{z}=\dfrac{-5+11i}{2i}=\dfrac{(-5+11i).(-2i)}{4}=\dfrac{11}{2}+\dfrac{5}{2}i$.

Khi đó, $a=\frac{11}{2}$, $b=-\frac{5}{2}\Rightarrow S=a+b=3$.

Câu 43: Cho hai số phức $z_1=1+2i$, $z_2=2-3i$. Xác định phần thực, phần ảo của số phức $z=z_1+z_2$.

A. Phần thực bằng 5; phần ảo bằng 5. **B.** Phần thực bằng 3; phần ảo bằng 1.
C. Phần thực bằng 3; phần ảo bằng -1. **D.** Phần thực bằng 3; phần ảo bằng -5.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $z=z_1+z_2=1+2i+2-3i=3-i$.

Vậy số phức z có phần thực bằng 3, phần ảo bằng -1.

Câu 44: Nếu $|z|=a;\ (a>0)$ thì $\frac{\overline{z}^2-a}{\overline{z}}$

A. lấy mọi giá trị phức. **B.** là số thuần ảo. **C.** bằng 0. **D.** lấy mọi giá trị thực.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $\frac{\overline{z}^2-a^2}{\overline{z}}=\overline{z}-\frac{a}{\overline{z}}=\overline{z}-\frac{a^2z}{\overline{z}.z}=\overline{z}-\frac{a^2z}{|\overline{z}|^2}=\overline{z}-z$ là số thuần ảo.

Câu 45: Cho số phức $z=\left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^m$, m nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị $m\in[1;50]$ để z là số thuần ảo?

A. 24. **B.** 26. **C.** 25. **D.** 50.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $z=\left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^m=(2i)^m=2^m.i^m$

z là số thuần ảo khi và chỉ khi $m=2k+1,\ k\in\mathbb{N}$ (do $z\neq 0;\ \forall m\in\mathbb{N}^*$).

Vậy có 25 giá trị m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 46: Cho số phức $z=1+i+i^2+i^3+...+i^9$. Khi đó

A. $z=1$. **B.** $z=i$. **C.** $z=1-i$. **D.** $z=1+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $1+i+i^2+i^3+...+i^9=1.\frac{1-i^{10}}{1-i}=\frac{1-(i^2)^5}{1-i}=\frac{2}{1-i}=1+i$. Vậy $z=1+i$.

Câu 47: Cho số phức $w=3-5i$. Tìm số phức z biết $\overline{w}=(3-4i)\overline{z}$.

A. $z=-\frac{11}{25}-\frac{27}{25}i$. **B.** $z=-\frac{11}{25}+\frac{27}{25}i$. **C.** $z=\frac{11}{25}+\frac{27}{25}i$. **D.** $z=\frac{11}{25}-\frac{27}{25}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $\overline{w}=(3-4i)\overline{z}\Leftrightarrow\overline{z}=\frac{3+5i}{3-4i}=-\frac{11}{25}+\frac{27}{25}i\Rightarrow z=-\frac{11}{25}-\frac{27}{25}i$.

Câu 48: Cho số phức z thỏa mãn $\left(1+i\sqrt{3}\right).z=4i$. Tính z^{2017}.

A. $-8^{672}\left(\sqrt{3}+i\right)$. **B.** $8^{672}\left(1-\sqrt{3}.i\right)$. **C.** $8^{672}\left(\sqrt{3}+i\right)$. **D.** $8^{672}\left(\sqrt{3}.i-1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $\left(1+i\sqrt{3}\right).z=4i\ \Leftrightarrow\ z=\sqrt{3}+i\ \Rightarrow\ |z|=2$.

Khi đó $\tan\varphi=\frac{\operatorname{Im}z}{\operatorname{Re}z}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\varphi=\frac{\pi}{6}$.

$\Rightarrow$ Dạng lượng giác của số phức $z=\sqrt{3}+i$ là $z=2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$.

Áp dụng công thức Moa-vơ-rơ, ta có:

$$z^{2017}=2^{2017}\left(\cos\frac{2017\pi}{6}+i\sin\frac{2017\pi}{6}\right)=2^{2017}\left[\cos\left(\frac{\pi}{6}+336\pi\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}+336\pi\right)\right]$$

$$=2^{2017}\left[\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right]=2^{2017}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right)=2^{2016}\left(\sqrt{3}+i\right)=8^{672}\left(\sqrt{3}+i\right).$$

Câu 49: Cho i là đơn vị ảo. Với $a,b\in\mathbb{R},a^2+b^2>0$ thì số phức $a+bi$ có nghịch đảo là

A. $\frac{a+bi}{a^2+b^2}$. **B.** $\frac{1}{a+b}i$. **C.** $\frac{a-bi}{a+b}$. **D.** $\frac{a-bi}{a^2+b^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Số phức $z=a+bi$ có nghịch đảo là $z^{-1}=\frac{1}{a+bi}=\frac{a-bi}{a^2+b^2}$.

Câu 50: Cho số phức $\overline{z}=3+2i$. Tìm số phức $w=2i.\overline{z}+z$.

A. $w=-1+4i$. **B.** $w=9-2i$. **C.** $w=4+7i$. **D.** $w=4-7i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $\overline{z}=3+2i\Rightarrow z=3-2i\Rightarrow w=2i\,\overline{z}+z=(3+2i)2i+3-2i=-1+4i$.

Câu 51: Số phức nghịch đảo z^{-1} của số phức $z=2-2i$ là

A. $-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$ **B.** $\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$ **C.** $-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ **D.** $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z^{-1}=\frac{1}{2-2i}=\frac{2+2i}{8}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$.

Câu 52: Tính $z=\frac{2-i}{1-i^{2017}}$.

A. $z=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$. **B.** $z=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$. **C.** $z=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$. **D.** $z=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $i^{2017}=\left(i^2\right)^{1008}i=(-1)^{1008}i=i$. Do đó: $z=\frac{2-i}{1-i^{2017}}=\frac{2-i}{1-i}=\frac{(2-i)(1+i)}{2}=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i$

Câu 53: Gọi x, y là hai số thực thỏa mãn biểu thức $\frac{x+yi}{1-i}=3+2i$. Khi đó, tích số $x.y$ bằng:

A. $x.y=-1$. **B.** $x.y=-5$. **C.** $x.y=1$. **D.** $x.y=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có:

$$\frac{x+yi}{1-i}=3+2i\Leftrightarrow x+yi=(3+2i)(1-i)\Leftrightarrow x+yi=3-3i+2i-2i^2\Leftrightarrow\begin{cases}x=3+2\\y=-3+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\y=-1\end{cases}.$$

Câu 54: Cho hai số phức: $z_1=2+5i$, $z_2=3-4i$. Tìm số phức $z=z_1.z_2$.

A. $z=26+7i$. **B.** $z=6+20i$. **C.** $z=26-7i$. **D.** $z=6-20i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z=z_1.z_2=26+7i$.

Câu 55: Cho số phức $z=-2+3i$. Tìm số phức $w=2iz-\overline{z}$.

A. $w=8-i$. **B.** $w=-4-i$. **C.** $w=-4-7i$. **D.** $w=8-7i$.

Câu 56: Cho số phức $z=3-2i$. Tìm số phức $w=\frac{5z}{2-i}-2\overline{z}$?

A. $w=-2-5i$. **B.** $w=-2+5i$. **C.** $w=2-5i$. **D.** $w=2+5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $w=\dfrac{5z}{2-i}-2\overline{z}=\dfrac{5(3-2i)}{2-i}-2(3+2i)=\dfrac{5(3-2i)(2+i)}{5}-2(3+2i)=2-5i.$

Câu 57: Số phức $1+(1+i)+(1+i)^2+...+(1+i)^{20}$ có giá trị bằng.

A. $2^{10}+(2^{10}+1)i$. **B.** $-2^{10}+(2^{10}+1)i$. **C.** -2^{10}. **D.** $2^{10}+2^{10}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Số phức đó được xem là tổng của 21 số hạng đầu của một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1=1$ và công bội $q=1+i$ nên ta được số phức là.

$$1.\frac{(1+i)^{21}-1}{1+i-1}=\frac{(1+i)^{20}(1+i)-1}{i}=\frac{\left[(1+i)^4\right]^5(1+i)-1}{i}=\left(-2^{10}-1-2^{10}i\right)(-i)=-2^{10}+\left(2^{10}+1\right)i.$$

Cách khác: đặt $z=1+i$ thì $1-z^{21}=(1-z)\left(1+z+z^2+...+z^{20}\right)\Rightarrow 1+z+z^2+...+z^{20}=\dfrac{1-z^{21}}{1-z}$.

Câu 58: Cho số z thỏa mãn các điều kiện $|z+8-3i|=|z-i|$ và $|z+8-7i|=|z+4-i|$. Tìm số phức $w=z+7-3i$.

A. $w=4+3i$ **B.** $w=13-6i$ **C.** $w=1+i$ **D.** $w=3-i$

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $z=x+yi$, với $x,y\in\mathbb{R}$. Ta có

□ $|z+8-3i|=|z-i|\Leftrightarrow|(x+yi)+8-3i|=|(x+yi)-i|$

$\Leftrightarrow|(x+8)+(y-3)i|=|x+(y-1)i|\Leftrightarrow(x+8)^2+(y-3)^2=x^2+(y-1)^2\Leftrightarrow 4x-y+18=0$.

□ $|z+8-7i|=|z+4-i|\Leftrightarrow|(x+yi)+8-7i|=|(x+yi)+4-i|$

$\Leftrightarrow|(x+8)+(y-7)i|=|(x+4)+(y-1)i|\Leftrightarrow(x+8)^2+(y-7)^2=(x+4)^2+(y-1)^2$

$\Leftrightarrow 2x-3y+24=0$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}4x-y+18=0\\2x-3y+24=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3\\y=6\end{cases}$.

Như vậy $z=-3+6i\Rightarrow w=z+7-3i=(-3+6i)+7-3i=4+3i$.

Câu 59: Căn bậc hai của số phức $z=-5+12i$ là:

A. $2+3i$ **B.** $-2-3i$ **C.** $2-3i,-2+3i$ **D.** $2+3i,-2-3i$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $z=-5+12i=(2+3i)^2$. Vậy hai căn bậc hai của số phức $z=-5+12i$ là: $2+3i,-2-3i$.

Câu 60: Biết $\dfrac{1}{3+4i}=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$. Tính ab.

A. $\dfrac{12}{25}$. **B.** $\dfrac{12}{625}$. **C.** $-\dfrac{12}{625}$. **D.** $-\dfrac{12}{25}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $\dfrac{1}{3+4i}=\dfrac{3}{25}-\dfrac{4}{25}i$. Suy ra $\dfrac{3}{25}\cdot\left(-\dfrac{4}{25}\right)=-\dfrac{12}{625}$.

Câu 61: Cho số phức $z=4+6i$. Tìm số phức $w=i.\overline{z}+z$

A. $w=-10+10i$. **B.** $w=10+10i$. **C.** $w=-2+10i$. **D.** $w=10-10i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z=4+6i\Rightarrow\overline{z}=4-6i$. $w=i.\overline{z}+z=i(4-6i)+4+6i=10+10i$.

Câu 62: Cho số phức $z=3+2i$. Tìm số phức $w=z(1+i)^2-\overline{z}$.

A. $w=-7+8i$. **B.** $w=3+5i$. **C.** $w=-3+5i$. **D.** $w=7-8i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z=3+2i\Rightarrow\overline{z}=3-2i$.

Sử dụng MTCT ta có: $w=z(1+i)^2-\overline{z}=(3+2i)(1+i)^2-(3-2i)=-7+8i$.

Câu 63: Xác định số phức liên hợp $\overline{z}$ của số phức z biết $\dfrac{(i-1)z+2}{1-2i}=2+3i$.

A. $\overline{z}=\frac{7}{2}+\frac{5}{2}i$. **B.** $\overline{z}=-\frac{7}{2}-\frac{5}{2}i$. **C.** $\overline{z}=-\frac{7}{2}+\frac{5}{2}i$. **D.** $\overline{z}=\frac{7}{2}-\frac{5}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\dfrac{(i-1)z+2}{1-2i}=2+3i\Leftrightarrow(i-1)z+2=8-i\Leftrightarrow z=\dfrac{6-i}{i-1}=-\dfrac{7}{2}-\dfrac{5}{2}i$. Vậy $\overline{z}=-\dfrac{7}{2}+\dfrac{5}{2}i$.

Câu 64: Cho số phức z bất kỳ, xét các số phức $\alpha=z^2+(\overline{z})^2,\beta=z.\overline{z}+i(z-\overline{z})$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. α, β là các số thực. **B.** α là số thực, β là số ảo.

C. α là số ảo, β là số thực. **D.** α, β là các số ảo.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có: $\alpha=z^2+(\overline{z})^2=a^2-b^2+2abi+a^2-b^2-2abi=2(a^2-b^2)$.

$\beta=z.\overline{z}+i(z-\overline{z})=a^2+b^2+i.2bi=a^2+b^2-2b$. Vậy α, β là các số thực.

Câu 65: Rút gọn biểu thức $M=(1-i)^{2018}$ ta được

A. $M=-2^{1009}i$. **B.** $M=-2^{1009}$. **C.** $M=2^{1009}i$. **D.** $M=2^{1009}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $M=(1-i)^{2018}=\left[(1-i)^2\right]^{1009}=(-2i)^{1009}=(-2)^{1009}(i^{1008})i=-2^{1009}i$.

Câu 66: Cho số phức $z_1=3+2i$, $z_2=6+5i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=6z_1+5z_2$

A. $\overline{z}=51-40i$. **B.** $\overline{z}=48+37i$. **C.** $\overline{z}=48-37i$. **D.** $\overline{z}=51+40i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $z=6z_1+5z_2=6(3+2i)+5(6+5i)=48+37i$. Suy ra $\overline{z}=48-37i$.

Câu 67: Cho hai số phức $z_1=1-2i$, $z_2=x-4+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$. Tìm cặp $(x;y)$ để $z_2=2\overline{z_1}$.

A. $(x;y)=(4;6)$. **B.** $(x;y)=(5;-4)$. **C.** $(x;y)=(6;-4)$. **D.** $(x;y)=(6;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z_2=2\overline{z_1}\Leftrightarrow\begin{cases}x-4=2\\y=2.2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=6\\y=4\end{cases}$

Câu 68: Kết qủa của phép tính $\dfrac{(2-i)^2(2i)^4}{1-i}$ là:

A. $56+8i$ **B.** $7-i$ **C.** $56-8i$ **D.** $7+i$

Hướng dẫn giải

Chọn C. $\dfrac{(2-i)^2(2i)^4}{1-i}=56-8i$.

Câu 69: Tính $P=\left|1+\sqrt{3}i\right|^{2018}+\left|1-\sqrt{3}i\right|^{2018}$.

A. $P=2^{1010}$ **B.** $P=2^{2019}$ **C.** $P=4$ **D.** $P=2$

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có

$P=\left|1+\sqrt{3}i\right|^{2018}+\left|1-\sqrt{3}i\right|^{2018}=\left(\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}\right)^{2018}+\left(\sqrt{1^2+\left(-\sqrt{3}\right)^2}\right)^{2018}=2^{2018}+2^{2018}=2^{2019}$.

Câu 70: Biết $2^n\left(C_n^0+iC_n^1-C_n^2-iC_n^3+\cdots+i^kC_n^k+\cdots+i^nC_n^n\right)=32768i$, với C_n^k là các số tổ hợp chập k của n và $i^2=-1$. Đặt $T_{k+1}=i^kC_n^k$, giá trị của T_8 bằng

A. $-330i$. **B.** $-8i$. **C.** $-36i$. **D.** $-120i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $2^n\left(C_n^0+iC_n^1-C_n^2-iC_n^3+\cdots+i^kC_n^k+\cdots+i^nC_n^n\right)=32768i$

$\Leftrightarrow 2^n\left(C_n^0+iC_n^1+i^2C_n^2+i^3C_n^3+\cdots+i^kC_n^k+\cdots+i^nC_n^n\right)=32768i \Leftrightarrow 2^n\left(1+i\right)^n=2^{15}i \quad (*)$

Ta có $(1+i)^2=2i$ nên nếu $n=2k+1$, $k\in\mathbb{N}$, thì $(1+i)^n=(1+i)^{2k+1}=2^ki^k(1+i)$ nên không thỏa mãn $(*)$.

Xét $n=2k$, $k\in\mathbb{N}$, thì $(1+i)^n=(1+i)^{2k}=2^ki^k$, nên:

$(*)\Leftrightarrow 2^{2k}.2^k.i^k=2^{15}i \Leftrightarrow 2^{3k}i^k=2^{15}i \Rightarrow k=5 \Rightarrow n=10$. Từ đó ta có $T_8=i^7C_8^7=-8i$.

Câu 71: Người ta chứng minh được nếu $z=\cos\alpha+i\sin\alpha\left(\alpha\in\mathbb{R}\right) \Rightarrow z^n=\cos n\alpha+i\sin n\alpha$ với $n\in\mathbb{N}^*$. Cho $z=i^3\left(\sqrt{3}+i\right)^{18}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $z=i.2^{18}$. **B.** $z=i.2^9$. **C.** $z=-i.2^9$. **D.** $z=-i.2^{18}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Xét số phức $z=i^3\left(\sqrt{3}+i\right)^{18}$. Ta có: $i^3=i.\left(i^2\right)=i(-1)=-i$.

Đặt $x=\sqrt{3}+i$. Ta có $x=2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right)=2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$.

Áp dụng công thức đề bài ta có $x^{18}=2^{18}\left(\cos\frac{18\pi}{6}+i\sin\frac{18\pi}{6}\right)=2^{18}\left(\cos 3\pi+i\sin 3\pi\right)=-2^{18}$.

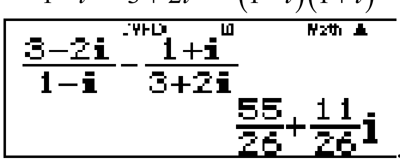
Cuối cùng $z=x^{18}.i^3=-2^{18}.(-i)=i.2^{18}$.

Câu 72: Rút gọn số phức $z=\frac{3-2i}{1-i}-\frac{1+i}{3+2i}$ ta được.

A. $z=\frac{55}{26}+\frac{15}{26}i$. **B.** $z=\frac{75}{26}+\frac{11}{26}i$. **C.** $z=\frac{75}{26}+\frac{15}{26}i$. **D.** $z=\frac{55}{26}+\frac{11}{26}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z=\frac{3-2i}{1-i}-\frac{1+i}{3+2i}=\frac{(3-2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}-\frac{(1+i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)}=\frac{55}{26}+\frac{11}{26}i$.

Bấm máy: 

Câu 73: Cho số phức $z=2+3i$. Tìm số phức $w=(3+2i)z+2\bar{z}$.

A. $w=7+4i$. **B.** $w=4+7i$. **C.** $w=7+5i$. **D.** $w=5+7i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $\bar{z}=2-3i \Rightarrow w=(3+2i)(2+3i)+2(2-3i)=4+7i$.

Câu 74: Cho số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$ và $z_1+z_2+z_3=0$. Tính $A=z_1^2+z_2^2+z_3^2$.

A. $A=0$. **B.** $A=1+i$. **C.** $A=-1$. **D.** $A=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. **Cách 1**: Chọn $z_1 = 1,\ z_2 = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i,\ z_3 = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i.$ Khi đó

$A = 1^2 + \left(\frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 + \left(\frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 = 0.$

(Lí giải cách chọn là vì $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ và $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ nên các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 là ba đỉnh của tam giác đều nội tiếp đường tròn đơn vị nhận gốc O làm trọng tâm, nên ta chỉ việc giải nghiệm của phương trình $z^3 = 1$ để chọn ra các nghiệm là z_1, z_2, z_3).

Cách 2: Nhận thấy $z.\overline{z} = |z|^2 = 1 \Rightarrow z = \frac{1}{\overline{z}}$. Do đó $z_1 = \frac{1}{\overline{z_1}}, z_2 = \frac{1}{\overline{z_2}}, z_3 = \frac{1}{\overline{z_3}}$. Khi đó

$$A = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = (z_1 + z_2 + z_3)^2 - 2(z_1z_2 + z_1z_3 + z_2z_3) = 0 - 2\left(\frac{1}{\overline{z_1}\,\overline{z_2}} + \frac{1}{\overline{z_1}\,\overline{z_3}} + \frac{1}{\overline{z_2}\,\overline{z_3}}\right)$$

$$= -2\left(\frac{\overline{z_1} + \overline{z_2} + \overline{z_3}}{\overline{z_1}\,\overline{z_2}\,\overline{z_3}}\right) = -2\left(\frac{\overline{z_1 + z_2 + z_3}}{\overline{z_1}\,\overline{z_2}\,\overline{z_3}}\right) = -2.0 = 0.$$

Cách 3: Vì $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ và $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ nên các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 là ba đỉnh của tam giác đều nội tiếp đường tròn đơn vị nhận gốc O làm trọng tâm.

Do đó ta có thể giả sử acgumen của z_1, z_2, z_3 lần lượt là $\phi_1, \phi_1 + \frac{2\pi}{3}, \phi_1 + \frac{4\pi}{3}$.

Nhận thấy acgumen của z_1^2, z_2^2, z_3^2 lần lượt là $2\phi_1, 2\phi_1 + \frac{4\pi}{3}, 2\phi_1 + \frac{8\pi}{3} = 2\phi_1 + \frac{2\pi}{3} + 2\pi$ (vẫn lệch đều pha $\frac{2\pi}{3}$) và $|z_1^2| = |z_2^2| = |z_3^2| = 1$ nên các điểm biểu diễn của z_1^2, z_2^2, z_3^2 cũng là ba đỉnh của tam giác đều nội tiếp đường tròn đơn vị nhận gốc O làm trọng tâm. Từ đó $A = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0$

Lưu ý: Nếu $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow G$ là trọng tâm ΔABC.

Câu 75: Cho các số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + 4i$. Tìm số phức liên hợp với số phức z_1z_2.

A. $-14 - 5i$. **B.** $-10 - 5i$. **C.** $-10 + 5i$. **D.** $14 - 5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z_1z_2 = (2 - 3i)(1 + 4i) = 14 + 5i \Rightarrow \overline{z_1z_2} = 14 - 5i.$

Câu 76: Cho số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Mô đun của z là một số thực dương.

B. $z^2 = |z|^2$.

C. Số phức liên hợp của z có mô đun bằng mô đun của iz.

D. Điểm $M(-a; b)$ là điểm biểu diễn của $\overline{z}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z = a + bi$ nên $\overline{z} = a - bi$, dẫn đến $|\overline{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$

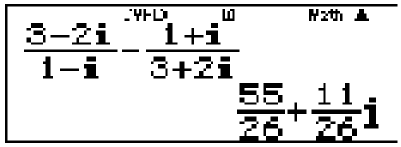
Đồng thời $iz = i(a + bi) = -b + ai$ nên $|iz| = \sqrt{a^2 + b^2}$. Từ đó ta có $|iz| = |\overline{z}|$.

Câu 77: Rút gọn số phức $z = \frac{3 - 2i}{1 - i} - \frac{1 + i}{3 + 2i}$ ta được

A. $z = \frac{55}{26} + \frac{15}{26}i$. **B.** $z = \frac{75}{26} + \frac{15}{26}i$. **C.** $z = \frac{75}{26} + \frac{11}{26}i$. **D.** $z = \frac{55}{26} + \frac{11}{26}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. *Cách 1:* $z=\dfrac{3-2i}{1-i}-\dfrac{1+i}{3+2i}=\dfrac{(3-2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}-\dfrac{(1+i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)}=\dfrac{55}{26}+\dfrac{11}{26}i$

Cách 2: Bấm máy: 

Câu 78: Cho số phức $z=2+3i$. Tìm số phức $w=iz-\overline{z}$.

A. $z=5+3i$. **B.** $z=-5+5i$. **C.** $w=-3+5i$. **D.** $z=5-5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Vì $z=2+3i$ nên $\overline{z}=2-3i$. Số phức $w=iz-\overline{z}=i(2+3i)-(2-3i)=-5+5i$.

Câu 79: Tính $S=1009+i+2i^2+3i^3+...+2017i^{2017}$.

A. $1009+2017i$. **B.** $2017+1009i$. **C.** $2017-1009i$. **D.** $1008+1009i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $S=1008+i+2i^2+3i^3+4i^4+...+2017i^{2017}$

$=1009+\left(4i^4+8i^8+...+2016i^{2016}\right)+\left(i+5i^5+9i^9+...+2017i^{2017}\right)+$

$+\left(2i^2+6i^6+10i^{10}+...2014i^{2014}\right)+\left(3i^3+7i^7+11i^{11}+...+2015i^{2015}\right)$

$=1009+\sum_{n=1}^{504}(4n)+i\sum_{n=1}^{505}(4n-3)-\sum_{n=1}^{504}(4n-2)-i\sum_{n=1}^{504}(4n-1)$

$=1009+509040+509545i-508032-508536i \quad =2017+1009i$.

Câu 80: Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $7a+4+2bi=-10+(6-5a)i$. Tính $P=(a+b)|z|$.

A. $P=\dfrac{-4\sqrt{29}}{7}$. **B.** $P=24\sqrt{17}$. **C.** $P=12\sqrt{17}$. **D.** $P=\dfrac{72\sqrt{2}}{49}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $7a+4+2bi=-10+(6-5a)i \Leftrightarrow \begin{cases}7a+4=-10\\2b=6-5a\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-2\\b=8\end{cases}$.

Suy ra $P=(a+b)|z|=(a+b)\sqrt{a^2+b^2}=12\sqrt{17}$.

Câu 81: Cho số phức $z=3+2i$, số phức $z-2\overline{z}=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$, khẳng định nào sau đây là **sai?**

A. $a.b=-18$. **B.** $b-a=3$. **C.** $a<0$. **D.** $a+b<4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $\overline{z}=3-2i$ nên

$z-2\overline{z}=a+bi \Leftrightarrow 3+2i-2(3-2i)=a+bi \Leftrightarrow -3+6i=a+bi \Leftrightarrow \begin{cases}a=-3\\b=6\end{cases}$. Có $b-a=9\neq 3$.

Câu 82: Cho số phức $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^5$. Tính $z^5+z^6+z^7+z^8$.

A. -2. **B.** 0. **C.** $4i$. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^5=\left[\dfrac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}\right]^5=i^5=i \Rightarrow z^5+z^6+z^7+z^8=0$.

Câu 83: Cho a, b, c là các số thực và $z=-\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Giá trị của $\left(a+bz+cz^2\right)\left(a+bz^2+cz\right)$ bằng

A. 0. **B.** $a+b+c$.

C. $a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca$. **D.** $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow z^2=-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}=\overline{z}$ và $\overline{z}^2=z$, $z+\overline{z}=-1$, $z\overline{z}=|z|=1$.

Khi đó $\left(a+bz+cz^2\right)\left(a+bz^2+cz\right)=\left(a+bz+c\overline{z}\right)\left(a+b\overline{z}+cz\right)$.

$=a^2+ab\overline{z}+acz+abz+b^2z\overline{z}+bcz^2+ac\overline{z}+bc\overline{z}^2+c^2z\overline{z}$.

$=a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc$.

Câu 84: Tìm số phức $w=z_1-2z_2$, biết rằng: $z_1=1+2i$ và $z_2=2-3i$.

A. $w=-3+8i$. **B.** $w=3-i$. **C.** $w=-3-4i$. **D.** $w=5+8i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $w=z_1-2z_2=(1+2i)-2(2-3i)=-3+8i$.

Câu 85: Cho $z=(1+i)^{2017}$. Tìm z.

A. $z=2^{1008}i^{1008}$. **B.** $z=-2^{1008}-2^{1008}i$. **C.** $z=-2^{1008}i^{1008}$. **D.** $z=2^{1008}+2^{1008}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $z=(1+i)^{2017}=(1+i)\left[(1+i)^2\right]^{1008}=(2i)^{1008}(1+i)=2^{1008}\left(i^2\right)^{504}(1+i)=2^{1008}+2^{1008}i$.

Câu 86: Tìm số phức $\overline{z}$ thỏa mãn $(2-i)z=4+3i$.

A. $3+4i$. **B.** $3-4i$. **C.** $1-2i$. **D.** $1+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $z=\frac{4+3i}{2-i}=1+2i\Rightarrow\overline{z}=1-2i$.

Câu 87: Cho hai số phức $z_1=1+2i$, $z_2=2-3i$. Tổng của hai số phức z_1 và z_2 là

A. $3-5i$. **B.** $3+5i$. **C.** $3-i$. **D.** $3+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z_1+z_2=3-i$.

Câu 88: Cho số phức $u=-1+2\sqrt{2}i$. Nếu $z^2=u$ thì ta có.

A. $\left[\begin{array}{l}z=1+2i\\z=2-i\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}z=\sqrt{2}+2i\\z=\sqrt{2}-i\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}z=\sqrt{2}+i\\z=2\sqrt{2}-i\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}z=1+\sqrt{2}i\\z=-1-\sqrt{2}i\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $u=-1+2\sqrt{2}i=(x+yi)^2=x^2-y^2+2xyi$.

Do đó $\begin{cases}x^2-y^2=-1\\xy=2\sqrt{2}\end{cases}$. Giải hệ có các nghiệm $(x;y)=\left(1;\sqrt{2}\right)$ và $(x;y)=\left(-1;-\sqrt{2}\right)$.

Câu 89: Tính $z=\frac{2-i}{1-i^{2017}}$.

A. $z=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$. **B.** $z=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$. **C.** $z=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$. **D.** $z=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $i^{2017}=\left(i^2\right)^{1008}i=(-1)^{1008}i=i$. Do đó: $z=\frac{2-i}{1-i^{2017}}=\frac{2-i}{1-i}=\frac{1-3i}{2}=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$.

Câu 90: Cho số phức $z=x+yi;x,y\in\mathbb{Z}$ thỏa mãn $z^3=18+26i$. Tính $T=(z-2)^2+(4-z)^2$.

A. 0. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có:

$z^3 = 18 + 26i \Leftrightarrow x^3 + 3x^2yi - 3xy^2 - y^3i = 18 + 26i \Leftrightarrow x^3 - 3xy^2 + \left(3x^2y - y^3\right)i = 18 + 26i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3xy^2 = 18 \\ 3x^2y - y^3 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3xt^2x^2 = 18 \\ 3x^2tx - t^3x^3 = 26 \end{cases} \left(y = tx, t \in \mathbb{Q}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x^3\left(1 - 3t^2\right) = 18 \\ x^3\left(3t - t^3\right) = 26 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1 - 3t^2}{3t - t^3} = \dfrac{9}{13} \\ x^3\left(1 - 3t^2\right) = 18 \end{cases}$. ($x = 0; y = 0$ không là nghiệm).

$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1 - 3t^2}{3t - t^3} = \dfrac{9}{13} \\ x^3\left(1 - 3t^2\right) = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9t^2 - 39t^2 - 27t + 13 = 0 \\ x^3\left(1 - 3t^2\right) = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9t^2 - 39t^2 - 27t + 13 = 0 \\ x^3\left(1 - 3t^2\right) = 18 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{1}{3} \\ x = 3\left(do\ x; y \in \mathbb{Z}\right) \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow z = 3 + i \Rightarrow T = (1+i)^2 + (1-i)^2 = 1 + 2i - 1 + 1 - 2i - 1 = 0.$

Câu 91: Cho hai số phức $z_1 = m - 1 + 3i$ và $z_2 = 2 - mi$ $\left(m \in \mathbb{R}\right)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để z_1z_2 là số thực.

A. $m \in \{-2; -3\}$. **B.** $m = \dfrac{2}{5}$. **C.** $m \in \{3; -2\}$. **D.** $m \in \{-3; 2\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$z_1z_2 = \left(m - 1 + 3i\right)\left(2 - mi\right) = 2m - 2 + 6i - m^2i + mi + 3m = 5m - 2 + \left(6 + m - m^2\right)i$ là số thực khi

$6 + m - m^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m - 2 \end{array}\right.$.

Câu 92: Tính tổng S của các phần thực của tất cả các số phức z thỏa mãn điều kiện $\overline{z} = \sqrt{3}z^2$.

A. $S = \sqrt{3}$. **B.** $S = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $S = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $S = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z = a + bi, \left(a, b \in \mathbb{R}\right)$.

$a - bi = \sqrt{3}\left(a + bi\right)^2 \Leftrightarrow a - bi = \sqrt{3}\left(a^2 - b^2 + 2abi\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3}\left(a^2 - b^2\right) = a\ (1) \\ \sqrt{3}2ab = -b \quad (2) \end{cases}$. $\quad (2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ \sqrt{3}.2a = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ a = -\dfrac{\sqrt{3}}{6} \end{array}\right.$.

Với $b=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\ a=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\end{array}\right.$. $a=-\dfrac{\sqrt{3}}{6}\Rightarrow b=\pm\dfrac{1}{2}$ $S=\dfrac{\sqrt{3}}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 93: Nếu $z=2-3i$ thì z^3 bằng:

A. $-46-9i$. **B.** $46+9i$. **C.** $54-27i$. **D.** $27+24i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z^3=\left(2-3i\right)^3=-46-9i$.

CHUYÊN ĐỀ 2: TÌM PHẦN THỰC, PHẦN ẢO

Câu 1: Cho số phức $z = 1+\sqrt{3}i$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Phần ảo của số phức z là $\sqrt{3}i$. **B.** Phần thực của số phức z là 1.

C. $\overline{z} = 1-\sqrt{3}i$. **D.** Điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ là $M\left(1,\sqrt{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Phần ảo của số phức z là $\sqrt{3}$.

Câu 2: Cho hai số phức: $z_1 = 23i$, $z_2 = -1+i$. Phần ảo của số phức $w = 2z_1z_2$ bằng

A. 5. **B.** 7. **C.** -5. **D.** -7.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $w = 2z_1z_2 = 57i$.

Câu 3: Tổng phần thực và phần ảo của số phức z thoả mãn $iz+(1-i)\overline{z} = -2i$ bằng

A. -6. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $z = x+yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó $iz+(1-i)\overline{z} = -2i \Leftrightarrow i(x+yi)+(1-i)(x-yi) = -2i$

$\Leftrightarrow (x-2y)-yi = -2i \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=0 \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$, suy ra $x+y=6$.

Câu 4: Nếu số phức $z \neq 1$ thoả mãn $|z| = 1$ thì phần thực của $\dfrac{1}{1-z}$ bằng:

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z = x+yi(x, y \in \mathbb{R})$, $|z| = 1 \Leftrightarrow x^2+y^2 = 1$.

$\dfrac{1}{1-z} = \dfrac{1}{1-x-yi} = \dfrac{1-x}{(1-x)^2+y^2} + \dfrac{y}{(1-x)^2+y^2}i$ có phần thực là.

$\dfrac{1-x}{(1-x)^2+y^2} = \dfrac{1-x}{1-2x+x^2+y^2} = \dfrac{1-x}{2-2x} = \dfrac{1}{2}$.

Câu 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Số phức $z = 2-3i$ có phần thực là 2, phần ảo là 3.

B. Số phức $z = 2-3i$ có phần thực là 2, phần ảo là $-3i$.

C. Số phức $z = 2-3i$ có phần thực là 2, phần ảo là $3i$.

D. Số phức $z = 2-3i$ có phần thực là 2, phần ảo là -3.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Mỗi số phức $z = a+bi$ có phần thực là a, phần ảo là b.

Câu 6: Xác định phần ảo của số phức $z = 18-12i$.

A. 12. **B.** $-12i$. **C.** -12. **D.** 18.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Phần ảo của số phức $z = 18-12i$ là -12.

Câu 7: Gọi a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = \left|1-\sqrt{3}i\right|(1+2i)+|3-4i|(2+3i)$.

Giá trị của $a-b$ là

A. 31. **B.** -31. **C.** 7. **D.** -7.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $z=\left|1-\sqrt{3}i\right|(1+2i)+\left|3-4i\right|(2+3i)=2(1+2i)+5(2+3i)=12+19i$

Vậy $a-b=12-19=-7$.

Câu 8: Cho số phức z có số phức liên hợp $\overline{z}=3-2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng.

A. -1. **B.** 1. **C.** -5. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z=3+2i$. Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng 5.

Câu 9: Cho số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2-3i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w=z_1+z_2$?

A. $\overline{w}=1-4i$. **B.** $\overline{w}=-1+4i$. **C.** $\overline{w}=3+2i$. **D.** $\overline{w}=3-2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì: $z_1=1+i$ và $z_2=2-3i$ nên $w=z_1+z_2\Leftrightarrow w=(1+2)+(1-3)i=3-2i\Leftrightarrow \overline{w}=3+2i$.

Câu 10: Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z=-i$.

A. Phần thực là -1 và phần ảo là i. **B.** Phần thực là 0 và phần ảo là -1.

C. Phần thực là 0 và phần ảo là $-i$. **D.** Phần thực là $-i$ và phần ảo là 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z=-i=0-1i$ nên phần thực là 0, phần ảo là -1.

Câu 11: Cho số phức $z=3+2i$. Tìm phần thực của số phức z^2..

A. 5. **B.** 13. **C.** 12. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $z^2=(3+2i)^2=5+12i$. Vậy phần thực của số phức z^2 là 12.

Câu 12: Số phức $z=3-4i$ có phần ảo bằng

A. 3. **B.** $4i$. **C.** -4. **D.** $-4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Số phức $z=a+bi$ có phần ảo b là và phần thực là a.

Câu 13: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2x+1+(1-2y)i=2(2-i)+yi-x$. Khi đó giá trị của $x^2-3xy-y$ bằng

A. -3 **B.** -1 **C.** -2 **D.** 1

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $2x+1+(1-2y)i=2(2-i)+yi-x\Leftrightarrow 2x+1+(1-2y)i=4-x+(y-2)i$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2x+1=4-x\\1-2y=y-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}\Rightarrow x^2-3xy-y=-2.$$

Câu 14: Số phức z thỏa mãn $z+2\overline{z}=12-2i$ có:

A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $-2i$. **B.** Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $2i$.

C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 2. **D.** Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng -2.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z=a+bi,\ (a,b\in\mathbb{R})$. Ta có: $z+2\overline{z}=12-2i\Leftrightarrow a+bi+2(a-bi)=12-2i$

$$\Leftrightarrow 3a-bi=12-2i\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=2\end{cases}.$$

Câu 15: Cho số phức thỏa $z=5-3i$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng -5và phần ảo bằng $3i$. **B.** Phần thực bằng -5 vvà phần ảo bằng3.

C. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $-3i$. **D.** Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng-3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$\overline{z}=5+3i$ nên phần thực bằng -5và phần ảo bằng 3.

Câu 16: Số phức $z=\dfrac{2+i}{4+3i}$ bằng

A. $\dfrac{11}{5}+\dfrac{2}{5}i.$ **B.** $\dfrac{11}{25}+\dfrac{2}{25}i.$ **C.** $\dfrac{11}{5}-\dfrac{2}{5}i.$ **D.** $\dfrac{11}{25}-\dfrac{2}{25}i.$

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z=\dfrac{2+i}{4+3i}=\dfrac{(2+i)(4-3i)}{(4+3i)(4-3i)}=\dfrac{8+4i-6i+3}{25}=\dfrac{11}{25}-\dfrac{2}{25}i$

Câu 17: Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z=-4+3i$.

A. Phần thực là -4, phần ảo là $3i$. **B.** Phần thực là -4, phần ảo là 3.

C. Phần thực là 3, phần ảo là -4. **D.** Phần thực là 4, phần ảo là $3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 18: Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=-2-5i$. Tìm phần ảo b của số phức $z=z_1-z_2$.

A. $b=-3$. **B.** $b=3$. **C.** $b=2$. **D.** $b=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z=z_1-z_2=(1-3i)-(-2-5i)=3+2i$. Vậy phần ảo của z là: 2.

Câu 19: Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần ảo của của số phức liên hợp $\bar{z}$.

A. $-2i$. **B.** -2. **C.** 2 . **D.** $2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $\bar{z}=3+2i\Rightarrow$ phần ảo của $\bar{z}$ là 2 .

Câu 20: Cho số phức z thỏa mãn $z+3\bar{z}=16-2i$. Phần thực và phần ảo của số phức z là:

A. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $-i$. **B.** Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng i.

C. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng 1. **D.** Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Giả sử số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$.

Phương trình $z+3\bar{z}=16-2i\Leftrightarrow a+bi+3(a-bi)=16-2i\Leftrightarrow\begin{cases}4a=16\\-2b=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=1\end{cases}$.

Câu 21: Cho số phức $w=1+(1+i)+(1+i)^2+(1+i)^3+...+(1+i)^{20}$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{w}$.

A. Phần thực bằng -2^{10} và phần ảo bằng $-\left(1+2^{10}\right)$.

B. Phần thực bằng 2^{10} và phần ảo bằng $\left(1+2^{10}\right)$.

C. Phần thực bằng 2^{10} và phần ảo bằng $-\left(1+2^{10}\right)$.

D. Phần thực bằng -2^{10} và phần ảo bằng $\left(1+2^{10}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $(1+i)^{20}=(2i)^{10}=-2^{10}\Rightarrow(1+i)^{21}=-2^{10}-2^{10}i$.

Suy ra $w=\dfrac{\left[1-(1+i)^{21}\right]}{-i}=\dfrac{1+2^{10}}{-i}+\dfrac{2^{10}i}{-i}=-2^{10}+\left(1+2^{10}\right)i\Rightarrow\bar{w}=-2^{10}-\left(1+2^{10}\right)i$.

Vậy $\bar{w}$ có phần thực bằng -2^{10} và phần ảo bằng $-\left(1+2^{10}\right)$.

Câu 22: Cho số phức z thỏa mãn: $(3+2i)z+(2-i)^2=4+i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là:

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có

$(3+2i)z+(2-i)^2=4+i \Leftrightarrow (3+2i)z=4+i-(2-i)^2 \Leftrightarrow (3+2i)z=1+5i \Leftrightarrow z=\frac{1+5i}{3+2i}$

$\Leftrightarrow z=1+i \Rightarrow$ phần thực của số phức z là $a=1$, phần ảo của số phức z là $b=1$.

Vậy $a-b=0$.

Câu 23: Cho hai số phức $z=a+bi\ (a,\ b\in\mathbb{R})$ và $z=a'+b'i\ (a,\ b\in\mathbb{R})$. Điều kiện giữa $a,\ b,\ a',\ b'$ để $z+z'$ là một số thuần ảo là

A. $a+a'=0$.　**B.** $\begin{cases} a+a'=0 \\ b+b'\neq 0 \end{cases}$.　**C.** $\begin{cases} a+a'=0 \\ b+b'=0 \end{cases}$.　**D.** $b+b'=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Theo định nghĩa, số phức có phần thực bằng 0 thì được gọi là số thuần ảo.

Câu 24: Cho số phức $z=(1+i)^n$, biết $n\in\mathbb{N}$ và thỏa mãn $\log_4(n-3)+\log_4(n+9)=3$. Tìm phần thực của số phức z.

A. $a=0$.　**B.** $a=7$.　**C.** $a=-8$.　**D.** $a=8$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Đk: $n>3$ $pt \Leftrightarrow (n-3)(n+9)=4^3 \Leftrightarrow n^2+6n-91=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=7 \\ n=-13 \end{array}\right. \Rightarrow n=7$..

$z=(i+1)^7=8-8i$. Phần thực của z là 8.

Câu 25: Tìm phần thực, phần ảo của số phức z biết $\overline{z}=\left(\sqrt{3}+i\right)^2\left(1+i\sqrt{3}\right)$.

A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $-4\sqrt{3}i$.　**B.** Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $-4\sqrt{3}$.

C. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $4\sqrt{3}i$.　**D.** Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $4\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $\overline{z}=\left(\sqrt{3}+i\right)^2\left(1+i\sqrt{3}\right)=-4+4\sqrt{3}i \Rightarrow z=-4-4\sqrt{3}i$.

Vậy phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $-4\sqrt{3}$.

Câu 26: Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$, biết rằng $z=(1+2i)(-2+i)$. Phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$ lần lượt là:

A. $4;3$.　**B.** $-4;-3$.　**C.** $4;-3$.　**D.** $-4;3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z=(1+2i)(-2+i) \Leftrightarrow z=-4-3i$ suy ra $\overline{z}=-4+3i$.

Vậy phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$ lần lượt là: $-4;3$.

Câu 27: Tìm phần thực, phần ảo của số phức $z=3-2i$.

A. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng $3i$.　**B.** Phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2.

C. Phần thực bằng -3, phần ảo bằng 2.　**D.** Phần thực băng 3, phần ảo bằng $2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Số phức $z=3-2i$ có phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2.

Câu 28: Cho số phức $z=2-3i$. Tìm phần thực a của z.

A. $a=2$.　**B.** $a=-3$.　**C.** $a=-2$.　**D.** $a=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ có phần thực là $a \Rightarrow z=2-3i$ có phần thực $a=2$.

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(4+7i)z-(5-2i)=6iz$. Tìm phần ảo của số phức z?

A. $\frac{18}{17}$.　**B.** $-\frac{18}{17}$.　**C.** $-\frac{13}{17}$.　**D.** $\frac{13}{17}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$(4+7i)z-(5-2i)=6iz \Leftrightarrow (4+i)z=5-2i \Leftrightarrow z=\dfrac{5-2i}{4+i}=\dfrac{(5-2i)(4-i)}{(4+i)(4-i)}=\dfrac{18-13i}{17}=\dfrac{18}{17}-\dfrac{13}{17}i$

Câu 30: Cho số phức $z=5-4i$. Số phức $z-2$ có

A. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -4. **B.** Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng 3.
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-4i$. **D.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -4.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z=5-4i \Rightarrow z-2=(5-4i)-2=3-4i$.

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3+2i)z+(2-i)^2=4+i$. Tìm phần ảo của số phức $w=(1+z)\overline{z}$.

A. -1. **B.** 0. **C.** $-i$. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $(3+2i)z+(2-i)^2=4+i \Leftrightarrow z=1+i$.

Do đó $w=(1+z)\overline{z}=(2+i)(1-i)=3-i \Rightarrow$ phần ảo của số phức $w=-1$.

Câu 32: Cho số thực x, y thỏa $2x+y+(2y-x)i=x-2y+3+(y+2x+1)i$. Khi đó giá trị của $M=x^2+4xy-y^2$ là

A. $M=0$. **B.** $M=-2$. **C.** $M=-1$. **D.** $M=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases}2x+y=x-2y+3\\2y-x=y+2x+1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+3y=3\\-3x+y=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\y=1\end{cases}$

Vậy $M=0^2+4.0.1-(1)^2=-1$.

Câu 33: Số phức $z=\dfrac{4-3i}{i}$ có phần thực là:

A. -4. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -3.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z=\dfrac{4-3i}{i}=-3-4i$. Vậy phần thực của z là -3.

Câu 34: Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=2-3i$. Phần ảo của số phức $w=3z_1-2z_2$ là

A. 1 **B.** 11 **C.** 12 **D.** $12i$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $w=3z_1-2z_2=3(1+2i)-2(2-3i)=-1+12i$. Vậy phần ảo của số phức w là 12.

Câu 35: Nếu $|z|=1$ thì $\dfrac{z^2-1}{z}$

A. lấy mọi giá trị phức. **B.** là số thuần ảo.
C. bằng 0. **D.** lấy mọi giá trị thực.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $\dfrac{z^2-1}{z}=z-\dfrac{1}{z}=z-\dfrac{\overline{z}}{z.\overline{z}}=z-\dfrac{\overline{z}}{|z|^2}=z-\overline{z}$ là số thuần ảo.

Câu 36: Cho số phức $z=(1+i)^2(1+2i)$. Số phức z có phần ảo là

A. 2 **B.** 4 **C.** -2 **D.** $2i$

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z=(1+i)^2(1+2i)=(1+2i+i^2)(1+2i)=2i(1+2i)=2i+4i^2=2i-4$ có phần ảo là 2.

Câu 37: Cho số phức $z = 2 + 4i$. Hiệu phần thực và phần ảo của z bằng.

A. 6. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phần thực và phần ảo lần lượt là 2 và 4. Vậy hiệu phần thực và phần ảo của z bằng -2.

Câu 38: Cho hai số phức $z_1 = 1+2i$ và $z_2 = m-3+\left(m^2-6\right)i$, $\left(m\in\mathbb{R}\right)$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị m để z_1+z_2 là số thực.

A. $\left\{-2\right\}$. **B.** $\left\{2\right\}$. **C.** $\left\{-2;2\right\}$. **D.** $\left\{-\sqrt{6};\sqrt{6}\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $z_1+z_2 = m-2+\left(m^2-4\right)i$. Để z_1+z_2 là số thực $\Leftrightarrow m^2-4=0 \Leftrightarrow m=2 \vee m=-2$.

Câu 39: Cho số phức $z=\left(1+i\right)^2\left(1+2i\right)$. Số phức z có phần ảo là

A. -4. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z=\left(1+i\right)^2\left(1+2i\right)=2i\left(1+2i\right)=-4+2i$. Vậy số phức z có phần ảo là 2.

Câu 40: Cho số phức z có số phức liên hợp $\overline{z}=3-2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z=3+2i$. Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng 5.

Câu 41: Gọi a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z=-3+2i$. Giá trị của $a+2b$ bằng

A. 1 **B.** -1 **C.** -4 **D.** -7

Hướng dẫn giải

Chọn A. $\begin{cases} a=-3 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow a+2b=1$.

Câu 42: Mệnh đề nào sau đây là **sai**:

A. Tập số phức chứa tập số thực.

B. Số phức $z=-3+4i$ có môđun bằng 1.

C. Số phức $z=\sqrt{2}-i$ có phần thực bằng $\sqrt{2}$ và phần ảo là -1.

D. Số phức $z=3i$ có số phức liên hợp là $\overline{z}=-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Số phức $z=-3+4i$ có $\left|z\right|=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5\neq 1$

Câu 43: Cho $z=3+4i$, tìm phần thực ảo của số phức $\frac{1}{z}$:

A. Phần thực là $\frac{3}{5}$, phần ảo là $\frac{-4}{5}$. **B.** Phần thực là $\frac{1}{3}$, phần ảo là $\frac{1}{4}$.

C. Phần thực là $\frac{3}{25}$, phần ảo là $\frac{-4}{25}$. **D.** Phần thực là $\frac{1}{3}$, phần ảo là $-\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Số phức $\frac{1}{z}=\frac{1}{3+4i}=\frac{3}{25}-\frac{4}{25}i$. Vậy phần thực ảo của số phức $\frac{1}{z}$ là : Phần thực $\frac{3}{25}$, phần ảo là $\frac{-4}{25}$

Câu 44: Nếu số phức z thỏa mãn $\left|z\right|=1$ thì phần thực của $\frac{1}{1-z}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** Một giá trị khác. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}$. $|z| = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$.

$$\frac{1}{1-z} = \frac{1}{(1-x)+yi} = \frac{(1-x)-yi}{(1-x)^2+y^2} = \frac{(1-x)}{(1-x)^2+y^2} - \frac{yi}{(1-x)^2+y^2}.$$

$= \frac{(1-x)}{2-2x} - \frac{yi}{(1-x)^2+y^2} = \frac{1}{2} - \frac{yi}{(1-x)^2+y^2}$. Vậy phần thực của $\frac{1}{1-z}$ bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 45: Cho số phức $\overline{z} = 2016 - 2017i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z?

A. Phần thực bằng 2016 và phần ảo bằng 2017.
B. Phần thực bằng 2016 và phần ảo bằng $-2017i$.
C. Phần thực bằng 2016 và phần ảo bằng -2017.
D. Phần thực bằng 2017 và phần ảo bằng $-2016i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $\overline{z} = 2016 - 2017i \Rightarrow z = 2016 + 2017i$. Vậy phần thực của số phức z bằng 2016 và phần ảo 2017.

Câu 46: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2. **B.** Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3.
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2. **D.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $\overline{z} = 3 + 2i$. Vậy phần thực, phần ảo của số phức $\overline{z}$ lần lượt là $3,\ 2$.

Câu 47: Cho số phức z thỏa mãn: $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4 + i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là:

A. 0. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i \Leftrightarrow (3+2i)z + 4 - 4i + i^2 = 4 + i \Leftrightarrow (3+2i)z = 1 + 5i$.

$$\Leftrightarrow z = \frac{1+5i}{3+2i} \Leftrightarrow z = \frac{(1+5i)(3-2i)}{3^2+2^2} \Leftrightarrow z = \frac{13+13i}{13} = 1+i.$$

Suy ra hiệu phần thực và phần ảo của z bằng $1 - 1 = 0$.

Câu 48: Cho hai số phức: $z_1 = 23i; z_2 = -1 + i.$ Phần ảo của số phức $w = 2z_1z_2$ bằng:

A. -7. **B.** 5. **C.** 7. **D.** -5.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $w = 2z_1z_2 = 57i$.

Câu 49: Tìm phần thực của số phức $z = 3(2+3i) - 4(2i-1)$.

A. 1. **B.** 10. **C.** 2. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z = 3(2+3i) - 4(2i-1) = 6 + 9i - 8i + 4 = 10 + i$. Vậy phần thực của số phức là 10.

Câu 50: Tìm giá trị của số thực m sao cho số phức $z = \frac{2-i}{1+mi}$ là một số thuần ảo.

A. $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -\frac{1}{2}$. **D.** Không tồn tại m.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $z = \frac{2-i}{1+mi} = \frac{(2-i)(1-mi)}{1+m^2} = \frac{(2-m)-(1+2m)i}{1+m^2}$.

Do z là số thuần ảo nên $(2-m) = 0$ hay $m = 2$.

Cách khác: Sử dụng MTCT.

Câu 51: Cho số phức $z=\dfrac{1-i}{1+i}$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z^{2017}

A. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -1.
B. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 0.
C. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng $-i$.
D. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng -1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $z=\dfrac{1-i}{1+i}=\dfrac{(1-i)^2}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{1-2i+i^2}{2}=-i\Rightarrow z^{2017}=(-i)^{2017}=-1.i^{2017}=-\left(i^2\right)^{1008}.i=-i$.

Vậy số phức z^{2017} có phần thực bằng 0 và phần ảo bằng -1.

Câu 52: Tìm phần thực a và phần ảo b của số phức $z=(1+2i)^2$.

A. $a=-3,\ b=4$.
B. $a=4,\ b=-3$.
C. $a=-4,\ b=5$.
D. $a=4,\ b=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z=(1+2i)^2=1+4i+4i^2=-3+4i$ có phần thực $a=-3$ và phần ảo $b=4$.

Câu 53: Số nào trong các số phức sau là số thực?

A. $\left(\sqrt{3}+2i\right)-\left(\sqrt{3}-2i\right)$.
B. $(3+2i)+(3-2i)$.
C. $(5+2i)-\left(\sqrt{5}-2i\right)$.
D. $(1+2i)+(-1+2i)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $(3+2i)+(3-2i)=6$.

Câu 54: Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z=(1+i)^2-(3+3i)$ là

A. 4.
B. -4.
C. $-3-i$.
D. $\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z=(1+i)^2-(3+3i)=1+2i+i^2-3-3i=-3-i\Rightarrow$ phần thực $a=-3$, phần ảo $b=-1$. Vậy $a+b=-4$.

Câu 55: Cho hai số phức $z_1=1-i,\ z_2=3+2i$. Phần thực và phần ảo của số phức z_1z_2 tương ứng bằng.

A. 5 và 1.
B. 5 và -1.
C. 5 và $-i$.
D. 4 và 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z_1.z_2=(1-i)(3+2i)=5-i$..

Câu 56: Cho số phức $z=\sqrt{3}-4i$. Số phức z có phần thực, phần ảo là:

A. Phần thực bằng $\sqrt{3}$ và phần ảo bằng 4.
B. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $\sqrt{3}$.
C. Phần thực bằng $\sqrt{3}$ và phần ảo bằng -4.
D. Phần thực bằng $\sqrt{3}$ và phần ảo bằng $-4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z=\sqrt{3}-4i$ có phần thực bằng $\sqrt{3}$ và phần ảo bằng -4.

Câu 57: Cho số phức $z=a+bi$ khác 0 $(a,b\in\mathbb{R})$. Tìm phần ảo của số phức z^{-1}.

A. $\dfrac{a}{a^2+b^2}$.
B. $\dfrac{b}{a^2+b^2}$.
C. $\dfrac{-bi}{a^2+b^2}$.
D. $\dfrac{-b}{a^2+b^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $z^{-1}=\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{a+bi}=\dfrac{a-bi}{a^2+b^2}=\dfrac{a}{a^2+b^2}+\dfrac{-b}{a^2+b^2}i$. Vậy phần ảo của z^{-1} là $\dfrac{-b}{a^2+b^2}$.

Câu 58: Cho số phức $z=2+5i$. Số phức $w=iz+\overline{z}$ là.

A. $w=-3-3i$.
B. $w=-7-7i$.
C. $w=7-3i$.
D. $w=3+7i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $w = i(2+5i)+(2-5i) = -3-3i.$

Câu 59: Tìm các số thực $x,\ y$ thỏa mãn $(1-2i)x+(1+2y)i = 1+i.$

A. $x=1,\ y=1$. **B.** $x=-1,\ y=-1$. **C.** $x=1,\ y=-1$. **D.** $x=-1,\ y=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $(1-2i)x+(1+2y)i = 1+i \Leftrightarrow x+(1+2y-2x)i = 1+i \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 1+2y-2x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}.$

Câu 60: Cho hai số phức $z_1 = 3-3i$ và $z_2 = -1+2i$. Phần ảo của số phức $w = z_1+2z_2$ là

A. -7. **B.** 7. **C.** 1. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $w = z_1+2z_2 = (3-3i)+2(-1+2i) = 1+i$.

Vậy phần ảo của số phức $w = z_1+2z_2$ là 1.

Câu 61: Cho số phức $z = a+bi$. Số phức z^2 có phần ảo là?

A. $2ab$. **B.** a^2b^2. **C.** a^2-b^2. **D.** $2abi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z^2 = (a+bi)^2 = a^2-b^2+2abi$. Phần ảo của z^2 là $2ab$.

Câu 62: Cho hai số phức $z_1 = 2-i$ và $z_2 = 3+2i.$ Tìm số phức liên hợp của số phức $w = 2z_1+3z_2$.

A. $\overline{w} = 13+8i$. **B.** $\overline{w} = 13-8i$. **C.** $\overline{w} = 13+4i$. **D.** $\overline{w} = 13-4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $w = 2z_1+3z_2 = 2(2-i)+3(3+2i) = 13+4i$. $\overline{w} = 13-4i$.

Câu 63: Cho số phức $z = a+bi\ (ab \neq 0,\ a,b \in \mathbb{R})$. Tìm phần thực của số phức $w = \dfrac{1}{z^2}$.

A. $\dfrac{b^2}{(a^2+b^2)^2}$. **B.** $\dfrac{a^2-b^2}{(a^2+b^2)^2}$. **C.** $-\dfrac{2ab}{(a^2+b^2)^2}$. **D.** $\dfrac{a^2+b^2}{(a^2+b^2)^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $w = \dfrac{1}{z^2} = \dfrac{1}{(a+bi)^2} = \dfrac{1}{a^2-b^2+2abi} = \dfrac{a^2-b^2-2abi}{(a^2-b^2)^2+4a^2b^2}$.

Phần thực của w là $\dfrac{a^2-b^2}{(a^2-b^2)^2+4a^2b^2} = \dfrac{a^2-b^2}{(a^2+b^2)^2}$.

Câu 64: Cho số phức $z = 2-5i$. Số phức z^{-1} có phần thực là

A. $\dfrac{2}{29}$. **B.** -3. **C.** 7. **D.** $-\dfrac{5}{29}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$z^{-1} = \dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{2-5i} = \dfrac{2+5i}{(2-5i)(2+5i)} = \dfrac{2+5i}{29} = \dfrac{2}{29}+\dfrac{5}{29}i.$ Số phức z^{-1} có phần thực là $\dfrac{2}{29}$.

Câu 65: Cho số phức $z = \left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^3$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$?

A. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $2.$ **B.** Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $-2i$.

C. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $-2.$ **D.** Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z=\left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^3=\dfrac{\left(1+i\sqrt{3}\right)^3}{(1+i)^3}=\dfrac{-8}{-2+2i}=2+2i\Rightarrow \overline{z}=2-2i$.

Vậy số phức $\overline{z}$ có phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -2.

Câu 66: Cho $z=a+bi, z'=a'+b'i$. Số phức $\dfrac{z}{z'}$ có phần ảo là.

A. $\dfrac{-ab'+ba'}{a'^2+b'^2}$. **B.** $\dfrac{aa'-bb'}{a'^2+b'^2}$. **C.** $\dfrac{aa'-bb'}{a^2+b^2}$. **D.** $\dfrac{ab'+ba'}{a^2+b^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z=a+bi, z'=a'+b'i$.

$\Rightarrow \dfrac{z}{z'}=\dfrac{a+bi}{a'+b'i}=\dfrac{(a+bi)(a'-b'i)}{a'^2+b'^2}=\dfrac{aa'+bb'+(ba'-ab')i}{a'^2+b'^2}=\dfrac{aa'+bb'}{a'^2+b'^2}+\dfrac{ba'-ab'}{a'^2+b'^2}i$.

Câu 67: Cho số phức $z=2-5i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng -5. **B.** Phần thực bằng 2, phần ảo bằng $-5i$.
C. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng $5i$. **D.** Phần thực bằng 2, phần ảo bằng 5.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z=2-5i\Rightarrow \overline{z}=2+5i$. Vậy phần thực bằng 2, phần ảo bằng 5.

Câu 68: Cho số phức z biết $\overline{z}=2-i+\dfrac{i}{1+i}$. Phần ảo của số phức z^2 là

A. $-\dfrac{5}{2}i$. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{2}i$. **D.** $-\dfrac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $\overline{z}=2-i+\dfrac{i}{1+i}=2-i+\dfrac{i(1-i)}{(1+i)(1-i)}=2-i+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i=\dfrac{5}{2}-\dfrac{1}{2}i$.

Suy ra $z=\dfrac{5}{2}+\dfrac{1}{2}i\Rightarrow z^2=6+\dfrac{5}{2}i$. Vậy phần ảo của số phức z^2 là $\dfrac{5}{2}$.

Câu 69: Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $z+2\overline{z}=(2-i)^3(1-i)$.

A. 9. **B.** -9. **C.** 13. **D.** -13.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z+2\overline{z}=(2-i)^3(1-i)\Leftrightarrow z+2\overline{z}=-9-13i$.

Đặt $z=a+bi\ (a, b\in\mathbb{R})$. Khi đó $(a+bi)+2(a-bi)=-9-13i\Leftrightarrow \begin{cases}3a=-9\\-b=-13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-3\\b=13\end{cases}$.

Câu 70: Số nào trong các số phức sau là số thực.

A. $\left(1+i\sqrt{3}\right)\left(1-i\sqrt{3}\right)$. **B.** $\left(2+i\sqrt{5}\right)+\left(1-2i\sqrt{5}\right)$.

C. $\left(\sqrt{3}+i\right)-\left(\sqrt{3}-i\right)$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}+i}{\sqrt{2}-i}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $\left(1+i\sqrt{3}\right)\left(1-i\sqrt{3}\right)=1-\left(i\sqrt{3}\right)^2=4$.

Câu 71: Cho số phức $z=1-4(i+3)$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng -11 và phần ảo bằng $-4i$. **B.** Phần thực bằng -11 và phần ảo bằng -4.
C. Phần thực bằng -11 và phần ảo bằng 4. **D.** Phần thực bằng -11 và phần ảo bằng $4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $z=1-4(i+3)\Rightarrow \overline{z}=-11+4i$.

Vậy số phức $\overline{z}$ có phần thực bằng -11 và phần ảo bằng 4.

Câu 72: Cho số phức $z=(1+i)^2(1+2i)$. Số phức z có phần ảo là:

A. $2i$ **B.** 4 **C.** -2 **D.** 2

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z=(1+i)^2(1+2i)=2i(1+2i)=-4+2i$. Vậy số phức z có phần ảo là 2.

Câu 73: Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A. $z=-2+3i$. **B.** $z=2i$. **C.** $z=-2$. **D.** $z=\sqrt{3}+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 74: Phần ảo của số phức z thỏa mãn $z+2\overline{z}=(2-i)^3(1-i)$ là:

A. 9. **B.** -13. **C.** -9. **D.** 13.

Câu 75: Cho số phức: $z=-3+5i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z-i$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 4. **B.** Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 5.
C. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 4i. **D.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 4.

Câu 76: Cho số phức $z=-2-5i$. Phần thực và phần ảo của z lần lượt là.

A. -2 và $-5i$. **B.** -2 và 5. **C.** 2 và -5. **D.** -2 và -5.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z=a+bi$ thì phần thực là a, phần ảo là b.

Nên $z=-2-5i$ thì phần thực là -2, phần ảo là -5.

Câu 77: Cho số phức $\overline{z}=4-3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z ?

A. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $-3i$. **B.** Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $3i$.
C. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng -3. **D.** Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z=4+3i \Rightarrow$ Phần thực bằng 4 và Phần ảo bằng 3 (không phải $3i$).

Câu 78: Cho số phức $z=x+yi$; $z\neq 1$ ($x; y\in\mathbb{R}$). Phần ảo của số $\frac{z+1}{z-1}$ là:

A. $\frac{x+y}{(x-1)^2+y^2}$. **B.** $\frac{xy}{(x-1)^2+y^2}$. **C.** $\frac{-2y}{(x-1)^2+y^2}$. **D.** $\frac{-2x}{(x-1)^2+y^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z=x+yi$, với $x,y\in\mathbb{R}$.

Ta có: $\frac{z+1}{z-1}=\frac{(x+1)+yi}{(x-1)+yi}=\frac{[(x+1)+yi][(x-1)-yi]}{(x-1)^2+y^2} \Leftrightarrow \frac{z+1}{z-1}=\frac{(x^2+y^2-1)-2yi}{(x-1)^2+y^2}$.

Vậy phần ảo của số $\frac{z+1}{z-1}$ là $\frac{-2y}{(x-1)^2+y^2}$.

Câu 79: Tìm phần ảo của số phức $z=(1-i)^2+(1+i)^2$.

A. -4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z=(1-i)^2+(1+i)^2=-2i+2i=0$.

Câu 80: Phần thực của số phức $(1+i)^{30}$ bằng.

A. 0. **B.** 2^{15}. **C.** -2^{15}. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $(1+i)^{30}=((1+i)^2)^{15}=(2i)^{15}=2^{15}i.(i^2)^7=-2^{15}i$.

Câu 81: Cho số phức $z=3-2i$. Số phức z^2 có phần ảo là.

A. 6 . **B.** -12. **C.** -6. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z^2=(3-2i)^2=5-12i\Rightarrow$ Số phức z^2 có phần ảo là -12.

Câu 82: Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=2-3i$. Phần ảo của số phức $w=3z_1-2z_2$ là.

A. 11. **B.** $12i$. **C.** 1. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 83: Tìm phần ảo của số phức z, biết $(1+i)z=3-i$.

A. 1 **B.** -1 **C.** 2 **D.** -2

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $(1+i)z=3-i\Leftrightarrow z=\dfrac{3-i}{1+i}\Leftrightarrow z=\dfrac{(3-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}\Leftrightarrow z=1-2i$.

Vậy phần ảo của số phức z bằng -2.

Câu 84: Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$, biết $z=\dfrac{(1+i)3i}{1-i}$.

A. 3 **B.** -3 **C.** 0 **D.** -1

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $z=\dfrac{(1+i)3i}{1-i}=\dfrac{(1+i)^2\,3i}{1-i^2}=\dfrac{2i.3i}{2}=-3\Rightarrow\bar{z}=-3$. Vậy phần ảo của số phức $\bar{z}$ là 0.

Câu 85: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi (H) là phần mặt phẳng chứa các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $\dfrac{z}{16}$ và $\dfrac{16}{\bar{z}}$ có phần thực và phần ảo đều thuộc đoạn $[0;1]$. Tính diện tích S của (H).

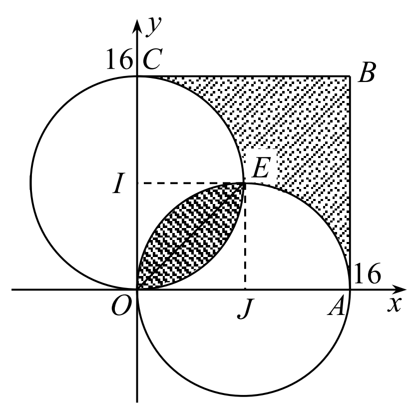
A. $S=32(6-\pi)$. **B.** $S=16(4-\pi)$. **C.** 256. **D.** 64π.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Giả sử $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có: $\dfrac{z}{16}=\dfrac{x}{16}+\dfrac{y}{16}i$; $\dfrac{16}{\bar{z}}=\dfrac{16}{x-yi}=\dfrac{16x}{x^2+y^2}+\dfrac{16y}{x^2+y^2}i$.



Vì $\frac{z}{16}$ và $\frac{16}{\overline{z}}$ có phần thực và phần ảo đều thuộc đoạn $[0;1]$ nên $\begin{cases} 0 \le \frac{x}{16} \le 1 \\ 0 \le \frac{y}{16} \le 1 \\ 0 \le \frac{16x}{x^2+y^2} \le 1 \\ 0 \le \frac{16y}{x^2+y^2} \le 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 16 \\ 0 \le y \le 16 \\ 0 \le 16x \le x^2+y^2 \\ 0 \le 16y \le x^2+y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 16 \\ 0 \le y \le 16 \\ (x-8)^2+y^2 \ge 64 \\ x^2+(y-8)^2 \ge 64 \end{cases}$.

Suy ra (H) là phần mặt phẳng giới hạn bởi hình vuông cạnh 16 và hai hình tròn (C_1) có tâm $I_1(8;0)$, bán kính $R_1 = 8$ và (C_2) có tâm $I_2(0;8)$, bán kính $R_2 = 8$.

Gọi S' là diện tích của đường tròn (C_2).

Diện tích phần giao nhau của hai đường tròn là: $S_1 = 2\left(\frac{1}{4}S' - S_{OEJ}\right) = 2\left(\frac{1}{4}.\pi.8^2 - \frac{1}{2}.8.8\right)$.

Vậy diện tích S của hình (H) là:

$S = 16^2 - \pi.8^2 + 2.\left(\frac{1}{4}.\pi.8^2 - \frac{1}{2}.8.8\right) = 256 - 64\pi + 32\pi - 64 = 192 - 32\pi = 32(6-\pi)$.

Câu 86: Cho số phức $z = 1 - 4(i+3)$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng -11 và phần ảo bằng -4. **B.** Phần thực bằng -11 và phần ảo bằng 4.
C. Phần thực bằng -11 và phần ảo bằng $4i$. **D.** Phần thực bằng -11 và phần ảo bằng $-4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z = 1 - 4(i+3) \Rightarrow \overline{z} = -11 + 4i$. Vậy số phức $\overline{z}$ có phần thực bằng -11 và phần ảo bằng 4.

Câu 87: Tìm phần thực a và phần ảo b của số phức $z = (1+2i)^2$.

A. $a = -4,\ b = 5$. **B.** $a = -3,\ b = 4$. **C.** $a = 4,\ b = 5$. **D.** $a = 4,\ b = -3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z = (1+2i)^2 = 1 + 4i + 4i^2 = -3 + 4i$ có phần thực $a = -3$ và phần ảo $b = 4$.

Câu 88: Phần thực x và phần ảo y của số phức z thỏa mãn điều kiện $(3+2i)z + 2 + i = \frac{1}{4-i}$ là.

A. $x = \frac{122}{221}; y = \frac{12}{221}$. **B.** $x = -\frac{122}{221}; y = -\frac{12}{221}$.

C. $x = \frac{122}{221}; y = -\frac{12}{221}$. **D.** $x = -\frac{122}{221}; y = \frac{12}{221}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có:

$(3+2i)z + 2 + i = \frac{1}{4-i} \Leftrightarrow (3+2i) = \frac{1}{4-i} - 2 - i \Leftrightarrow z = \dfrac{\frac{1}{4-i} - 2 - i}{3+2i} \Leftrightarrow z = \frac{-122}{221} + \frac{12}{221}i$.

Câu 89: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i).z = 14 - 2i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$?

A. -2. **B.** 2. **C.** -14. **D.** 14.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $(1+i)z=14-2i \Rightarrow z=\dfrac{14-2i}{1+i}=6-8i \Rightarrow \overline{z}=6+8i$.

Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$ là $6+8=14$..

Câu 90: Số phức $z=(1+i)+(1+i)^2+...+(1+i)^{2018}$ có phần ảo bằng

A. $2^{1009}-1$ **B.** $2^{1009}+1$ **C.** $1-2^{1009}$ **D.** $-\left(2^{1009}+1\right)$

Hướng dẫn giải

Chọn B. Có $z=(1+i)+(1+i)^2+...+(1+i)^{2018}=(1+i).\dfrac{(1+i)^{2018}-1}{i}=(1-i)\left[(1+i)^{2018}-1\right]$

Do $(1+i)^{2018}=\left[(1+i)^2\right]^{1009}=(2i)^{1009}=2^{1009}.\left(i^2\right)^{504}.i=2^{1009}i$

Suy ra $z=(1-i).\left(2^{1009}i-1\right)=\left(2^{1009}-1\right)+\left(1+2^{1009}\right)i$.

Vậy phần ảo của số phức z là $2^{1009}+1$.

Câu 91: Phần thực và phần ảo của số phức $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$ lần lượt là:

A. 0 và -1. **B.** -1 và 0 . **C.** 0 và 1. **D.** 1 và 0 .

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{2017}=\left(\dfrac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}\right)^{2017}=i^{2017}=i$.

Câu 92: Phần ảo của số phức $z=5+2i$ bằng

A. 2. **B.** $2i$. **C.** 5. **D.** $5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 93: Tìm phần thực và phần ảo của số phức z, biết: $z=4-3i+\dfrac{5+4i}{3+6i}$.

A. Phần thực: $\dfrac{-73}{15}$, phần ảo: $\dfrac{17}{15}$. **B.** Phần thực: $\dfrac{17}{15}$, phần ảo: $\dfrac{17}{15}$.

C. Phần thực: $\dfrac{-73}{15}$, phần ảo: $\dfrac{73}{15}$. **D.** Phần thực: $\dfrac{73}{15}$, phần ảo: $-\dfrac{17}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $z=4-3i+\dfrac{5+4i}{3+6i}=\dfrac{73}{15}-\dfrac{17}{5}i$.

Câu 94: Phần ảo của số phức $z=2-3i$ là

A. -3. **B.** $3i$. **C.** $-3i$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Phần ảo của số phức $z=2-3i$ là -3.

Câu 95: Số phức liên hợp của số phức $z=3+2i$ là số phức:

A. $\overline{z}=-3-2i$. **B.** $\overline{z}=-3+2i$. **C.** $\overline{z}=-2+3i$. **D.** $\overline{z}=3-2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $\overline{z}=3-2i$.

Câu 96: Cho số phức $z=\dfrac{9m-6+\left(m^3-4m^2+7m+2\right)i}{m+2i}$. với m là tham số thực**.** Với giá trị nào của m thì z là số thực.

A. $m=-1, m=-3$. **B.** $m=4, m=5$. **C.** $m=1, m=3$. **D.** $m=2, m=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z=2m+1+\left(m^2-4m+3\right)i$. z là số thực khi và chỉ khi $m^2-4m+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Câu 97: Phần ảo của số phức z bằng bao nhiêu biết $\overline{z}=\left(\sqrt{2}+i\right)^2\left(1-i\sqrt{2}\right)$.

A. $\sqrt{2}$. **B.** -2. **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Bấm máy tính: $\overline{z}=1-i\sqrt{2} \Rightarrow z=1+i\sqrt{2} \Rightarrow$ phần ảo của z là $\sqrt{2}$.

Câu 98: Cho số phức $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$. Số phức z^2 có phần thực là:

A. a^2+b^2. **B.** a^2-b^2. **C.** $a+b$. **D.** $a-b$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z^2=a^2-b^2+2abi$. Vậy số phức z^2 có phần thực là a^2-b^2.

Câu 99: Cho hai số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=-3-5i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w=z_1+z_2$.

A. $-1-2i$. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$w=z_1+z_2=2+3i-3-5i=-1-2i$. Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức w là -3.

Câu 100: Phần thực, phần ảo của số phức $z=\left(2+3i\right)^2\left(1-i\right)$ lần lượt là.

A. 7 và 17. **B.** -7 và -17. **C.** -7 và 17. **D.** 7 và -17.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z=\left(2+3i\right)^2\left(1-i\right)=7+17i$.

Câu 101: Cho số phức z có $|z|=m;\ \left(m>0\right)$. Với $z\neq m;$ tìm phần thực của số phức $\dfrac{1}{m-z}$.

A. $\dfrac{1}{2m}$. **B.** $\dfrac{1}{m}$. **C.** $\dfrac{1}{4m}$. **D.** m

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $\text{Re}\left(z\right)$ là phần thực của số phức z.

Ta xét: $\dfrac{1}{m-z}+\overline{\left(\dfrac{1}{m-z}\right)}=\dfrac{1}{m-z}+\dfrac{1}{m-\overline{z}}=\dfrac{m-\overline{z}+m-z}{\left(m-z\right)\left(m-\overline{z}\right)}=\dfrac{2m-z-\overline{z}}{m^2+z.\overline{z}-mz-m\overline{z}}$

$=\dfrac{2m-z-\overline{z}}{2m^2-mz-m\overline{z}}=\dfrac{2m-z-\overline{z}}{m\left(2m-z-\overline{z}\right)}=\dfrac{1}{m}\Rightarrow \text{Re}\left(\dfrac{1}{m-z}\right)=\dfrac{1}{2m}$.

Câu 102: Cho hai số phức $z=1+3i$, $w=2-i$. Tìm phần ảo của số phức $u=\overline{z}.w$.

A. 5. **B.** $5i$. **C.** $-7i$. **D.** -7.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $\overline{z}=1-3i$; $u=-1-7i$. Vậy phần ảo của số phức u bằng -7.

Câu 103: Cho $z=-4+5i$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $-5i$. **B.** Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $5i$.

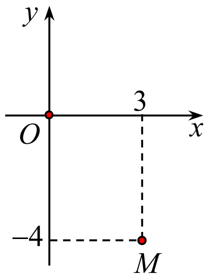
C. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng 5. **D.** Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng -5.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Cho $z=-4+5i$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $\overline{z}$.

Số phức $z=-4+5i$ có phần thực bằng -4 và phần ảo bằng 5.

Câu 104: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.



A. Phần thực là 3 và phần ảo là -4.
B. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.
C. Phần thực là -4 và phần ảo là 3.
D. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Điểm M trong hệ trục Oxy có hoành độ $x=3$ và tung độ $y=-4$.

Vậy số phức z có phần thực là 3 và phần ảo là -4.

Câu 105: Cho hai số phức $z_1=5-3i$, $z_2=-1+2i$. Tổng phần thực, phần ảo của tổng hai số phức đã cho là:

A. $S=3$.
B. $S=7$.
C. $S=4$.
D. $S=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z=z_1+z_2=5-3i+(-1+2i)=4-i$.

z có phần thực là 4, phần ảo là -1, suy ra tổng phần thực, phần ảo của z là 3.

Câu 106: Phần ảo của số phức $z=1-2i$ là

A. $2i$.
B. 2.
C. -2.
D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $z=1-2i=1+(-2)i$. Do đó, số phức đã cho có phần ảo bằng -2.

Câu 107: Cho số phức $z=2+i$. Phần thực và phần ảo của số phức Z lần lượt là?

A. 2 .và i.
B. i và 2.
C. 2 và 1.
D. 1 và 2

Hướng dẫn giải

Chọn C. Phần thực và phần ảo của số phức $z=2+i$ lần lượt là 2 *và* 1.

Câu 108: Phần thực của số phức $z=\left(\sqrt{2}+3i\right)^2$.

A. -7.
B. $\sqrt{2}$.
C. 3.
D. $6\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có số phức $z=\left(\sqrt{2}+3i\right)^2=2+6\sqrt{2}i+9i^2=-7+6\sqrt{2}i$ có phần thực là -7.

Câu 109: Bộ số thực $(x;y)$ thỏa mãn đẳng thức $(3+x)+(1+y)i=1+3i$ là.

A. $(-2;2)$.
B. $(2;2)$.
C. $(-2;-2)$.
D. $(2;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $(3+x)+(1+y)i=1+3i\Leftrightarrow\begin{cases}3+x=1\\1+y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=2\end{cases}$.

Câu 110: Cho số phức $z=-1-4i$. Tìm phần thực của số phức $\bar{z}$.

A. -4.
B. 1.
C. 4.
D. -1.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $\bar{z}=-1+4i$. Vậy phần thực của số phức $\bar{z}$ là (-1).

Câu 111: Cho số phức $z=1-\sqrt{2}i$. Tìm phần ảo của số phức $P=\dfrac{1}{\bar{z}}$.

A. $\sqrt{2}$.
B. $-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.
C. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.
D. $-\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $P=\frac{1}{\overline{z}}=\frac{1}{1+i\sqrt{2}}=\frac{1-i\sqrt{2}}{1^2+\sqrt{2}^2}=\frac{1-i\sqrt{2}}{3}=\frac{1}{3}-\frac{\sqrt{2}}{3}i$.

Câu 112: Trên tập số phức cho $(2x+y)+(2y-x)i=(x-2y+3)+(y+2x+1)i$ với $x,y\in\mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $P=2x+3y$.

A. $P=7$. **B.** $P=4$. **C.** $P=3$. **D.** $P=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $(2x+y)+(2y-x)i=(x-2y+3)+(y+2x+1)i\Leftrightarrow\begin{cases}2x+y=x-2y+3\\2y-x=y+2x+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=1\end{cases}$.

Vậy $P=2x+3y=3$.

Câu 113: Cho số phức $z=-3-2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

A. -1. **B.** $-i$. **C.** -5. **D.** $-5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Số phức z có phần thực là -3 và phần ảo là -2.

Vậy tổng phần thực và phần ảo là -5.

Câu 114: Cho số phức $z=a+(a-1)i$,(với a là số thực). Để $|z|=1$ thì giá trị của a là:

A. $a=\frac{1}{2}$. **B.** $a=\frac{3}{2}$. **C.** $|a|=1$. **D.** $\left[\begin{array}{l}a=0\\a=1\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z=a+(a-1)i\Leftrightarrow|z|=\sqrt{a^2+(a-1)^2}=1\Leftrightarrow 2a^2-2a+1=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=1\end{array}\right.$.

Câu 115: Cho số phức $z=2-3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng -2 và phần ảo bằng $3i$. **B.** Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $-3i$.

C. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3. **D.** Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -3.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $\overline{z}=2+3i$.

Câu 116: Cho các số phức $z=1+2i$, $w=2+i$. Số phức $u=z.\overline{w}$ có.

A. Phần thực là 4 và phần ảo là 3. **B.** Phần thực là 0 và phần ảo là $3i$.

C. Phần thực là 4 và phần ảo là $3i$. **D.** Phần thực là 0 và phần ảo là 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $u=(1+2i)(2-i)=4+3i$. Vậy số phức u có phần thực là 4 và phần ảo là 3.

Câu 117: Cho số phức $z=(1+i)^2(1+2i)$. Số phức z có phần ảo là

A. $2i$. **B.** 2. **C.** -4. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z=(1+i)^2(1+2i)=2i(1+2i)=2i-4$. Vậy số phức z có phần ảo là 2.

Câu 118: Nếu số phức $z\neq 1$ thoả mãn $|z|=1$ thì phần thực của $\frac{1}{1-z}$ bằng:

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$, $|z|=1\Leftrightarrow x^2+y^2=1$.

$\frac{1}{1-z}=\frac{1}{1-x-yi}=\frac{1-x}{(1-x)^2+y^2}+\frac{y}{(1-x)^2+y^2}i$ có phần thực là.

$\dfrac{1-x}{(1-x)^2+y^2}=\dfrac{1-x}{1-2x+x^2+y^2}=\dfrac{1-x}{2-2x}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 119: Cho số phức $z=a+bi$ thỏa mãn $(z-8)i+z-6i=5+5i$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 2. **B.** 19. **C.** 5. **D.** 14.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $(z-8)i+z-6i=5+5i \Leftrightarrow (1+i)z=5+19i \Leftrightarrow z=12+7i$.

Mà $z=a+bi$ nên $\begin{cases} a=12 \\ b=7 \end{cases} \Rightarrow a+b=19$.

Câu 120: Cho số phức $z=3+2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2. **B.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-2i$.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2. **D.** Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Số phúc $z=3+2i$ nên số phức liên hợp của z là $\overline{z}=3-2i$

Suy ra phần thực của $\overline{z}$ là 3, phần ảo là -2

Câu 121: Cho số phức $z=i(2-3i)$ có phần thực là a và phần ảo là b. Tìm a, b.

A. $a=2;\ b=-3$. **B.** $a=3;\ b=-2$. **C.** $a=-3;\ b=2$. **D.** $a=3;\ b=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z=i(2-3i)=3+2i \Rightarrow \begin{cases} a=\mathrm{Re}(z)=3 \\ b=\mathrm{Im}(z)=2 \end{cases}$.

Câu 122: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=i(3i+1)$.

A. $\overline{z}=-3+i$. **B.** $\overline{z}=-3-i$. **C.** $\overline{z}=3-i$. **D.** $\overline{z}=3+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta thấy $z=i(3i+1)=3i^2+i=-3+i$, suy ra $\overline{z}=-3-i$.

Câu 123: Trong mặt phẳng xOy, gọi M là điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $\left|z+3-\sqrt{3}i\right|=\sqrt{3}$.

Tìm phần ảo của z trong trường hợp góc $\widehat{xOM}$ nhỏ nhất.

A. 0. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $M(x;y)$ biểu diễn số phức z. Ta có $\left|z+3-\sqrt{3}i\right|=\sqrt{3} \Leftrightarrow (x+3)^2+\left(y-\sqrt{3}\right)^2=3\ (C)$.

$\widehat{xOM}$ nhỏ nhất hoặc lớn nhất khi đường thẳng OM là tiếp tuyến của đường tròn (C).

Khi đó phương trình đường thẳng chứa OMlà $d_1: y=0; d_2: y=-\sqrt{3}x$.

Trường hợp 1: $d_1: y=0$ góc $\widehat{xOM}=180^\circ$.

Trường hợp 2: $d_2: y=-\sqrt{3}x$ góc $\widehat{xOM}=150^\circ$ khi đó số phức $z=-\dfrac{3}{2}+\dfrac{3\sqrt{3}}{2}i$.

Vậy phần ảo của z trong trường hợp góc $\widehat{xOM}$ nhỏ nhất là $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 124: Số phức z thỏa mãn $iz+2-i=0$ có phần thực bằng.

A. 1 . **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $iz+2-i=0 \Leftrightarrow z=\dfrac{-2+i}{i} \Leftrightarrow z=1+2i$ nên số phức có phần thực bằng 1.

Câu 125: Cho số phức $z=a+bi$. Số phức z^2 có phần thực là:

A. a^2+b^2. **B.** $a+b$. **C.** a^2-b^2. **D.** $a-b$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có số phức $z=a+bi \Rightarrow z^2=a^2-b^2+2abi \Rightarrow$ phần thực là a^2-b^2.

Câu 126: Số phức z thỏa mãn $iz+2-i=0$ có phần thực bằng.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z=\dfrac{i-2}{i}=1+2i$. Vậy phần thực bằng 1.

Câu 127: Cho số phức $z=2-5i$. Số phức z^{-1} có phần thực là

A. 7. **B.** $\dfrac{2}{29}$. **C.** -3. **D.** $-\dfrac{5}{29}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z^{-1}=\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{2-5i}=\dfrac{2+5i}{(2-5i)(2+5i)}=\dfrac{2+5i}{29}=\dfrac{2}{29}+\dfrac{5}{29}i.$ Số phức z^{-1} có phần thực là $\dfrac{2}{29}$.

Câu 128: Cho số phức $\overline{z}=3-2i$. Tìm phần thực và phần ảo của z.

A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2. **B.** Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2. **D.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $-2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $\overline{z}=3-2i$ suy ra $z=3+2i$.
Vậy Phần thực của z bằng 3 và phần ảo của z bằng 2.

Câu 129: Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=2-3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z_1-2z_2.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -4. **B.** Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $8i$.
C. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 8. **D.** Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $-4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $z_1-2z_2=(1+2i)-2(2-3i)=-3+8i$.

Câu 130: Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z=-4-3i$. Tìm a, b.

A. $a=-4$, $b=-3$. **B.** $a=-4$, $b=3$. **C.** $a=4$, $b=3$. **D.** $a=-4$, $b=-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 131: Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z=1-\pi i$.

A. Phần thực là -1 và phần ảo là $-\pi$. **B.** Phần thực là 1 và phần ảo là $-\pi$.
C. Phần thực là 1 và phần ảo là π. **D.** Phần thực là 1 và phần ảo là $-\pi i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào định nghĩa số phức suy ra số phức $z=1-\pi i$ có phần thực là 1 và phần ảo là $-\pi$.

Câu 132: Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z=(1+2i)(3-i)$ là.

A. 6. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z=3-i+6i-2i^2=5+5i$ nên tổng phần thực và phần ảo của z bằng 10.

Câu 133: Cho số phức $z=(m+1-2i)(2m+3+i)$ với m là tham số thực**.** Với giá trị nào của m thì z có phần thực bằng 5.

A. $m=2; m=-\dfrac{5}{3}$. **B.** $m=0; m=-\dfrac{5}{2}$. **C.** $m=1; m=\dfrac{5}{2}$. **D.** $m=-1; m=\dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Cách 1:

Bước 1: Dùng CASIO chuyển sang số phức (mode 2).

Bước 2: Nhập biểu thức: $z=(m+1-2i)(2m+3+i)$ (Ở đây biến x là m).

Bước 3: CALC với x là các giá trị m trong các phương án, xem số phức nào có phần thực là 5.

Cách 2: Viết z về dạng: $z=2m^2+5m+5+(-3m-5)i$.

Giải phương trình $2m^2+5m+5=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$.

Câu 134: Cho số phức $z=2+4i$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $w=z-i$.

A. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3. **B.** Phần thực bằng -2 và phần ảo bằng -3.

C. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $3i$. **D.** Phần thực bằng -2 và phần ảo bằng $-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $w=zi=2+3i$ suy ra phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3.

Câu 135: Cho các số phức $z=1+2i,\ w=2+i.$ Số phức $u=z.\overline{w}$ có.

A. Phần thực là 4 và phần ảo là 3. **B.** Phần thực là 4 và phần ảo là $3i$.

C. Phần thực là 0 và phần ảo là 3. **D.** Phần thực là 0 và phần ảo là $3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $u=(1+2i)(2-i)=4+3i$. Vậy số phức u có phần thực là 4 và phần ảo là 3.

Câu 136: Cho số phức $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó phần thực a và phần ảo b của số phức $\omega=\dfrac{\overline{z}+i}{iz-2}$ là.

A. $a=\dfrac{-x(2y+1)}{(y+2)^2+x^2}$, $b=\dfrac{y^2+y-x^2-2}{(y+2)^2+x^2}$. **B.** $a=\dfrac{x(2y+1)}{(y+2)^2+x^2}$, $b=\dfrac{y^2+y-x^2-2}{(y+2)^2+x^2}$.

C. $a=\dfrac{x(2y+1)}{(y+2)^2+x^2}$, $b=\dfrac{y^2+y-x^2+2}{(y+2)^2+x^2}$. **D.** $a=\dfrac{-x(2y+1)}{(y+2)^2+x^2}$, $b=\dfrac{y^2+y+x^2-2}{(y+2)^2+x^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $\omega=\dfrac{\overline{z}+i}{iz-2}=\dfrac{x-yi+i}{i(x+yi)-2}=\dfrac{x-i(y-1)}{(-y-2)+xi}=\dfrac{[x-i(y-1)][(-2-y)-xi]}{(y+2)^2+x^2}$.

$\Rightarrow w=\dfrac{-x(2y+1)}{(y+2)^2+x^2}+i\dfrac{y^2+y-x^2-2}{(y+2)^2+x^2}$.

Câu 137: Cho hai số phức $z_1=2-3i$ và $z_2=-1+5i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $w=z_1+z_2$ bằng.

A. 3. **B.** 1. **C.** $2i$. **D.** $3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $w=z_1+z_2=2-3i-1+5i=1+2i \Rightarrow 1+2=3$.

Câu 138: Số phức $z=2-3i$ có phần ảo là.

A. 3. **B.** $3i$. **C.** -3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Số phức $z=2-3i$ có phần ảo là -3.

Câu 139: Cho số phức $z=-5+2i$. Phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$ là:

A. Phần thực bằng -5 và phần ảo bằng -2. **B.** Phần thực bằng $2i$ và phần ảo bằng -5.

C. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -5. **D.** Phần thực bằng -5 và phần ảo bằng $2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z=-5+2i \Rightarrow \overline{z}=-5-2i \Rightarrow$ Phần thực là -5 và phần ảo là -2.

Câu 140: Số nào trong các số phức sau là số thực?

A. $(5+2i)-(\sqrt{5}-2i)$. **B.** $(1+2i)+(-1+2i)$.

C. $(3+2i)+(3-2i)$. **D.** $(\sqrt{3}+2i)-(\sqrt{3}-2i)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $(3+2i)+(3-2i)=6$.

Câu 141: Cho số phức $z=\sqrt{2}-3i$. Gọi a,b lần lượt là phần thực và phần ảo của z. Tìm a,b.

A. $a=-\sqrt{2}, b=3$. **B.** $a=\sqrt{2}, b=-3$. **C.** $a=3, b=\sqrt{2}$. **D.** $a=-3, b=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Số phức có phần thực bằng $\sqrt{2}$, phần ảo bằng -3.

Câu 142: Phần ảo của số phức $z=(1-2i)^2$ là:

A. 4. **B.** $-4i$. **C.** -3. **D.** -4.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z=(1-2i)^2=1-4i+(2i)^2=1-4i+4i^2=-3-4i$.

Câu 143: Tìm phần ảo của số phức $z=(1-i)^2+(1+i)^2$.

A. -4. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z=(1-i)^2+(1+i)^2=-2i+2i=0$.

Câu 144: Tìm phần thực và phần ảo của số phức liên hợp $\overline{z}$ của số phức $z=-i(4i+3)$.

A. Phần thực là 4 và phần ảo là 3. **B.** Phần thực là 4 và phần ảo là $3i$.

C. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$. **D.** Phần thực là 4 và phần ảo là -3.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z=-i(4i+3)=4-3i \Rightarrow \overline{z}=4+3i$. Vậy: Phần thực là 4 và phần ảo là 3.

Câu 145: Số phức $z=15-3i$ có phần ảo bằng

A. 3. **B.** 15. **C.** $3i$. **D.** -3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 146: Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=m-3+(m^2-6)i$, $(m\in\mathbb{R})$ Tìm tập hợp tất cả các giá trị m để z_1+z_2 là số thực.

A. $\{2\}$. **B.** $\{-\sqrt{6};\sqrt{6}\}$. **C.** $\{-2\}$. **D.** $\{-2;2\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $z_1+z_2=m-2+(m^2-4)i$. Để z_1+z_2 là số thực $\Leftrightarrow m^2-4=0 \Leftrightarrow m=2 \vee m=-2$.

Câu 147: Cho số phức $z=mi$, $(m\in\mathbb{R})$. Tìm phần ảo của số phức $\frac{1}{z}$?

A. $-\frac{1}{m}i$. **B.** $\frac{1}{m}i$. **C.** $-\frac{1}{m}$. **D.** $\frac{1}{m}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $\frac{1}{z}=\frac{1}{mi}=\frac{1}{mi.i}i=-\frac{1}{m}i$.

Câu 148: Giả sử số phức.

$z=-1+i-i^2+i^3-i^4+i^5-...-i^{99}+i^{100}-i^{101}$. Lúc đó tổng phần thực và phần ảo của z là:

A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Nhận xét: tổng 4 số hạng liên tiếp $-i^{4m+2}+i^{4m+3}-i^{4m+4}+i^{4m+5}=1-i-1+i=0$ nên $z=-1+i$.

Câu 149: Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3. **B.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2. **D.** Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $\overline{z}=3+2i$. Vậy phần thực, phần ảo của số phức $\overline{z}$ lần lượt là 3, 2.

Câu 150: Trên mặt phẳng tọa độ cho điểm $M\left(-6;7\right)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm a là phần thực và b là phần ảo của số phức z.

A. $a=7$ và $b=-6i$. **B.** $a=-6$ và $b=7$.

C. $a=7$ và $b=-6$. **D.** $a=-6$ và $b=7i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $M\left(-6;7\right)$ là điểm biểu diễn của số phức $z\Rightarrow z=-6+7i$.

Vì a là phần thực và b là phần ảo của số phức z nên $a=-6$ và $b=7$.

Câu 151: Cho số phức $z=-7+5i$. Phần ảo của số phức z là

A. -2. **B.** $5i$. **C.** 7. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 152: Cho số phức $z=\left(3+2i\right)^3$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực và phần ảo lần lượt là: $-9,46$. **B.** Phần thực và phần ảo lần lượt là: $-9,-46$.

C. Phần thực và phần ảo lần lượt là: $9,-46$. **D.** Phần thực và phần ảo lần lượt là: $9,46$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $z=\left(3+2i\right)^3=-9+46i\Rightarrow\overline{z}=-9-46i$. Phần thực và phần ảo lần lượt là $-9;-46$.

Câu 153: Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\left(2x-1\right)+\left(y+1\right)i=1+2i$. Giá trị của biểu thức $x^2+2xy+y^2$ bằng

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 4

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $\begin{cases}2x-1=1\\ y+1=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=1\end{cases}\Rightarrow x^2+2xy+y^2=1^2+2+1^2=4$.

Câu 154: Cho số phức $z=-3i$. Tìm phần thực của z.

A. không có. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Do $z=-3i$ là số thuần ảo nên có phần thực bằng 0.

Câu 155: Tìm phần thực và phần ảo của số phức z, biết $\overline{z}=-25-10i$.

A. Phần thực bằng 25 và Phần ảo bằng -10. **B.** Phần thực bằng -25 và Phần ảo bằng $-10i$.

C. Phần thực bằng 25 và Phần ảo bằng $-10i$. **D.** Phần thực bằng -25 và Phần ảo bằng 10.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$\overline{z}=-25-10i\Leftrightarrow z=-25+10i$.

Câu 156: Cho số phức $z=4+3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng 4 và Phần ảo bằng $3i$. **B.** Phần thực bằng 4 và Phần ảo bằng 3.

C. Phần thực bằng 4 và Phần ảo bằng -3. **D.** Phần thực bằng 4 và Phần ảo bằng $-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số phức $z = 4 + 3i$ có $\overline{z} = 4 - 3i$ nên số phức $\overline{z}$ có phần thực bằng 4 và phần ảo bằng -3.

Câu 157: Cho hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$. Số phức $z.z'$ có phần thực là:

A. $aa' - bb'$. **B.** $a.a'$. **C.** $2bb'$. **D.** $a + a'$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $z.z' = (a+bi)(a'+b'i) = a.a' + ab'i + a'bi + bb'i^2 = (aa' - b.b') + (ab' + a'b)i$.

Do đó số phức $z.z'$ có phần thực là $(a.a' - b.b')$.

Câu 158: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 14 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của $\overline{z}$ là?

A. -14. **B.** 4 . **C.** 14. **D.** -4.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $(1+i)z = 14 - 2i \Leftrightarrow z = \dfrac{14 - 2i}{1i} = 6 - 8i \Rightarrow \overline{z} = 6 + 8i$.

Vậy tổng phần thực phần ảo của $\overline{z}$ là 14.

CHUYÊN ĐỀ 3: SỐ PHỨC LIÊN HỢP

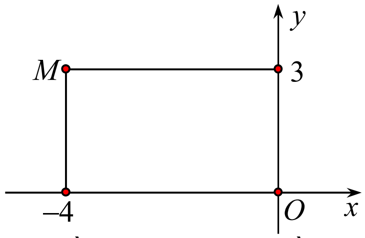
Câu 1: Cho số phức $z = 1 - \sqrt{2}i$. Tìm phần ảo của số phức $P = \frac{1}{z}$.

A. $-\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $-\frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $P = \frac{1}{z} = \frac{1}{1+i\sqrt{2}} = \frac{1-i\sqrt{2}}{1^2+\sqrt{2}^2} = \frac{1-i\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{2}}{3}i$.

Câu 2: Cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.



A. Phần thực là 3 và phần ảo là -4. **B.** Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.
C. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$. **D.** Phần thực là -4 và phần ảo là 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

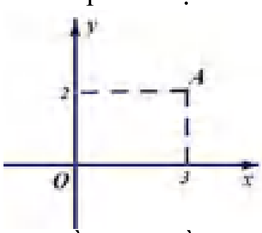
Câu 3: Cho số phức $z = -2 + 3i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\overline{z} = \sqrt{13}$. **B.** $\overline{z} = 2 - 3i$. **C.** $\overline{z} = 3 - 2i$. **D.** $\overline{z} = -2 - 3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $\overline{z} = -2 - 3i$.

Câu 4: Cho số phức z có điểm biểu diễn là điểm A trong hình vẽ bên. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.



A. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2. **B.** Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 2.
C. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng $-3i$. **D.** Phần thực bằng 3, phần ảo bằng $2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Từ hình vẽ ta suy ra số phức $z = 3 + 2i \Rightarrow \overline{z} = 3 - 2i$.
Nên số phức $\overline{z}$ có phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2.

Câu 5: Cho $z = 1 - 2i$. Phần thực của số phức $\omega = z^3 - \frac{2}{z} + z.\overline{z}$ bằng

A. $\frac{-31}{5}$. **B.** $\frac{-32}{5}$. **C.** $\frac{32}{5}$. **D.** $\frac{-33}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $\omega = (1-2i)^3 - \frac{2}{1-2i} + (1-2i)(1+2i)$. $\omega = \frac{-32}{5} + \frac{6}{5}i$. Phần thực là: $\frac{-32}{5}$.

Câu 6: Cho số phức z thoả mãn $\frac{z}{3+2i} = 1 - i$ Số phức liên hợp $\overline{z}$ là.

A. $\overline{z} = 5 + i$. **B.** $\overline{z} = -5 - i$. **C.** $\overline{z} = -1 - 5i$. **D.** $\overline{z} = -1 + 5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z = (3+2i)(1-i) = 5 - i$. Số phức liên hợp $\overline{z} = 5 + i$.

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, số phức liên hợp của số phức $z=(1+2i)(1-i)$ có điểm biểu diễn là điểm nào sau đây?

A. $Q(-3;1)$. **B.** $N(3;1)$. **C.** $M(3;-1)$. **D.** $P(-1;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $z=(1+2i)(1-i)=3+i\Rightarrow \overline{z}=3-i$. Do đó điểm biểu diễn của $\overline{z}$ là $M(3;-1)$.

Câu 8: Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2. **B.** Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3.

C. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2. **D.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 9: Số phức $z=2-5i$ có số phức liên hợp là:

A. $\overline{z}=2+5i$. **B.** $\overline{z}=-2+5i$. **C.** $\overline{z}=5-2i$. **D.** $\overline{z}=5+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z=a+bi\Rightarrow \overline{z}=a-bi$. Nên $z=2-5i\Rightarrow z=2+5i$.

Câu 10: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=(2-3i)(3+2i)$.

A. $\overline{z}=12-5i$. **B.** $\overline{z}=-12+5i$. **C.** $\overline{z}=-12-5i$. **D.** $\overline{z}=12+5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z=(2-3i)(3+2i)=6-5i-6i^2=12-5i\Rightarrow \overline{z}=12+5i$.

Câu 11: Cho số phức $z=1+i\sqrt{3}$, số phức liên hợp của số phức z là:

A. $\overline{z}=\sqrt{3}+i$. **B.** $\overline{z}=-\sqrt{3}-i$. **C.** $\overline{z}=1-i\sqrt{3}$. **D.** $\overline{z}=-1+i\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z=a+bi \Rightarrow \overline{z}=a-bi$ vậy $\overline{z}=1-i\sqrt{3}$.

Câu 12: Cho số phức $z=(1+i)^n$, biết $n\in\mathbb{N}$ và thỏa mãn $\log_4(n-3)+\log_4(n+9)=3$. Tìm phần thực của số phức z.

A. $a=-8$. **B.** $a=7$. **C.** $a=0$. **D.** $a=8$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Đk: $n>3$ $pt\Leftrightarrow (n-3)(n+9)=4^3\Leftrightarrow n^2+6n-91=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=7 \\ n=-13 \end{array}\right.\Rightarrow n=7$.

$z=(i+1)^7=8-8i$. Phần thực của z là 8.

Câu 13: Số phức liên hợp của số phức $z=3+2i$ là số phức.

A. $-3+2i$. **B.** $-2-3i$. **C.** $-3-2i$. **D.** $3-2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $\overline{z}=3-2i$.

Câu 14: Tìm phần thực, phần ảo của số phức z biết $\overline{z}=\left(\sqrt{3}+i\right)^2\left(1+i\sqrt{3}\right)$.

A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $-4\sqrt{3}i$. **B.** Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $4\sqrt{3}$.

C. Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $-4\sqrt{3}$. **D.** Phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $4\sqrt{3}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $\overline{z}=\left(\sqrt{3}+i\right)^2\left(1+i\sqrt{3}\right)=-4+4\sqrt{3}i\Rightarrow z=-4-4\sqrt{3}i$

Vậy phần thực bằng -4 và phần ảo bằng $-4\sqrt{3}$.

Câu 15: Phần ảo của số phức $z=1-i$ là

A. -1. **B.** $2i$. **C.** i. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 16: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=(2+i)(-1+i)(2i+1)^2$.

A. $\overline{z}=15+5i$. **B.** $\overline{z}=5+5i$. **C.** $\overline{z}=1+3i$. **D.** $\overline{z}=5-15i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z=(2+i)(-1+i)(2i+1)^2=(-3+i)(-3+4i)=5-15i\Rightarrow\overline{z}=5+15i$.

Câu 17: Số phức liên hợp của số phức $z=\dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^3}{1-i}$ là

A. $\overline{z}=-4+4i$. **B.** $\overline{z}=4-4i$. **C.** $\overline{z}=-4-4i$. **D.** $\overline{z}=4+4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z=\dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^3}{1-i}=\dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^3(1+i)}{(1-i)(1+i)}=-4-4i$. Suy ra $\overline{z}=-4+4i$.

Câu 18: Tìm số phức $\overline{z}$ thỏa mãn $\dfrac{2+i}{1-i}z=\dfrac{-1+3i}{2+i}$.

A. $-\dfrac{22}{25}+\dfrac{4}{25}i$. **B.** $\dfrac{22}{25}+\dfrac{4}{25}i$. **C.** $\dfrac{22}{25}-\dfrac{4}{25}i$. **D.** $\dfrac{22}{25}i+\dfrac{4}{25}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Dùng máy tính: $z=\dfrac{22}{25}+\dfrac{4}{25}i$. Vậy $\overline{z}=\dfrac{22}{25}-\dfrac{4}{25}i$.

Câu 19: Số phức z thỏa mãn $\overline{z}=-3-2i$ là

A. $z=-3-2i$ **B.** $z=-3+2i$ **C.** $z=3-2i$ **D.** $z=3+2i$

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $\overline{z}=-3-2i$ suy ra $z=-3+2i$.

Câu 20: Nếu số phức z thỏa mãn $|z|=1$ thì phần thực của $\dfrac{1}{1-z}$ bằng

A. 2. **B.** Một giá trị khác. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 21: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=(2+i)(-3i)$.

A. $\overline{z}=3-6i$. **B.** $\overline{z}=3+6i$. **C.** $\overline{z}=-3+6i$. **D.** $\overline{z}=-3-6i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z=(2+i)(-3i)=3-6i\Rightarrow\overline{z}=3+6i$.

Câu 22: Cho số phức $z=-2+5i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z+2\overline{z}$.

A. Phần thực -6 và phần ảo 5. **B.** Phần thực -6 và phần ảo $5i$.

C. Phần thực -6 và phần ảo -5. **D.** Phần thực -6 và phần ảo $-5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z+2\overline{z}=-2+5i+2(-2-5i)=-6-5i$.

Câu 23: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=3(2+3i)-4(2i-1)$.

A. $\overline{z}=10-i$. **B.** $\overline{z}=10+3i$. **C.** $\overline{z}=2-i$. **D.** $\overline{z}=10+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z=3(2+3i)-4(2i-1)=6+9\mathrm{i}-8\mathrm{i}+4=10+\mathrm{i}\Rightarrow\overline{z}=10-\mathrm{i}$.

Câu 24: Cho hai số phức $z=1+3i$, $w=2-i$. Tìm phần ảo của số phức $u=\overline{z}.w$.

A. 5. **B.** $-7i$. **C.** -7. **D.** $5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $\overline{z}=1-3i$; $u=\overline{z}.\mathrm{w}=(1-3i)(2-i)=-1-7i$. Vậy phần ảo của số phức u bằng -7.

Câu 25: Số phức liên hợp của số phức $z=(1-i)(3+2i)$ là

A. $5+i$. **B.** $5-i$. **C.** $1+i$. **D.** $1-i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z=5-i \Rightarrow \overline{z}=5+i$.

Câu 26: Số phức liên hợp của số phức $z=1+2i$ là.

A. $2+i$. **B.** $-1+2i$. **C.** $-1-2i$. **D.** $1-2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Số phức liên hợp của số phức $z=1+2i$ là $\overline{z}=1-2i$.

Câu 27: Cho số phức $z=3-4i$. Mệnh đề nào dưới đây **sai?**

A. Môđun của số phức z bằng 5.

B. Số phức liên hợp của z là $3-4i$.

C. Phần thực và phần ảo của z lần lượt là 3 và -4.

D. Biểu diễn số phức z lên mặt phẳng tọa độ là điểm $M(3;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Số phức liên hợp của $z=3-4i$ là $\overline{z}=3+4i$. Mệnh đề B sai.

Câu 28: Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là

A. $-1+2i$ **B.** $-1-2i$ **C.** $2-i$ **D.** $1+2i$

Hướng dẫn giải

Chọn D. Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là $\overline{z}=1+2i$.

Câu 29: Tìm số phức liên hợp của số phức z biết $z=i.z+2$.

A. $1-i$. **B.** $-1+i$. **C.** $-1-i$. **D.** $1+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z=i.z+2 \Leftrightarrow z=\dfrac{2}{1-i}=\dfrac{2(1+i)}{2}=1+i$. Vậy $\overline{z}=1-i$.

Câu 30: Trong các mệnh đề sau, hãy xác định mệnh đề đúng.

A. $z-\overline{z}\in\mathbb{R}$, $\forall z\in\mathbb{C}$. **B.** $z+2\overline{z}\in\mathbb{R}$, $\forall z\in\mathbb{C}$.

C. $z+\overline{z}\in\mathbb{R}$, $\forall z\in\mathbb{C}$. **D.** $z-2\overline{z}\in\mathbb{R}$, $\forall z\in\mathbb{C}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi số phức $z=a+bi$ ($\forall a$, $b\in\mathbb{R}$), suy ra $\overline{z}=a-bi$. Khi đó $z+\overline{z}=2a\in\mathbb{R}$.

Do vậy mệnh đề đúng là : $z+\overline{z}\in\mathbb{R}$, $\forall z\in\mathbb{C}$.

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $(1+3i)z-5=7i$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overline{z}=-\dfrac{13}{5}-\dfrac{4}{5}i$. **B.** $\overline{z}=\dfrac{13}{5}+\dfrac{4}{5}i$. **C.** $\overline{z}=-\dfrac{13}{5}+\dfrac{4}{5}i$. **D.** $\overline{z}=-\dfrac{13}{5}-\dfrac{4}{5}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $(1+3i)z-5=7i \Leftrightarrow z=\dfrac{5+7i}{1+3i}=\dfrac{13}{5}-\dfrac{4}{5}i \Rightarrow \overline{z}=\dfrac{13}{5}+\dfrac{4}{5}i$.

Câu 32: Cho các số phức $z_1=2+3i$, $z_2=4+5i$. Số phức liên hợp của số phức $w=2(z_1+z_2)$ là

A. $\overline{w}=28i$. **B.** $\overline{w}=8+10i$. **C.** $\overline{w}=12-16i$. **D.** $\overline{w}=12+8i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $w=2(6+8i)=12+16i \Rightarrow \overline{w}=12-16i$.

Câu 33: Cho số phức $z=1-2i$ thì số phức liên hợp $\overline{z}$ có

A. phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 1. **B.** phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -2.

C. phần thực bằng -2 và phần ảo bằng 1. **D.** phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $\overline{z}=1+2i$. Do đó số phức liên hợp $\overline{z}$ có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 2.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $(3+2i)z=7+5i$. Số phức liên hợp $\overline{z}$ của số phức z là

A. $\overline{z}=\frac{31}{5}-\frac{1}{5}i$. **B.** $\overline{z}=\frac{31}{13}-\frac{1}{13}i$. **C.** $\overline{z}=-\frac{31}{13}+\frac{1}{13}i$. **D.** $\overline{z}=-\frac{31}{5}+\frac{1}{5}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $(3+2i)z=7+5i\Rightarrow z=\frac{7+5i}{3+2i}=\frac{31}{13}+\frac{1}{13}i$. Vậy $\overline{z}=\frac{31}{13}-\frac{1}{13}i$.

Câu 35: Cho số phức $z=-5+2i$. Phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$ là:

A. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -5. **B.** Phần thực bằng $2i$ và phần ảo bằng -5.
C. Phần thực bằng -5 và phần ảo bằng $2i$. **D.** Phần thực bằng -5 và phần ảo bằng -2.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z=-5+2i\Rightarrow\overline{z}=-5-2i\Rightarrow$ Phần thực là -5 và phần ảo là -2.

Câu 36: Cho số phức z thỏa mãn: $(2-3i)z+(4+i)\overline{z}=-(1+3i)^2$. Xác định phần thực và phần ảo của z.

A. Phần thực là -2; phần ảo là $5i$. **B.** Phần thực là -2; phần ảo là 5.
C. Phần thực là -2; phần ảo là 3. **D.** Phần thực là -3; phần ảo là $5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z=a+bi\Rightarrow\overline{z}=a-bi$, ta có:

$(2-3i)z+(4+i)\overline{z}=-(1+3i)^2\Leftrightarrow(2-3i)(a+bi)+(4+i)(a-bi)=8-6i$

$\Leftrightarrow 3a+2b-(a+b)i=4-3i\Leftrightarrow\begin{cases}3a+2b=4\\a+b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\b=5\end{cases}\Rightarrow z=-2+5i$.

Câu 37: Cho số phức $z=3+2i$. Tìm phần thực của số phức z^2.

A. 12. **B.** 5. **C.** 13. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z^2=(3+2i)^2=5+12i$. Vậy phần thực của số phức z^2 là 5.

Câu 38: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=3+2i$.

A. $\overline{z}=-2-3i$. **B.** $\overline{z}=3-2i$. **C.** $\overline{z}=-3-2i$. **D.** $\overline{z}=2-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $\overline{z}=3-2i$.

Câu 39: Kí hiệu a,b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z=-4-3i$. Tìm a,b.

A. $a=4$, $b=3$. **B.** $a=-4$, $b=-3i$. **C.** $a=-4$, $b=3$. **D.** $a=-4$, $b=-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 40: Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z=-i$.

A. Phần thực là -1 và phần ảo là i. **B.** Phần thực là $-i$ và phần ảo là 0.
C. Phần thực là 0 và phần ảo là -1. **D.** Phần thực là 0 và phần ảo là $-i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 41: Cho số phức $z=1+2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w=2z+\overline{z}$.

A. Phần thực là 2 và phần ảo là 3. **B.** Phần thực là 3 và phần ảo là $2i$.
C. Phần thực là $2i$ và phần ảo là 3. **D.** Phần thực là 3 và phần ảo là 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $w=2z+\overline{z}=2(1+2i)+(1-2i)=3+2i$. Phần thực là 3 và phần ảo là 2.

Câu 42: Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=2-3i$. Phần thực và phần ảo của số phức z_1-2z_2 là

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $8i$. **B.** Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 8.
C. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -8. **D.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 8.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z_1-2z_2=1+2i-2(2-3i)=-3+8i$.

Vậy phần thực của z_1-2z_2 là -3 và phần ảo là 8.

Câu 43: Biết phương trình $az^3+bz^2+cz+d=0$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có z_1, z_2, $z_3=1+2i$ là nghiệm. Biết z_2 có phần ảo âm, tìm phần ảo của $w=z_1+2z_2+3z_3$.

A. 3. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Vì phương trình bậc ba với hệ số thực luôn có ít nhất một nghiệm thực, nên theo đề bài, phương trình đã cho có 1 nghiệm thực và 2 nghiệm phức với phần ảo khác 0.

Vì $z_3=1+2i$ là nghiệm của phương trình nên một nghiệm phức còn lại phải là liên hợp của z_3; hay $z_2=\overline{z_3}=1-2i$.

Vì phần ảo của z_1 bằng 0 nên phần ảo của $w=z_1+2z_2+3z_3$ là $0+2.(-2)+3.2=2$.

Câu 44: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z=4-3i+2z$. Số phức liên hợp của số phức z là?

A. $\overline{z}=2+i$. **B.** $\overline{z}=-2+i$. **C.** $\overline{z}=-2-i$. **D.** $\overline{z}=2-i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $(1+2i)z=4-3i+2z\Leftrightarrow(1+2i-2)z=4-3i\Leftrightarrow z=\dfrac{4-3i}{2i-1}=-2-i\Rightarrow\overline{z}=-2+i$.

Câu 45: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=-i$.

A. i. **B.** 1. **C.** $-i$. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 46: Cho số phức z thỏa mãn: $(1+i)z=14-2i$. Tổng phần thực và phần ảo của $\overline{z}$ bằng

A. -4. **B.** 14. **C.** 4. **D.** -14.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $(1+i)z=14-2i\Leftrightarrow z=\dfrac{14-2i}{1+i}=6-8i\Rightarrow\overline{z}=6+8i$

Vậy tổng phần thực phần ảo của $\overline{z}$ là 14.

Câu 47: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=(-2+3i)(7-8i)$.

A. $\overline{z}=10-37i$. **B.** $\overline{z}=-10-37i$. **C.** $\overline{z}=38-37i$. **D.** $\overline{z}=-38-37i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$z=(-2+3i)(7-8i)=10+37i\Rightarrow\overline{z}=10-37i$.

CHUYÊN ĐỀ 4: TÍNH MÔ ĐUN CỦA SỐ PHỨC

Câu 1. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z.\overline{z}-z\right|=2$ và $\left|z\right|=2$. Số phức $w=z^2-z-3i$ bằng:

A. $z=2-3i$. **B.** $z=6-3i$. **C.** $z=-1-2i$. **D.** $z=-1-4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z=x+yi$ với x, $y\in\mathbb{R}$. Ta có $\left|z\right|=2\Leftrightarrow x^2+y^2=4\quad(1)$.

Mà $\left|z.\overline{z}-z\right|=2\Leftrightarrow\left|z.\left(\overline{z}-1\right)\right|=2\Leftrightarrow\left|\overline{z}-1\right|=1\Leftrightarrow(x-1)^2+y^2=1\Leftrightarrow x^2+y^2-2x=0\quad(2)$.

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}x^2+y^2=4\\x^2+y^2-2x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=0\end{cases}$

Với $\begin{cases}x=2\\y=0\end{cases}\Rightarrow z=2$ nên $w=z^2-z-3i=2-3i$.

Câu 2. Tìm môđun của số phức $z=\left(2-\sqrt{3}i\right)\left(\dfrac{1}{2}+\sqrt{3}i\right)$.

A. $\dfrac{\sqrt{91}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{91}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{61}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{71}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z=\left(2-\sqrt{3}i\right)\left(\dfrac{1}{2}+\sqrt{3}i\right)=4+\dfrac{3\sqrt{3}i}{2}\Rightarrow\left|z\right|=\dfrac{\sqrt{91}}{2}$.

Câu 3. Cho số phức z thỏa mãn $\overline{z}=\dfrac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$. Môđun của số phức $\overline{z}+iz$ bằng

A. $4\sqrt{3}$. **B.** $8\sqrt{2}$. **C.** $8\sqrt{3}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Câu 4. Xét các số phức z_1, z_2 thỏa $\begin{cases}\left|z_1\right|=\left|z_2\right|=\sqrt{13}\\\left|z_1-z_2\right|=5\sqrt{2}\end{cases}$. Hãy tính $\left|z_1+z_2\right|$.

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z_1=a_1+b_1;z_2=a_2+b_2i,\left(a_1,b_1,a_2,b_2\in\mathbb{R}\right)$. Giả thiết:

$$\begin{cases}\sqrt{a_1^2+b_1^2}=\sqrt{a_2^2+b_2^2}=\sqrt{13}\\\sqrt{\left(a_1-a_2\right)^2+\left(b_1-b_2\right)^2}=5\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\left(a_1a_2+b_1b_2\right)=-24\\\sqrt{\left(a_1-a_2\right)^2+\left(b_1-b_2\right)^2}=\sqrt{a_1^2+b_1^2+a_2^2+b_2^2-2\left(a_1a_2+b_1b_2\right)}=5\sqrt{2}\end{cases}.$$

$\Rightarrow a_1a_2+b_1b_2=-12$. Vậy $\left|z_1+z_2\right|=\sqrt{\left(a_1-a_2\right)^2+\left(b_1-b_2\right)^2}=\sqrt{13+13-24}=\sqrt{2}$.

Câu 5. Cho số phức $z_1=-1+3i$; $z_2=2-2i$. Tính mô đun số phức $w=z_1+z_2-5$.

A. $\left|w\right|=\sqrt{21}$. **B.** $\left|w\right|=\sqrt{15}$. **C.** $\left|w\right|=4$. **D.** $\left|w\right|=\sqrt{17}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $w=z_1+z_2-5=-1+3i+2-2i-5=-4+i\Rightarrow\left|w\right|=\sqrt{\left(-4\right)^2+1^2}=\sqrt{17}$.

Câu 6. Cho số phức z thỏa mãn $z\left(1+i\right)=3-5i$. Tính môđun của z.

A. $\left|z\right|=4$. **B.** $\left|z\right|=\sqrt{17}$. **C.** $\left|z\right|=16$. **D.** $\left|z\right|=17$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $z\left(1+i\right)=3-5i\Leftrightarrow z=\dfrac{3-5i}{1+i}=-1-4i\Rightarrow\left|z\right|=\sqrt{\left(-1\right)^2+\left(-4\right)^2}=\sqrt{17}$.

Câu 7. Cho $z_1 = 2+3i;\ z_2 = 1+i$. **Tính** $\left|\dfrac{z_1^3+z_2}{z_1+z_2}\right|$.

A. $\sqrt{\dfrac{85}{25}}$. **B.** $\dfrac{61}{5}$. **C.** 85. **D.** $\sqrt{85}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $\dfrac{z_1^3+z_2}{z_1+z_2} = \dfrac{(2+3i)^3+1+i}{(2+3i)+(1+i)} = -\dfrac{19}{5}+\dfrac{42}{5}i \Rightarrow \left|\dfrac{z_1^3+z_2}{z_1+z_2}\right| = \sqrt{85}$.

Câu 8. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z-2=2+3i$. Môđun của z là:

A. $|z|=\sqrt{5}$. **B.** $|z|=\dfrac{5\sqrt{5}}{3}$. **C.** $|z|=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$. **D.** $|z|=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $(2-i)z-2=2+3i \Leftrightarrow z=1+2i$. Vậy $|z|=\sqrt{5}$.

Câu 9. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(2-i)z=(4+i)z+3-2i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\overline{z}=-\dfrac{1}{4}+\dfrac{5}{4}i$. **B.** $\overline{z}=-\dfrac{1}{4}-\dfrac{5}{4}i$. **C.** $\overline{z}=\dfrac{5}{4}+\dfrac{1}{4}i$. **D.** $\overline{z}=\dfrac{5}{4}-\dfrac{1}{4}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

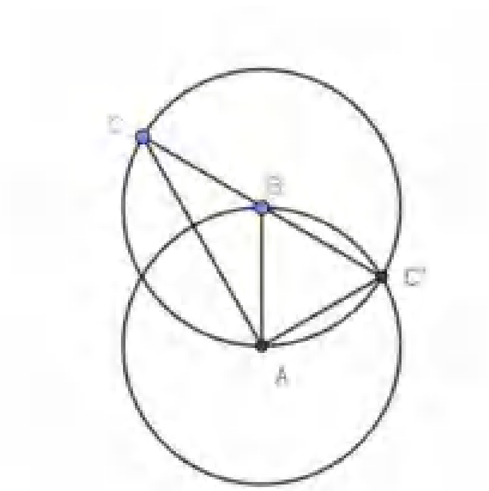
$(2-i)z=(4+i)z+3-2i \Leftrightarrow (-2-2i)z=3-2i \Leftrightarrow z=\dfrac{3-2i}{-2-2i}=-\dfrac{1}{4}+\dfrac{5}{4}i \Rightarrow \overline{z}=-\dfrac{1}{4}-\dfrac{5}{4}i$

Câu 10. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=1$, $|z_1+z_2|=\sqrt{3}$. Tính $|z_1-z_2|$.

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Vẽ đường tròn (C_1) có tâm A và bán kính bằng 1, trên (C_1) lấy một điểm bất kỳ B. Từ điểm B vẽ đường tròn (C_2) có B và bán kính bằng 1, trên (C_1) lấy một điểm C sao cho góc $\widehat{ABC}=120^\circ$. Lấy điểm C' đối xứng với A qua B, khi đó C' nằm trên đường tròn (C_2).

Ta xem $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ là các véc tơ biểu diễn số phức z_1, z_2. Khi đó $\overrightarrow{AC}$ là véc tơ biểu diễn cho z_1+z_2 và $\overrightarrow{AC'}$ là véc tơ biểu diễn cho z_1-z_2.

Tam giác ABC' là tam giác cân tại B có góc $\widehat{ABC'}=60^\circ$ nên nó là tam giác đều, suy ra $|z_1-z_2|=AC'=1$.

Câu 11. Cho số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$. Tính môđun của số phức $\overline{z}$.

A. $|\overline{z}| = \sqrt{a+b}$. **B.** $|\overline{z}| = a^2 + b^2$. **C.** $|\overline{z}| = \sqrt{a^2+b^2}$. **D.** $|\overline{z}| = \sqrt{a^2-b^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Do $|\overline{z}| = |z| = \sqrt{a^2+b^2}$.

Câu 12. Cho số phức z thỏa mãn $z(3+2i) + 14i = 5$, tính $|z|$.

A. $|z| = \sqrt{7}$. **B.** $|z| = \sqrt{5}$. **C.** $|z| = \sqrt{15}$. **D.** $|z| = \sqrt{17}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z = \dfrac{5-14i}{3+2i} = -1-4i$. Vậy $|z| = \sqrt{17}$.

Câu 13. Cho hai số phức $z_1 = 1+3i$ và $z_2 = -3+2i$. Tính mô đun của số phức $z_1 + z_2$.

A. $|z_1+z_2| = -\sqrt{29}$. **B.** $|z_1+z_2| = \sqrt{29}$. **C.** $|z_1+z_2| = 29$. **D.** $|z_1+z_2| = -29$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z_1 + z_2 = -2+5i \Rightarrow |z_1+z_2| = \sqrt{29}$.

Câu 14. Cho hai số phức $z_1 = 1-i$ và $z_2 = -3+5i$. Môđun của số phức $w = z_1.\overline{z}_2 + z_2$.

A. $|w| = \sqrt{130}$. **B.** $|w| = 112$. **C.** $|w| = \sqrt{112}$. **D.** $|w| = 130$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $\overline{z}_2 = -3-5i \Rightarrow z_1.\overline{z}_2 = (1-i)(-3-5i) = -8-2i$.

Khi đó: $w = -11+3i \Rightarrow |w| = \sqrt{(-11)^2+3^2} = \sqrt{130}$.

Câu 15. Tính môđun của số phức $z = (1-2i)\left[2+i+i(3-2i)\right]$.

A. $|z| = 4\sqrt{10}$. **B.** $|z| = 4\sqrt{5}$. **C.** $|z| = 160$. **D.** $|z| = 2\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$z = (1-2i)\left[2+i+i(3-2i)\right] = 12-4i$ nên môđun là $|z| = \sqrt{12^2+4^2} = 4\sqrt{10}$.

Câu 16. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2| = 1$. Tính $|z_1+z_2|$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1. Ta có $|z_1-z_2|^2 = (z_1-z_2).(\overline{z_1-z_2}) = (z_1-z_2)(\overline{z}_1-\overline{z}_2) = |z_1|^2 + |z_2|^2 - (z_1.\overline{z}_2 + \overline{z}_1.z_2)$.

$\Rightarrow z_1.\overline{z}_2 + \overline{z}_1.z_2 = 1 \Rightarrow |z_1+z_2|^2 = (z_1+z_2).(\overline{z_1+z_2}) = (z_1+z_2)(\overline{z}_1+\overline{z}_2) = |z_1|^2+|z_2|^2 + (z_1.\overline{z}_2+\overline{z}_1.z_2) = 3$.

Từ đó suy ra $|z_1+z_2| = \sqrt{3}$.

Cách 2. Giả sử z_1 được biểu diễn bởi điểm M_1 trong mặt phẳng Oxy.

Giả sử z_2 được biểu diễn bởi điểm M_2 trong mặt phẳng Oxy.

Gọi I là trung điểm của M_1M_2.

Ta có $1 = |z_1| = |z_2| = |z_1-z_2| \Rightarrow OM_1 = OM_2 = M_1M_2 = 1$, suy ra ΔOM_1M_2 đều có cạnh bằng 1.

Khi đó $|z_1+z_2| = \left|\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}\right| = 2\left|\overrightarrow{OI}\right| = 2OI = 2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$. Vậy $|z_1+z_2| = \sqrt{3}$.

Cách 3: Sử dụng đẳng thức $|z_1+z_2|^2 + |z_1-z_2|^2 = 2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right)$ với mọi số phức z_1, z_2, ta suy ra phương trình $|z_1+z_2|^2 + 1^2 = 2\left(1^2+1^2\right)$. Từ đó $|z_1+z_2| = \sqrt{3}$.

Câu 17. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+2=0$. Tính $T=\left|z_1^{2018}\right|+\left|z_2^{2018}\right|$

A. $T=2^{1010}$. **B.** $T=2^{2019}$. **C.** $T=1$. **D.** $T=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z^2-2z+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=1+i \\ z_2=1-i \end{array}\right.$.

Khi đó $z_1^{2018}=(1+i)^{2018}=\left((1+i)^2\right)^{1009}=(2i)^{1009}=2^{1009}.i$

và $z_2^{2018}=(1-i)^{2018}=\left((1-i)^2\right)^{1009}=(-2i)^{1009}=(-2)^{1009}.i$

Vậy $T=\left|z_1^{2018}\right|+\left|z_2^{2018}\right|=2^{1009}+2^{1009}=2^{1010}$.

Câu 18. Cho số phức z thỏa mãn $|z+3|=5$ và $|z-2i|=|z-2-2i|$. Tính $|z|$.

A. $|z|=\sqrt{17}$. **B.** $|z|=10$. **C.** $|z|=17$. **D.** $|z|=\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có: $|z+3|=5 \Leftrightarrow |a+bi+3|=5 \Leftrightarrow (a+3)^2+b^2=25\,(1)$.

Ta lại có: $|z-2i|=|z-2-2i| \Leftrightarrow |a+bi-2i|=|a+bi-2-2i|$

$\Leftrightarrow a^2+(b-2)^2=(a-2)^2+(b-2)^2 \Leftrightarrow a^2=(a-2)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a-2=a \\ a-2=-a \end{array}\right. \Leftrightarrow a=1$

Thế vào (1) $\Rightarrow 16+b^2=25 \Leftrightarrow b^2=9$. Vậy $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{1^2+9}=\sqrt{10}$.

Câu 19. Tính môđun của số phức $z=4-3i$.

A. $|z|=7$. **B.** $|z|=25$. **C.** $|z|=\sqrt{7}$. **D.** $|z|=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $|z|=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5$.

Câu 20. Tính mô đun của số phức z thỏa $z-2i\,\overline{z}=1-5i$.

A. $|z|=\sqrt{10}$. **B.** $|z|=4$. **C.** $|z|=\dfrac{\sqrt{170}}{3}$. **D.** $|z|=10$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Giả sử $z=x+yi,(x,y\in R)$, khi đó :

$z-2i\,\overline{z}=1-5i \Leftrightarrow (x+yi)-2i(x-yi)=1-5i \Leftrightarrow (x-2y)+(-2x+y)i=1-5i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=1 \\ -2x+y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow z=3+i \Rightarrow |z|=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}.$

Câu 21. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z+4\overline{z}=7-7i$. Khi đó, môđun của z bằng bao nhiêu?

A. $|z|=\sqrt{5}$. **B.** $|z|=3$. **C.** $|z|=5$. **D.** $|z|=\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Giả sử $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$.

$(1-i)z+4\overline{z}=7-7i \Leftrightarrow (1-i)(a+bi)+4(a-bi)=7-7i$.

$\Leftrightarrow a+bi-ai+b+4a-4bi=7-7i \Leftrightarrow \begin{cases} 5a+b=7 \\ -a-3b=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow z=1+2i$. Vậy $|z|=\sqrt{5}$.

Câu 22. Số phức $z=(1+2i)^2(1-i)$ có môđun là:

A. $|z|=5\sqrt{2}$. **B.** $|z|=50$. **C.** $|z|=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $|z|=5\dfrac{10}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z=(1+2i)^2(1-i)\Leftrightarrow z=1+7i\Rightarrow |z|=5\sqrt{2}$.

Câu 23. Cho số phức $z=3+i$. Tính $|\overline{z}|$.

A. $|\overline{z}|=2\sqrt{2}$. **B.** $|\overline{z}|=2$. **C.** $|\overline{z}|=4$. **D.** $|\overline{z}|=\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $|z|=|\overline{z}|=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$.

Câu 24. Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i)+\dfrac{2}{1-i}=\sqrt{14}+2i$. Tìm môđun của số phức $w=z+1$.

A. $|w|=\sqrt{9-2\sqrt{14}}$. **B.** $|w|=\sqrt{8-\sqrt{14}}$. **C.** $|w|=3\sqrt{2}$. **D.** $|w|=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z(1+i)+\dfrac{2}{1-i}=\sqrt{14}+2i\Leftrightarrow z=\dfrac{\left(\sqrt{14}-1\right)+i}{1+i}=\dfrac{\sqrt{14}+\left(2-\sqrt{14}\right)i}{2}$.

Suy ra $w=z+1=\dfrac{\left(\sqrt{14}+2\right)+\left(2-\sqrt{14}\right)i}{2}\Rightarrow |w|=\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{14}+2}{2}\right)^2+\left(\dfrac{2-\sqrt{14}}{2}\right)^2}=3\sqrt{2}$.

Câu 25. Cho số phức $z=-3+2i$. Tính môđun của số phức $z+1-i$.

A. $|z+1-i|=1$. **B.** $|z+1-i|=2\sqrt{2}$.

C. $|z+1-i|=\sqrt{5}$. **D.** $|z+1-i|=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z+1-i=-2-i\Rightarrow |z+1-i|=\sqrt{5}$.

Câu 26. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z=9-8i$. Mô đun của số phức $w=z+1+i$.

A. 6 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 5

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $(2+i)z=9-8i\Leftrightarrow z=\dfrac{9-8i}{2+i}=2-5i\Rightarrow w=z+1+i=2-5i+1+i=3-4i$

$\Rightarrow |w|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$.

Câu 27. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,\, b\in\mathbb{R})$ thoả mãn $(3-i)|z|=\dfrac{1+i\sqrt{7}}{z}+5-i$. Tính $P=a+b$.

A. $P=-2$. **B.** $P=2$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $(3-i)|z|=\dfrac{1+i\sqrt{7}}{z}+5-i\Leftrightarrow (3-i)|z|=\dfrac{\left(1+i\sqrt{7}\right)\overline{z}}{|z|^2}+5-i$

$\Leftrightarrow (3|z|-5)+(1-|z|)i=\dfrac{\left(1+i\sqrt{7}\right)\overline{z}}{|z|^2}\Leftrightarrow (3|z|-5)^2+(1-|z|)^2=\dfrac{8|z|^2}{|z|^4}$

$\Leftrightarrow 10|z|^4-32|z|^3+26|z|^2-8=0\Leftrightarrow (|z|-2)\left(5|z|^3-6|z|^2+|z|+2\right)=0$

$\Rightarrow |z|=2$ (phương trình $5|z|^3-6|z|^2+|z|+4=0$ vô nghiệm do $|z|\geq 0$).

Với $|z|=2$ thay vào biểu thức $(3-i)|z|=\dfrac{1+i\sqrt{7}}{z}+5-i$ ta được

$1-i=\dfrac{1+i\sqrt{7}}{z}\Leftrightarrow z=\dfrac{1+i\sqrt{7}}{1-i}\Leftrightarrow z=\dfrac{1-\sqrt{7}}{2}+\dfrac{1+\sqrt{7}}{2}i\Rightarrow a=\dfrac{1-\sqrt{7}}{2},\, b=\dfrac{1+\sqrt{7}}{2}$. $a+b=1$

Câu 28. Cho số phức z. Gọi A, B lần lượt là các điểm trong mặt phẳng (Oxy) biểu diễn các số phức z và $(1+i)z$. Tính $|z|$ biết diện tích tam giác OAB bằng 8.

A. $|z|=4$. **B.** $|z|=4\sqrt{2}$. **C.** $|z|=2$. **D.** $|z|=2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $OA=|z|$, $OB=|(1+i)z|=\sqrt{2}|z|$, $AB=|(1+i)z-z|=|iz|=|z|$.

Suy ra ΔOAB vuông cân tại A ($OA=AB$ và $OA^2+AB^2=OB^2$)

Ta có: $S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}OA.AB=\dfrac{1}{2}|z|^2=8\Leftrightarrow |z|=4$.

Câu 29. Số phức $z=(2-i)(1+2i)^2$ có modun bằng

A. 125. **B.** $5\sqrt{5}$. **C.** $25\sqrt{5}$. **D.** 15.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z=(2-i)(1+2i)^2\Leftrightarrow z=(2-i)(4i-3)\Leftrightarrow z=-2+11i$.

Suy ra $|z|=\sqrt{(-2)^2+11^2}=5\sqrt{5}$.

Câu 30. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thoả mãn các điều kiện $|z_1|=|z_2|=|z_1-z_2|=3$. Mô đun của số phức z_1+z_2 bằng

A. 3. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $|z_1|=|z_2|=|z_1-z_2|=3\Leftrightarrow\left|\dfrac{z_1}{3}\right|=\left|\dfrac{z_2}{3}\right|=\left|\dfrac{z_1-z_2}{3}\right|=1\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{z_1}{3}=\cos\varphi_1+i\sin\varphi_1\\ \dfrac{z_2}{3}=\cos\varphi_2+i\sin\varphi_2\end{cases}$.

Suy ra $\dfrac{z_1-z_2}{3}=\cos\varphi_1-\cos\varphi_2+i(\sin\varphi_1-\sin\varphi_2)$.

Từ giải thiết $\left|\dfrac{z_1-z_2}{3}\right|=1\Leftrightarrow(\cos\varphi_1-\cos\varphi_2)^2+(\sin\varphi_1-\sin\varphi_2)^2=1$

$\Leftrightarrow 2-2(\cos\varphi_1\cos\varphi_2+\sin\varphi_1\sin\varphi_2)=1\Leftrightarrow 1-2\cos(\varphi_1-\varphi_2)=0\Leftrightarrow\cos(\varphi_1-\varphi_2)=\dfrac{1}{2}$.

Vậy $\dfrac{z_1+z_2}{3}=\cos\varphi_1+\cos\varphi_2+i(\sin\varphi_1+\sin\varphi_2)$.

Suy ra $\left|\dfrac{z_1+z_2}{3}\right|^2=(\cos\varphi_1+\cos\varphi_2)^2+(\sin\varphi_1+\sin\varphi_2)^2=2+2\cos(\varphi_1-\varphi_2)=3$.

Vậy $|z_1+z_2|=3\sqrt{3}$.

Cách 2 : Dùng máy tính cầm tay: $\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{z_1}{3}=\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\\ \dfrac{z_2}{3}=\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)\end{cases}$

Ta có $\left|\dfrac{z_1}{3}\right|=\left|\dfrac{z_2}{3}\right|=\left|\dfrac{z_1-z_2}{3}\right|=1$. Khi đó ta có $\left|\dfrac{z_1+z_2}{3}\right|=\sqrt{3}\Rightarrow|z_1+z_2|=3\sqrt{3}$.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z=(1+2i)-(-2+i)$. Mô đun của z bằng

A. 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $(1+2i)z=(1+2i)-(-2+i)\Leftrightarrow(1+2i)z=3+i\Leftrightarrow z=\dfrac{3+i}{1+2i}=1-i$. Vậy $|z|=\sqrt{2}$.

Câu 32. Tính môđun số phức nghịch đảo của số phức $z=(1-2i)^2$.

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{1}{25}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z=-3-4i$. Suy ra $\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{-3-4i}=-\dfrac{3}{25}+\dfrac{4}{25}i$. Nên $|z|=\sqrt{\left(\dfrac{-3}{25}\right)^2+\left(\dfrac{4}{25}\right)^2}=\dfrac{1}{5}$.

Câu 33. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=(3-4i)^2$.

A. $\overline{z}=(3+4i)^2$. **B.** $\overline{z}=24-i$. **C.** $\overline{z}=-7+24i$. **D.** $\overline{z}=-7-24i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z=(3-4i)^2=-7-24i\Rightarrow\overline{z}=-7+24i$.

Câu 34. Tính mô đun của số phức z biết $(1-2i)z=2+3i$.

A. $|z|=\dfrac{\sqrt{13}}{5}$. **B.** $|z|=\dfrac{\sqrt{13}}{5}$. **C.** $|z|=\dfrac{\sqrt{33}}{5}$. **D.** $|z|=\dfrac{\sqrt{65}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $(1-2i)z=2+3i\Leftrightarrow z=\dfrac{2+3i}{1-2i}=-\dfrac{4}{5}+\dfrac{7}{5}i$.Vậy $|z|=\dfrac{\sqrt{65}}{5}$.

Câu 35. Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của z.

A. $-2i$. **B.** 2. **C.** -2. **D.** $2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $\overline{z}=3+2i$ nên phần ảo của $\overline{z}$ là 2.

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn: $z(2-i)+13i=1$. Tính mô đun của số phức z.

A. $|z|=34$. **B.** $|z|=\sqrt{34}$. **C.** $|z|=\dfrac{\sqrt{34}}{3}$. **D.** $|z|=\dfrac{5\sqrt{34}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. **Cách 1:** Ta có $z(2-i)+13i=1\Rightarrow z=\dfrac{1-13i}{2-i}\Rightarrow|z|=\dfrac{|1-13i|}{|2-i|}=\sqrt{34}$.

$\Rightarrow|z|=\sqrt{\left(\dfrac{-11}{5}\right)^2+\left(\dfrac{27}{5}\right)^2}\Rightarrow|z|=\sqrt{\dfrac{850}{25}}=\sqrt{34}$.

Cách 2: Dùng máy tính Casio bấm $|z|=\left|\dfrac{1-13i}{2-i}\right|$.

Câu 37. Cho hai số phức z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2+4z+13=0$. Tính môđun của số phức $\mathrm{w}=(z_1+z_2)i+z_1z_2$.

A. $|\mathrm{w}|=\sqrt{153}$. **B.** $|\mathrm{w}|=3$. **C.** $|\mathrm{w}|=\sqrt{185}$. **D.** $|\mathrm{w}|=\sqrt{17}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z^2+4z+13=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=-2-3i\\z_2=-2+3i\end{array}\right.$. Khi đó:

$\mathrm{w}=(z_1+z_2)i+z_1z_2.=(-2-3i-2+3i)i+(-2-3i)(-2+3i)=-4i+13$

$\Rightarrow|w|=\sqrt{(-4)^2+13^2}=\sqrt{185}$.

Câu 38. Cho số phức $(1-i)z=4+2i$. Tìm môđun của số phức $w=z+3$.

A. $\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 25. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z=\dfrac{4+2i}{1-i}=1+3i$. Do đó: $w=z+3=4+3i$. Vậy $|w|=\sqrt{4^2+3^2}=5$.

Câu 39. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=1$, $|z_2|=2$ và $|z_1+z_2|=3$. Giá trị của $|z_1-z_2|$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** một giá trị khác.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Giả sử $z_1=a_1+b_1i,\ (a_1,\, b_1\in\mathbb{R})$, $z_2=a_2+b_2i,\ (a_2,\, b_2\in\mathbb{R})$.

Theo bài ra ta có: $\begin{cases}|z_1|=1\\|z_2|=2\\|z_1+z_2|=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a_1^2+b_1^2=1\\a_2^2+b_2^2=4\\(a_1+a_2)^2+(b_1+b_2)^2=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a_1^2+b_1^2=1\\a_2^2+b_2^2=4\\2a_1a_2+2b_1b_2=4\end{cases}$.

Khi đó ta có: $|z_1-z_2|=\sqrt{(a_1-a_2)^2+(b_1-b_2)^2}=\sqrt{\left(a_1^2+b_1^2\right)+\left(a_2^2+b_2^2\right)-\left(2a_1a_2+2b_1b_2\right)}=1$.

Vậy $|z_1-z_2|=1$.

Câu 40. Cho 2 số phức $z_1=2+5i$, $z_2=3-i$. Tìm modun của số phức z_1-z_2?

A. $\sqrt{15}$. **B.** $\sqrt{36}$. **C.** $\sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{17}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z_1-z_2=2+5i-(3-i)=-1+6i\Rightarrow|z_1-z_2|=\sqrt{37}$.

Câu 41. Cho số phức $z=2-3i$. Tính môđun của số phức $w=z-1$.

A. $|w|=2\sqrt{5}$. **B.** $|w|=\sqrt{13}$. **C.** $|w|=4$. **D.** $|w|=\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $w=z-1=1-3i\Rightarrow|w|=\sqrt{1^2+(-3)^2}=\sqrt{10}$.

Câu 42. Cho z_1,z_2,z_3 là các số phức thõa mãn $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $|z_1+z_2+z_3|\neq|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$. **B.** $|z_1+z_2+z_3|=|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$.

C. $|z_1+z_2+z_3|>|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$. **D.** $|z_1+z_2+z_3|<|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1\Rightarrow\overline{z_1}=\dfrac{1}{z_1},\overline{z_2}=\dfrac{1}{z_2},\overline{z_3}=\dfrac{1}{z_3}$. Mặt khác ta có

$$|z_1+z_2+z_3|=|\overline{z_1}+\overline{z_2}+\overline{z_3}|=\left|\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}+\frac{1}{z_3}\right|=\left|\frac{z_2z_3+z_1z_2+z_3z_1}{z_1z_2z_3}\right|=|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|.$$

Câu 43. Cho số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=-2-2i$. Tìm môđun của số phức z_1-z_2.

A. $|z_1-z_2|=5$. **B.** $|z_1-z_2|=1$. **C.** $|z_1-z_2|=\sqrt{17}$. **D.** $|z_1-z_2|=2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $|z_1-z_2|=|(1+2i)-(-2-2i)|=|3+4i|=\sqrt{3^2+4^2}=5$

Câu 44. Tính môđun của số phức z thỏa $\dfrac{(1+2i)z}{3-i}=\dfrac{1}{2}(1+i)^2$.

A. $|z|=\sqrt{5}$. **B.** $|z|=\sqrt{2}$. **C.** $|z|=2$. **D.** $|z|=\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\dfrac{(1+2i)z}{3-i}=\dfrac{1}{2}(1+i)^2\Leftrightarrow\dfrac{1+7i}{10}z=\dfrac{1}{2}.2i\Leftrightarrow z=\dfrac{10i}{1+7i}=\dfrac{7}{5}+\dfrac{1}{5}i$. Khi đó $|z|=\sqrt{2}$.

Câu 45. Cho các số phức $z_1 = 1-2i;\ z_2 = 1-3i$. Tính môđun của số phức $\overline{z_1} + \overline{z_2}$.

A. $\left|\overline{z_1} + \overline{z_2}\right| = \sqrt{26}$. **B.** $\left|\overline{z_1} + \overline{z_2}\right| = \sqrt{29}$. **C.** $\left|\overline{z_1} + \overline{z_2}\right| = 5$. **D.** $\left|\overline{z_1} + \overline{z_2}\right| = \sqrt{23}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $\begin{cases} z_1 = 1-2i \\ z_2 = 1-3i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{z}_1 = 1+2i \\ \overline{z}_2 = 1+3i \end{cases} \Rightarrow \overline{z}_1 + \overline{z}_2 = 2+5i \Rightarrow \left|\overline{z}_1 + \overline{z}_2\right| = \sqrt{29}$.

Câu 46. Tính môđun của số phức z thoả mãn $z(1+3i)+\mathrm{i} = 2$.

A. $|z| = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $|z| = \dfrac{\sqrt{65}}{5}$. **C.** $|z| = \sqrt{2}$. **D.** $|z| = \sqrt{17}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có : $z(1+3i)+\mathrm{i} = 2 \Leftrightarrow z = \dfrac{2-i}{1+3i} = -\dfrac{1}{10} - \dfrac{7}{10}i$. Suy ra $|z| = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 47. Môđun của số phức $z = (2-3i)(1+i)^4$ là

A. $|z| = 4\sqrt{13}$. **B.** $|z| = \sqrt{31}$. **C.** $|z| = -8+12i$. **D.** $|z| = \sqrt{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z = (2-3i)(1+i)^4 = -8+12i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-8)^2 + 12^2} = 4\sqrt{13}$.

Câu 48. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $(1+2i)(z-i)+2z = 2i$.

A. $|z| = 1$. **B.** $|z| = \sqrt{2}$. **C.** $|z| = 2$. **D.** $|z| = 2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $z = x+yi;\ x,y \in \mathbb{R}$, ta có:

$(1+2i)(z-i)+2z = 2i \Leftrightarrow (3x-3y+2)+(2x+3y-3)i = 0 \Leftrightarrow x = 0, y = 1$. Vậy $z = 1$.

Câu 49. Cho số phức $z = \sqrt{7} - 3i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = 5$. **B.** $|z| = 3$. **C.** $|z| = 4$. **D.** $|z| = -4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $|z| = \sqrt{7+9} = 4$.

Câu 50. Cho hai số phức $z_1 = 4+5i$ *và* $z_2 = -1+2i$. Tính môđun của số phức.

A. $|z_1 - z_2| = \sqrt{5}$. **B.** $|z_1 - z_2| = \sqrt{34}$. **C.** $|z_1 - z_2| = \sqrt{41}$. **D.** $|z_1 - z_2| = 3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z_1 - z_2 = 5+3i \Rightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{5^2+3^2} = \sqrt{34}$.

Câu 51. Cho số phức z thỏa mãn $\overline{z} = \dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^3}{1-i}$. Tìm môđun của $\overline{z}+iz$?

A. $8\sqrt{3}$. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có:

$$\overline{z} = \frac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^3}{1-i} = \frac{-8}{1-i} = -4-4i \Rightarrow z = -4+4i \Rightarrow \overline{z}+iz = -4-4i+i(-4+4i) = -8-8i \Rightarrow \left|\overline{z}+iz\right| = 8\sqrt{2}.$$

Câu 52. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$, $|z_1+z_2| = \sqrt{3}$. Tính $|z_1 - z_2|$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1:

Đặt $z_1 = a_1 + b_1 i$; $z_2 = a_2 + b_2 i$. Theo giải thiết $|z_1| = |z_2| = 1 \Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2 = 1$.

Ta có $|z_1 + z_2| = \sqrt{3} \Leftrightarrow (a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2 = 3$

$\Leftrightarrow a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + 2(a_1a_2 + b_1b_2) = 3 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = \frac{1}{2}$

Khi đó $|z_1 - z_2| = |(a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i| = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2}$

$$= \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2 - 2(a_1a_2 + b_1b_2)} = \sqrt{2 - 2.\frac{1}{2}} = 1$$

Cách 2: Giả sử z_1 được biểu diễn bởi điểm M_1. z_2 được biểu diễn bởi điểm M_2

Gọi I là trung điểm của M_1M_2

Khi đó: $|z_1| = OM_1; |z_2| = OM_2$, $|z_1 - z_2| = M_1M_2$, $|z_1 + z_2| = \left|\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}\right| = \left|2\overrightarrow{OI}\right|$

Giả thiết có: $\begin{cases} OM_1 = OM_2 = 1 \\ OI = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \Delta OM_1M_2$ đều. Vậy $M_1M_2 = 1 \Rightarrow |z_1 - z_2| = 1$

Câu 53. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)^2 z + \overline{z} = 4i - 20$. Mô đun của z là

A. $|z| = 5$. **B.** $|z| = 4$. **C.** $|z| = 3$. **D.** $|z| = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z = a = bi\,(a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \overline{z} = a - bi$.

$(1+2i)^2 z + \overline{z} = 4i - 20 \Leftrightarrow (1 + 4i + 4i^2)(a + bi) + (a - bi) = 4i - 20$.

$\Leftrightarrow (-3 + 4i)(a + bi) + (a - bi) = 4i - 20 \Leftrightarrow -3a - 3bi + 4ai + 4bi^2 + a - bi = -20 + 4i$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a - 4b = -20 \\ 4a - 4b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$. Ta có $|z| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Câu 54. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = \sqrt{13}$. **B.** $|z| = 5$. **C.** $|z| = 13$. **D.** $|z| = \sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$.

Câu 55. Cho số phức z thỏa mãn $z - 4 = (1+i)|z| - (4 + 3z)i$. Môđun của số phức z bằng

A. 4 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 16

Hướng dẫn giải

Chọn B. Giả sử $z = a + bi\,(a, b \in \mathbb{R})$.

Ta có: $z - 4 = (1+i)|z| - (4+3z)i \Leftrightarrow z(1+3i) - 4 + 4i = (1+i)|z|$

$\Leftrightarrow (a+bi)(1+3i) - 4 + 4i = (1+i)\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow a - 3b - 4 + (3a + b + 4)i = \sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{a^2+b^2}i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 3b - 4 = \sqrt{a^2+b^2} \\ 3a + b + 4 = \sqrt{a^2+b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 3b - 4 = \sqrt{a^2+b^2} \\ a = -2b - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5b - 8 = \sqrt{5b^2 + 16b + 16} \\ a = -2b - 4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -5b - 8 \ge 0 \\ 20b^2 + 64b + 48 = 0 \\ a = -2b - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a = 0 \end{cases}$. Vậy $|z| = 2$.

Câu 56. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa $|z_1| = |z_2| = 1, |z_1 + z_2| = \sqrt{3}$. Tính $|z_1 - z_2|$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta chọn: $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Khi đó: $|z_1| = |z_2| = 1, |z_1 + z_2| = \sqrt{3}$.
$|z_1 - z_2| = |-1 + 0i| = 1$.

Câu 57. Cho số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $a + (b-1)i = \frac{1+3i}{1-2i}$. Giá trị nào dưới đây là môđun của z?

A. $\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Xét $w = \frac{1+3i}{1-2i} = -1 + i$ mà $a + (b-1)i = \frac{1+3i}{1-2i} \Rightarrow a + (b-1)i = -1 + i \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$

Vậy modun của z là $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 58. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z - 2i\bar{z} = 5 + 3i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = \sqrt{65}$. **B.** $|z| = 65$. **C.** $|z| = 97$. **D.** $|z| = \sqrt{97}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Cách 1: Đặt $z = a + bi; (a, b \in \mathbb{R})$.

$(1-i)z - 2i\bar{z} = 5 + 3i \Leftrightarrow (1-i)(a+bi) - 2i(a-bi) = 5 + 3i$.

$\Leftrightarrow a + b - ai + bi - 2ai - 2b = 5 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 5 \\ -3a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = -9 \end{cases}$.

Suy ra $z = -4 - 9i \Rightarrow |z| = \sqrt{97}$.

Cách 2: Dùng máy tính Casio.

Chuyển sang MODE 2 nhập vào máy: $(1-i)X - 2i.conjg(X) = 5 + 3i$.

CALC cho X giá trị $10000 + 100i$ ta được $9895 - 29903i$.

Khi đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a - b = 5 \\ 3a - b = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = -9 \end{cases} \Rightarrow |z| = \sqrt{97}$.

Câu 59. Tìm mô đun của số phức z thoả $3iz + (3-\mathrm{i})(1+\mathrm{i}) = 2$.

A. $|z| = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $|z| = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $|z| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $|z| = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $3iz + (3-\mathrm{i})(1+\mathrm{i}) = 2 \Leftrightarrow z = -\frac{2}{3} + \frac{2}{3}i \Rightarrow |z| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 60. Cho số phức z thỏa mãn $(1-3i)z + 1 + i = -z$. Môđun của số phức $w = 13z + 2i$ có giá trị ?

A. -2. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $-\frac{4}{13}$. **D.** $\frac{\sqrt{26}}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $(1-3i)z + 1 + i = -z \Rightarrow (2-3i)z = -1 - i$.

$\Rightarrow z = \frac{-1-i}{2-3i} = \frac{(-1-i)(2+3i)}{2^2 + (-3)^2} \Leftrightarrow z = \frac{1-5i}{13}$. Suy ra $w = 13z + 2i = 1 - 3i \Rightarrow |w| = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$.

Câu 61. Tính môđun của số phức $z = (1-2i)[2 + i + i(3-2i)]$.

A. $|z| = 4\sqrt{10}$. **B.** $|z| = 4\sqrt{5}$. **C.** $|z| = 2\sqrt{10}$. **D.** $|z| = 160$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z = (1-2i)[2 + i + i(3-2i)] = 12 - 4i$ nên môđun là $|z| = \sqrt{12^2 + 4^2} = 4\sqrt{10}$.

Câu 62. Cho hai số phức $z_1 = 2+i$, $z_2 = 1-2i$. Tìm môđun của số phức $w = \dfrac{z_1^{2016}}{z_2^{2017}}$.

A. $|w| = \sqrt{3}$. **B.** $|w| = 3$. **C.** $|w| = \sqrt{5}$. **D.** $|w| = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{2+i}{1-2i} = i$; $w = \dfrac{z_1^{2016}}{z_2^{2017}} = \left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^{2016} \dfrac{1}{z_2} = i^{2016}.\dfrac{1}{1-2i} = (-1)^{1008}.\left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{2}{5}i\right) = \dfrac{1}{5}+\dfrac{2}{5}i$.

$|w| = \sqrt{\left(\dfrac{1}{5}\right)^2 + \left(\dfrac{2}{5}\right)^2} = \sqrt{5}$.

Câu 63. Tìm phần thực và phần ảo của số phức liên hợp $\overline{z}$ của số phức $z = -i(4i+3)$.

A. Phần thực là 4 và phần ảo là $3i$. **B.** Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.
C. Phần thực là 4 và phần ảo là -3. **D.** Phần thực là 4 và phần ảo là 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z = -i(4i+3) = 4-3i \Rightarrow \overline{z} = 4+3i$. Vậy phần thực là 4 và phần ảo là 3.

Câu 64. Xét số phức z thỏa mãn $\begin{cases} |z-i| = |z-1| \\ |z-2i| = |z| \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $|z| = \sqrt{2}$. **B.** $|z| < \sqrt{2}$. **C.** $|z| > \sqrt{5}$. **D.** $|z| = \sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $z = x+yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = (x-1)^2 + y^2 \\ x^2 + (y-2)^2 = x^2 + y^2 \end{cases} \Rightarrow x = y = 1$. Do $z = 1+i$ nên $|z| = \sqrt{2}$.

Câu 65. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z - 2 = 2+3i$. Môđun của z là:

A. $|z| = 5$. **B.** $|z| = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$. **C.** $|z| = \dfrac{5\sqrt{5}}{3}$. **D.** $|z| = \sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $(2-i)z - 2 = 2+3i \Leftrightarrow z = 1+2i$. Vậy $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 66. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1| = 3$, $|z_2| = 4$, $|z_1 - z_2| = \sqrt{37}$. Xét số phức $z = \dfrac{z_1}{z_2} = a+bi$. Tìm $|b|$.

A. $|b| = \dfrac{\sqrt{3}}{8}$. **B.** $|b| = \dfrac{3}{8}$. **C.** $|b| = \dfrac{3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $|b| = \dfrac{\sqrt{39}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z_1 = x+yi$, $z_2 = c+di$ $(x, y, c, d \in \mathbb{R})$.

Ta có: $|z_1| = 3 \Rightarrow x^2+y^2 = 9$; $|z_2| = 4 \Rightarrow c^2+d^2 = 16$;

$|z_1 - z_2| = \sqrt{37} \Rightarrow (x-c)^2 + (y-d)^2 = 37 \Leftrightarrow x^2+y^2+c^2+d^2-2xc-2yd = 37 \Leftrightarrow xc+yd = -6$.

Lại có: $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{x+yi}{c+di} = \dfrac{(x+yi)(c-di)}{c^2+d^2} = \dfrac{xc+yd+(yc-xd)i}{c^2+d^2} = \dfrac{xc+yd}{c^2+d^2} + \dfrac{yc-xd}{c^2+d^2}i = a+bi = -\dfrac{3}{8}+bi$.

Mà $\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|} = \dfrac{3}{4} = \sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow a^2+b^2 = \dfrac{9}{16} \Rightarrow b^2 = \dfrac{9}{16} - \left(-\dfrac{3}{8}\right)^2 = \dfrac{27}{64} \Rightarrow b = \pm\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$.

Vậy $|b| = \dfrac{3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 67. Cho $z_1 = \left(4\cos^3 a - i4\sin^3 a\right)$, $z_2 = \left(-3\cos a + i3\sin a\right)$, $a \in \mathbb{R}$. Trong các khẳng đinh sau, khẳng định nào đúng?

A. $\left|z_1 + z_2\right| = 3$. **B.** $\left|z_1 + z_2\right| = 7$. **C.** $\left|z_1 + z_2\right| = -i^2$. **D.** $\left|z_1 + z_2\right| = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Áp dụng công thức $\left(a_1 + b_1 i\right) + \left(a_2 + b_2 i\right) = \left(a_1 + a_2\right) + \left(b_2 + b_1\right)i$.

Theo đó $z_1 + z_2 = \left(4\cos^3 a - 3\cos a\right) + i\left(3\sin a - 4\sin^3 a\right) = \cos 3a + i.\sin 3a$.

Suy ra $\left|z_1 + z_2\right| = \left(\cos^2 3a + \sin^2 3a\right) = 1 = -i^2$. Vậy $\left|z_1 + z_2\right| = -i^2$.

Câu 68. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_1 = 1 + 2i$. Tính môđun của số phức $z = \left(z_1 + 2\right)z_2$.

A. $|z| = 5\sqrt{5}$. **B.** $|z| = 15$. **C.** $|z| = \sqrt{65}$. **D.** $|z| = \sqrt{137}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z = \left(z_1 + 2\right)z_2 = \left(2 - 3i + 2\right)\left(1 + 2i\right) = 10 + 5i$; $|z| = |10 + 5i| = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$.

Câu 69. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0, \left(a, b \in \mathbb{R}\right)$ có một nghiệm là $z = 1 - i$. Tính môđun của số phức $w = a + bi$.

A. 3. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z^2 + az + b = 0, \left(a, b \in \mathbb{R}\right)$ có một nghiệm là $z = 1 - i$ nên có:

$$\left(1 - i\right)^2 + a\left(1 - i\right) + b = 0 \Leftrightarrow a + b - i\left(2 + a\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a + b = 0 \\ a + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow \mathrm{w} = -2 + 2i.$$

$$\Rightarrow |\mathrm{w}| = \sqrt{\left(-2\right)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 70. Tính môđun của số phức z thỏa mãn: $3z.\overline{z} + 2017\left(z - \overline{z}\right) = 12 - 2018i$.

A. $|z| = \sqrt{2018}$. **B.** $|z| = 2$. **C.** $|z| = \sqrt{2017}$. **D.** $|z| = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$.

$z.\overline{z} = \left(a + bi\right)\left(a - bi\right) = a^2 + b^2$; $z - \overline{z} = a + bi - a + bi = 2bi$.

$$3\left(a^2 + b^2\right) + 2017.2bi = 12 - 2018i \Rightarrow \begin{cases} 3\left(a^2 + b^2\right) = 12 \\ 2017.2b = -2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{1009}{2017} \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{1009}{2017} \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \dfrac{1009}{2017} \\ a^2 = \dfrac{15255075}{2017^2} \end{cases} \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\frac{15255075}{2017^2} + \frac{1009^2}{2017^2}} = 2.$$

Câu 71. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$, $z_2 = -2 + i$. Tìm mô đun của số phức $z_1 + z_2$.

A. $\left|z_1 + z_2\right| = \sqrt{2}$. **B.** $\left|z_1 + z_2\right| = \sqrt{13}$. **C.** $\left|z_1 + z_2\right| = \sqrt{5}$. **D.** $\left|z_1 + z_2\right| = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $z_1 = 3 - 2i; z_2 = -2 + i$ nên $z_1 + z_2 = 1 - i$. Do đó $\left|z_1 + z_2\right| = \left|1 - i\right| = \sqrt{2}$.

Câu 72. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời điều kiện $\left|z.\overline{z} + z\right| = 2$ và $|z| = 2$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $z = x + yi, \left(x, y \in \mathbb{R}\right)$, ta có:

$\begin{cases}|z.\overline{z}+z|=2\\|z|=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|x^2+y^2+x+yi|=2\\\sqrt{x^2+y^2}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|(4+x)+yi|=2\\x^2+y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(4+x)^2+y^2=4\\x^2+y^2=4\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}8x+16=0\\x^2+y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=0\end{cases}$. Vậy có đúng một số phức z thỏa đề.

Câu 73. Cho số phức z thỏa $\overline{z}=\dfrac{(1-i\sqrt{3})^3}{1-i}$. Môđun của số phức $\overline{z}+iz$ bằng.

A. $\sqrt{2}$. **B.** $8\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $\overline{z}=-4-4i\Rightarrow\overline{z}+iz=-8-8i\Rightarrow|\overline{z}+iz|=8\sqrt{2}$.

Câu 74. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+2z+2=0$. Tìm số phức liên hợp của $w=(1+2i)z_1$.

A. $\overline{w}=1-3i$. **B.** $\overline{w}=1+3i$. **C.** $\overline{w}=-3+i$. **D.** $\overline{w}=-3-i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z^2+2z+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=-1+i\\z=-1-i\end{array}\right.\Rightarrow z_1=-1-i$.

Do đó, $w=(1+2i)z_1=(1+2i)(-1-i)=(-1+2)+(-1-2)i=1-3i\Rightarrow\overline{w}=1+3i$.

Câu 75. Cho số phức $z_1=1+3i$ và $z_2=3-4i$. Môđun của số phức $w=z_1+z_2$ là

A. $|w|=17$. **B.** $|w|=15$. **C.** $|w|=\sqrt{17}$. **D.** $|w|=\sqrt{15}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $w=z_1+z_2=1+3i+3-4i=4-i\Rightarrow|w|=\sqrt{4^2+(-1)^2}=\sqrt{17}$.

Câu 76. Môđun của số phức $z=2+3i-\dfrac{1+5i}{3-i}$ là

A. $|z|=\dfrac{\sqrt{170}}{3}$. **B.** $|z|=\dfrac{\sqrt{170}}{7}$. **C.** $|z|=\dfrac{\sqrt{170}}{4}$. **D.** $|z|=\dfrac{\sqrt{170}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$z=2+3i-\dfrac{(1+5i)(3+i)}{(3-i)(3+i)}=2+3i-\left(\dfrac{-1}{5}+\dfrac{8}{5}i\right)=\dfrac{11}{5}+\dfrac{7}{5}i$. Suy ra $|z|=\sqrt{\left(\dfrac{11}{5}\right)^2+\left(\dfrac{7}{5}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{170}}{5}$.

Câu 77. Cho số phức z thỏa mãn $(1-3i)z+1+i=-z$. Môđun của số phức $w=13z+2i$ có giá trị là

A. $-\dfrac{4}{13}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{26}}{13}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $(1-3i)z+1+i=-z\Leftrightarrow z=\dfrac{1}{13}-\dfrac{5}{13}i$. $w=13z+2i\Leftrightarrow w=1-3i\Leftrightarrow|w|=\sqrt{10}$.

Câu 78. Tính mô đun của số phức $z=\dfrac{5-10i}{1+2i}$.

A. $|z|=\sqrt{5}$. **B.** $|z|=5$. **C.** $|z|=2\sqrt{5}$. **D.** $|z|=25$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $|z|=\dfrac{|5-10i|}{|1+2i|}=\dfrac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}=5$.

Câu 79. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn điều kiện $|z_1|=4$, $|z_2|=3$, $|z_3|=2$ và $|4z_1z_2+16z_2z_3+9z_1z_3|=48$. Giá trị của biểu thức $P=|z_1+z_2+z_3|$ bằng:

A. 2 **B.** 6 **C.** 1 **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $|z_1|=4$, $|z_2|=3$, $|z_3|=2$ nên $\overline{z}_1.z_1=|z_1|^2=16$, $\overline{z}_2.z_2=|z_2|^2=9$, $\overline{z}_3.z_3=|z_3|^2=4$.

Khi đó $|4z_1z_2+16z_2z_3+9z_1z_3|=48 \Leftrightarrow |\overline{z}_3z_1z_2z_3+\overline{z}_1z_1z_2z_3+\overline{z}_2z_1z_2z_3|=48$

$\Leftrightarrow |(\overline{z}_3+\overline{z}_1+\overline{z}_2)z_1z_2z_3|=48 \Leftrightarrow |\overline{z}_3+\overline{z}_1+\overline{z}_2|=2$ hay $P=|z_1+z_2+z_3|=2$.

Câu 80. Cho hai số phức $z_1=2+i$, $z_2=1-2i$. Tìm môđun của số phức $w=\dfrac{z_1^{2016}}{z_2^{2017}}$.

A. $|w|=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $|w|=\sqrt{3}$. **C.** $|w|=3$. **D.** $|w|=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{2+i}{1-2i}=i$; $w=\dfrac{z_1^{2016}}{z_2^{2017}}=\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^{2016}\dfrac{1}{z_2}=i^{2016}.\dfrac{1}{1-2i}=(-1)^{1008}.\left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{2}{5}i\right)=\dfrac{1}{5}+\dfrac{2}{5}i$.

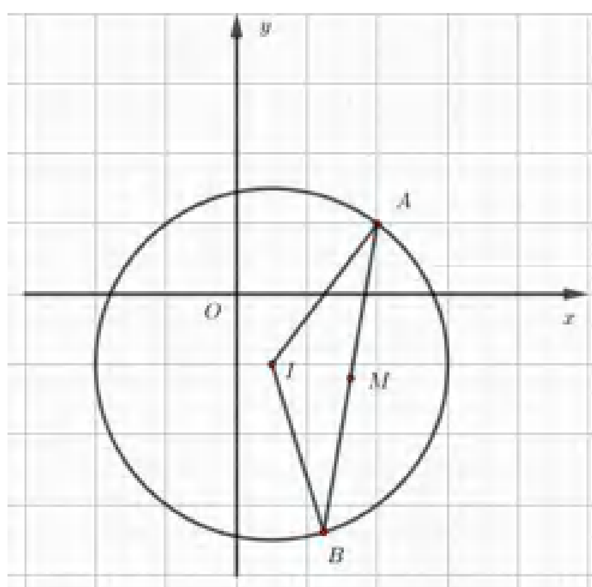
$|w|=\sqrt{\left(\dfrac{1}{5}\right)^2+\left(\dfrac{2}{5}\right)^2}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 81. Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $|z-1+2i|=5$ và $|z_1-z_2|=8$. Tìm môđun của số phức $w=z_1+z_2-2+4i$.

A. $|w|=13$. **B.** $|w|=16$. **C.** $|w|=10$. **D.** $|w|=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi A là điểm biểu diễn của số phức z_1, B là điểm biểu diễn của số phức z_2.

Theo giả thiết z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $|z-1+2i|=5$ nên A và B thuộc đường tròn tâm $I(1;-2)$ bán kính $r=5$. Mặt khác $|z_1-z_2|=8 \Leftrightarrow AB=8$.

Gọi M là trung điểm của AB suy ra M là điểm biểu diễn của số phức $\dfrac{z_1+z_2}{2}$ và $IM=3$.

Do đó ta có

$3 = IM = \left|\frac{z_1+z_2}{2} - 1 + 2i\right| \Leftrightarrow 3 = \frac{1}{2}\left|z_1+z_2-2+4i\right| \Leftrightarrow \left|z_1+z_2-2+4i\right| = 6 \Leftrightarrow |w| = 6$.

Câu 82. Tính môđun của số phức z thỏa $\frac{(1+2i)z}{3-i} = \frac{1}{2}(1+i)^2$.

A. $|z| = \sqrt{2}$. **B.** $|z| = \sqrt{5}$. **C.** $|z| = \sqrt{3}$. **D.** $|z| = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $z = a + bi\,(a,b \in \mathbb{R})$, ta được $(1+2i)z = \frac{1}{2}(1+i)^2(3-i) \Leftrightarrow z = \frac{(1+i)^2(3-i)}{(1+2i)} = \frac{7}{5} + \frac{1}{5}i$.

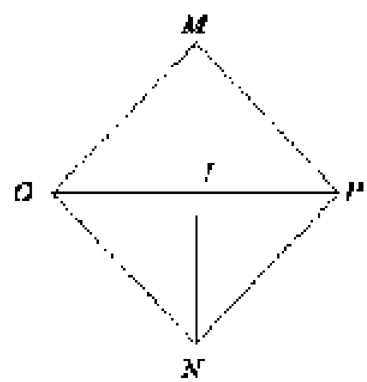
Vậy $|z| = \sqrt{2}$.

Câu 83. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$. Khi đó $|z_1+z_2|^2 + |z_1-z_2|^2$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M, N là hai điểm lần lượt biểu diễn số phức z_1, z_2. Khi đó

$|z_1| = \left|\overrightarrow{OM}\right| = 1$, $|z_2| = \left|\overrightarrow{ON}\right| = 1$, $|z_1+z_2| = \left|\overrightarrow{OP}\right|$, $|z_1-z_2| = \left|\overrightarrow{NM}\right|$ với $OMPN$ là hình bình hành.

Tam giác OMN có $OI^2 = \frac{OM^2+ON^2}{2} - \frac{OI^2}{4} \Rightarrow \frac{OP^2}{4} = 1 - \frac{MN^2}{4} \Rightarrow OP^2 + MN^2 = 4$

Cách 2: Đặt $z_1 = x + yi; z_2 = a + bi;\ x, y, a, b \in R$. Từ giả thiết có $x^2 + y^2 = a^2 + b^2 = 1$

$|z_1+z_2|^2 + |z_1-z_2|^2 = (x+a)^2 + (y+b)^2 + (x-a)^2 + (y-b)^2$

$|z_1+z_2|^2 + |z_1-z_2|^2 = 2x^2 + 2y^2 + 2a^2 + 2b^2 = 4$

Câu 84. Tính môđun của số phức $z = (2-i)(1+i)^2 + 1$.

A. $|z| = 2\sqrt{5}$. **B.** $|z| = 25$. **C.** $|z| = 4$. **D.** $|z| = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z = (2-i)(1+i)^2 + 1 = 3 + 4i \Rightarrow |z| = 5$.

Câu 85. Cho hai số phức $z_1 = 4 - 8i$ và $z_2 = -2 - i$. Tính $|2z_1.\overline{z}_2|$

A. $\sqrt{5}$ **B.** 20 **C.** 40 **D.** $4\sqrt{5}$

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $|2z_1.\overline{z}_2| = |2(4-8i)(-2+i)| = 40$.

Câu 86. Tìm môđun của số phức $z = (2+3i)(1+i)^2$.

A. $|z| = 2\sqrt{13}$. **B.** $|z| = 2$. **C.** $|z| = \sqrt{15}$. **D.** $|z| = \sqrt{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z=(2+3i)(1+i)^2=(2+3i).2i=2(2i-3)=-6+4i\Rightarrow |z|=\sqrt{(-6)^2+4^2}=2\sqrt{13}$.

Câu 87. Cho số phức z thỏa mãn hệ thức: $(2-i)(1+i)+\overline{z}=4-2i$. Tính môđun của z.

A. $\sqrt{11}$. **B.** $\sqrt{12}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow \overline{z}=a-bi$.

Theo gt ta có: $(2-i)(1+i)+\overline{z}=4-2i\Leftrightarrow a+3+(1-b)i=4-i\Leftrightarrow \begin{cases}a+3=4\\1-b=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=3\end{cases}$.

$\Rightarrow z=1+3i$. Suy ra: $|z|=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$.

Câu 88. Cho số phức z có mođun bằng 2017 và w là số phức thỏa biểu thức $\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{w}=\dfrac{1}{z+w}$. Mođun của số phức w là

A. 2. **B.** 2016. **C.** 2017. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{w}=\dfrac{1}{z+w}\Leftrightarrow (z+w)^2=zw\Leftrightarrow z^2+zw+w^2=0$.

$\Leftrightarrow w=\left(-\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)z\Rightarrow |w|=\left|\left(-\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)\right||z|=|z|=2017$.

Câu 89. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z|=3$ và $\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{w}=\dfrac{1}{z+w}$. Khi đó $|w|$ bằng:

A. $\dfrac{1}{3}$ **B.** 3 **C.** $\dfrac{1}{2}$ **D.** 2

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có:

$\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{w}=\dfrac{1}{z+w}\Leftrightarrow\dfrac{z+w}{zw}-\dfrac{1}{z+w}=0\Leftrightarrow\dfrac{(z+w)^2-zw}{zw(z+w)}=0\Rightarrow z^2+w^2+zw=0$

$\Leftrightarrow\left(z+\dfrac{1}{2}w\right)^2=-\dfrac{3}{4}w^2\Leftrightarrow\left(z+\dfrac{1}{2}w\right)^2=\left(\dfrac{\sqrt{3}\text{i}}{2}w\right)^2\Leftrightarrow z=\left(-\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}\text{i}\right)w$

$\Rightarrow |z|=\left|-\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}\text{i}\right||w|\Leftrightarrow |z|=|w|$. Vậy $|w|=3$.

Câu 90. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z+4\overline{z}=7-7i$. Khi đó, môđun của z bằng bao nhiêu?

A. $|z|=\sqrt{3}$. **B.** $|z|=\sqrt{5}$. **C.** $|z|=3$. **D.** $|z|=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Giả sử $z=a+bi\ (a,\,b\in\mathbb{R})$.

$(1-i)z+4\overline{z}=7-7i\Leftrightarrow(1-i)(a+bi)+4(a-bi)=7-7i$.

$\Leftrightarrow a+bi-ai+b+4a-4bi=7-7i\Leftrightarrow\begin{cases}5a+b=7\\-a-3b=-7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}\Rightarrow z=1+2i$. Vậy $|z|=\sqrt{5}$.

Câu 91. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)(2+i)z+1-i=(5-i)(1+i)$. Tính môđun của số phức $w=1+2z+z^2$.

A. 5 **B.** 10 **C.** 100 **D.** $\sqrt{10}$

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có

$(1+i)(2+i)z+1-i=(5-i)(1+i) \Leftrightarrow (1+3i)z+1-i=6+4i \Leftrightarrow (1+3i)z=5+5i$

$\Leftrightarrow z=\dfrac{5+5i}{1+3i} \Leftrightarrow z=2-i$ Suy ra $w=1+2z+z^2=8-6i$, $|\mathrm{w}|=\sqrt{8^2+6^2}=10$

Câu 92. Cho số phức z thỏa mãn $\overline{z}=\dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^3}{1-i}$. Tìm môđun của $z-i.\overline{z}$.

A. 8. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $8\sqrt{2}$. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $\overline{z}=\dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^3}{1-i}=\dfrac{-8}{1-i}=-4-4i \Rightarrow z=-4+4i$.

Do đó: $\left|z-i.\overline{z}\right|=\left|-4+4i-i(-4-4i)\right|=\left|-8+8i\right|=8\sqrt{2}$.

Câu 93. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $(-5+2i)z=-3+4i$.

A. $|z|=\dfrac{5\sqrt{31}}{31}$. **B.** $|z|=\dfrac{5\sqrt{29}}{29}$. **C.** $|z|=\dfrac{5\sqrt{28}}{28}$. **D.** $|z|=\dfrac{5\sqrt{27}}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $(-5+2i)z=-3+4i \Rightarrow z=\dfrac{-3+4i}{-5+2i}=\dfrac{23}{29}-\dfrac{14}{29}i \Rightarrow |z|=\dfrac{5\sqrt{29}}{29}$.

Câu 94. Cho hai số phức z và z'. Trong các mệnh đề sai, mệnh đề nào **sai**?

A. $\overline{z}+\overline{z'}=\overline{z+z'}$. **B.** $|z.z'|=|z|.|z'|$. **C.** $\overline{z}.\overline{z'}=\overline{z.z'}$. **D.** $|z+z'|=|z|+|z'|$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Với hai số phức z và z', ta có: $|z+z'|\le|z|+|z'|$.

Câu 95. Cho số phức $z_1=1-2i$, $z_2=2+i$. Môđun của số phức $w=z_1-2z_2+3$ là?

A. $|w|=\sqrt{5}$. **B.** $|w|=5$. **C.** $|w|=4$. **D.** $|w|=\sqrt{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $w=1-2i-2(2+i)+3 \Leftrightarrow w=-4i \Leftrightarrow |w|=4$.

Câu 96. Cho hai số phức $z_1=3-i$ và $z_2=4-i$. Tính môđun của số phức $z_1^2+\overline{z}_2$.

A. 10. **B.** 13. **C.** 15. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z_1^2+\overline{z}_2=(3-i)^2+(4+i)=12-5i$ nên $\left|z_1^2+\overline{z}_2\right|=\sqrt{12^2+5^2}=13$.

Câu 97. Cho số phức z thỏa mãn $\overline{z}=\dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^3}{1-i}$. Tính $m=\left|\overline{z}+iz\right|$.

A. $m=2\sqrt{2}$. **B.** $m=16$. **C.** $m=4\sqrt{2}$. **D.** $m=8\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $\overline{z}=\dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^3}{1-i}=\dfrac{-8}{1-i}=\dfrac{-8(1+i)}{2}=-4-4i$.

Suy ra $\overline{z}+iz=(-4-4i)+i(-4+4i)=-8-8i$. Vậy $m=\left|\overline{z}+iz\right|=8\sqrt{2}$.

Câu 98. Cho số phức z thỏa mãn: $\overline{z}=\dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^3}{1-i}$. Tìm môđun của $\overline{z}+iz$.

A. $8\sqrt{2}$. **B.** $8\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\overline{z}=\dfrac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}=-4-4i\Rightarrow \overline{z}+iz=-4-4i+i.(-4+4i)=-8-8i\Rightarrow \left|\overline{z}+iz\right|=8\sqrt{2}$.

Câu 99. Cho hai số phức $z_1=1-i$, $z_2=2+3i$. Tính môđun của số phức $z=z_1+z_2$.

A. $|z|=\sqrt{13}$. **B.** $|z|=\sqrt{5}$. **C.** $|z|=5$. **D.** $|z|=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z=z_1+z_2=(1-i)+(2+3i)=3+2i\Rightarrow |z|=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$.

Câu 100. Cho số phức z thỏa mãn: $z(1-2i)+\overline{z}.i=15+i$. Tìm modun của số phức z?

A. $|z|=5$. **B.** $|z|=4$. **C.** $|z|=2\sqrt{5}$. **D.** $|z|=2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z=x+yi$, $x,y\in\mathbb{R}$. Theo đề ta có: $(x+yi)(1-2i)+(x-yi)i=15+i$

$\Leftrightarrow x+2y+yi-2xi+xi+y=15+i \Leftrightarrow x+3y+(y-x)i=15+i$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x+3y=15\\-x+y=1\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}\Rightarrow z=3+4i\Rightarrow |z|=5$.

Câu 101. Số phức z nào sau đây thỏa $|z|=\sqrt{5}$ và z là số thuần ảo?

A. $z=\sqrt{2}+\sqrt{3}i$. **B.** $z=5i$. **C.** $z=-\sqrt{5}i$. **D.** $z=\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z=bi$, với $b\neq 0$, $b\in\mathbb{R}$ là số thuần ảo $\Rightarrow$ loại A, B.

Ta có $|z|=\sqrt{5}\Leftrightarrow |b|=\sqrt{5}\Rightarrow$ **Chọn C**

Câu 102. Mô đun của số phức $z=7-5i$ bằng:

A. 74. **B.** 24. **C.** $\sqrt{74}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $|z|=\sqrt{7^2+5^2}=\sqrt{74}$.

Câu 103. Cho số phức z thỏa mãn $\overline{z}=\dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^3}{1-i}$. Tính $m=\left|\overline{z}+iz\right|$.

A. $m=8\sqrt{2}$. **B.** $m=4\sqrt{2}$. **C.** $m=16$. **D.** $m=2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $\overline{z}=\dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^3}{1-i}=\dfrac{-8}{1-i}=\dfrac{-8(1+i)}{2}=-4-4i$.

Suy ra $\overline{z}+iz=(-4-4i)+i(-4+4i)=-8-8i$. Vậy $m=\left|\overline{z}+iz\right|=8\sqrt{2}$.

Câu 104. Cho số phức z thỏa $3i\overline{z}+(2+3i)z=2+4i$. Mô đun của số phức $2iz$ bằng:

A. 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 1.

Câu 105. Cho số phức z thỏa mãn $|z+3|=5$ và $|z-2i|=|z-2-2i|$. Tính $|z|$.

A. $|z|=\sqrt{17}$. **B.** $|z|=\sqrt{10}$. **C.** $|z|=10$. **D.** $|z|=17$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Giả sử $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có: $\begin{cases}|z+3|=5\\|z-2i|=|z-2-2i|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a+3)^2+b^2=25\\a^2+(b-2)^2=(a-2)^2+(b-2)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a+3)^2+b^2=25\\a=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b^2=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=\pm 3 \end{cases}$. Khi đó: $z=1\pm 3i \Rightarrow |z|=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$.

Câu 106. Cho hai số phức $z_1=-1+2i$, $z_2=-1-2i$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2+|z_2|^2$ bằng

A. 4. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 10. **D.** -6.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $|z_1|^2+|z_2|^2=\left(\sqrt{(-1)^2+2^2}\right)^2+\left(\sqrt{(-1)^2+(-2)^2}\right)^2=10$.

Câu 107. Giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $\left|(2+\mathrm{i})|z|z-(1-2\mathrm{i})z\right|=|1+3\mathrm{i}|$ và $|z_1-z_2|=1$. Tính $M=|2z_1+3z_2|$.

A. $M=\sqrt{19}$. **B.** $M=25$. **C.** $M=5$. **D.** $M=19$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ giả thiết, ta có $\left|(2|z|-1)+(|z|+2)\mathrm{i}\right|.|z|=\sqrt{10} \Leftrightarrow \left[(2|z|-1)^2+(|z|+2)^2\right].|z|^2=10$

$\Leftrightarrow 5|z|^4+5|z|^2-10=0 \Leftrightarrow |z|=1$ (vì $|z|\geq 0$).

Gọi $z_1=x_1+y_1\mathrm{i}$ và $z_2=x_2+y_2\mathrm{i}$. Ta có $|z_1|=|z_2|=1$ nên $x_1^2+y_1^2=x_2^2+y_2^2=1$.

Mặt khác, $|z_1-z_2|=1$ nên $(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=1$. Suy ra $x_1x_2+y_1y_2=\frac{1}{2}$. Khi đó

$M=|2z_1+3z_2|=\sqrt{(2x_1+3x_2)^2+(2y_1+3y_2)^2}=\sqrt{4(x_1^2+y_1^2)+9(y_1^2+y_2^2)+12(x_1x_2+y_1y_2)}$

Vậy $M=\sqrt{19}$.

Câu 108. Với mọi số phức z thỏa mãn $|z-1+i|\leq\sqrt{2}$, ta luôn có

A. $|2z-1+i|\leq 3\sqrt{2}$. **B.** $|2z+1-i|\leq 2$. **C.** $|z+i|\leq\sqrt{2}$. **D.** $|z+1|\leq\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $|z|=|z-1+i+1-i|\leq|z-1+i|+|1-i|\leq 2\sqrt{2}$.

Vì vậy $|2z-1+i|=|z-1+i+z|\leq|z-1+i|+|z|\leq 3\sqrt{2}$.

Câu 109. Cho số phức z, biết rằng các điểm biểu diễn hình học của các số phức z; iz và $z+iz$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 18. Mô đun của số phức z bằng

A. 9. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z=a+bi$, $a,b\in\mathbb{R}$ nên $iz=ai-b$, $z+iz=a+bi-b+ai=a-b+(a+b)i$

Ta gọi $A(a,b)$, $B(-b,a)$, $C(a-b,a+b)$ nên $\overrightarrow{AB}(-b-a,a-b)$, $\overrightarrow{AC}(-b,a)$

$S=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{1}{2}|-a^2-b^2| \Leftrightarrow \frac{1}{2}(a^2+b^2)=18 \Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2}=6$.

Câu 110. Số phức liên hợp của $z=3+2i$ là

A. $2-3i$. **B.** $-2+3i$. **C.** $3-2i$. **D.** $2+3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 111. Cho số phức z thỏa mãn $(\bar{z})\left[(3+4i)|z|-4+3i\right]-5\sqrt{2}=0$. Giá trị của $|\bar{z}|$ là

A. $\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Giả sử $z=a+bi\Rightarrow\bar{z}=a-bi$. Khi đó $(\bar{z})\left[(3+4i)|z|-4+3i\right]-5\sqrt{2}=0$.

$\Leftrightarrow (3|z|-4)+(4|z|+3)i=\dfrac{5\sqrt{2}}{\overline{z}} \Rightarrow |(3|z|-4)+(4|z|+3)i|=\dfrac{5\sqrt{2}}{|z|}$ (lấy mô đun hai vế).

$\Rightarrow (3|z|-4)^2+(4|z|+3)^2=\dfrac{50}{|z|^2} \Leftrightarrow 25|z|^2+25=\dfrac{50}{|z|^2} \Leftrightarrow |z|^4+|z|^2-2=0 \Leftrightarrow |z|^2=1$.

$\Rightarrow |z|=1 \Rightarrow |\overline{z}|=1$.

Câu 112. Nếu môđun của số phức z bằng r $(r>0)$ thì môđun của số phức $(1-i)^2 z$ bằng

A. $r\sqrt{2}$. **B.** $4r$. **C.** r. **D.** $2r$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $(1-i)^2 z=-2i.z \Rightarrow \left|(1-i)^2 z\right|=|-2i.z|=|-2i|.|z|=2r$.

Câu 113. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=|z_1-z_2|=1$. Tính $|z_1+z_2|$.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $|z_1-z_2|^2=(z_1-z_2).(\overline{z_1-z_2})=(z_1-z_2)(\overline{z}_1-\overline{z}_2)=|z_1|^2+|z_2|^2-(z_1.\overline{z}_2+\overline{z}_1.z_2)$.

$\Rightarrow z_1.\overline{z}_2+\overline{z}_1.z_2=1$.

$\Rightarrow |z_1+z_2|^2=(z_1+z_2).(\overline{z_1+z_2})=(z_1+z_2)(\overline{z}_1+\overline{z}_2)=|z_1|^2+|z_2|^2+(z_1.\overline{z}_2+\overline{z}_1.z_2)=3$.

Từ đó suy ra $|z_1+z_2|=\sqrt{3}$.

Câu 114. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left|\dfrac{z-1}{z-i}\right|=\left|\dfrac{z-3i}{z+i}\right|=1$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Ta có:

$$\begin{cases}|z-1|=|z-i|\\|z-3i|=|z+i|\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(a-1)^2+b^2=a^2+(b-1)^2\\a^2+(b-3)^2=a^2+(b+1)^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2a+1=-2b+1\\-6b+9=2b+1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}.$$

Vậy có một số phức thỏa mãn là $z=1+i$.

Câu 115. Trong tất cả các số phức z thỏa mãn điều kiện sau: $|z+1|=\left|\dfrac{z+\overline{z}}{2}+3\right|$, gọi số phức $z=a+bi$ là số phức có môđun nhỏ nhất. Tính $S=2a+b$.

A. -2 **B.** 0. **C.** -4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $|z+1|=\left|\dfrac{z+\overline{z}}{2}+3\right| \Leftrightarrow |(a+1)+bi|=|a+3| \Leftrightarrow (a+1)^2+b^2=(a+3)^2 \Leftrightarrow b^2=4a+8$.

Do đó $|z|^2=a^2+b^2=a^2+4a+8=(a+1)^2+4\ge 4$.

$\min|z|=2$ khi và chỉ khi $z=-1+4\text{i}$. Suy ra $S=2a+b=2$

Câu 116. Số phức liên hợp của số phức $z=2+3i$ là

A. $z=-2+3i.$ **B.** $z=2+3i.$ **C.** $z=2-3i.$ **D.** $z=-2-3i.$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 117. Tính môđun của số phức $z=3+4i$.

A. $\sqrt{7}$. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Môđun của số phức $z = 3 + 4i$ là: $|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Câu 118. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 3 - 7i$. Tính mô đun của số phức $z_1 - z_2$.

A. $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{10}$. **B.** $|z_1 - z_2| = 40$. **C.** $|z_1 - z_2| = \sqrt{68}$. **D.** $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{15}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z_1 - z_2 = -2 + 8i \Rightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{68}$.

Câu 119. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z = (1+2i) - (-2+i)$. Mô đun của z bằng

A. 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $(1+2i)z = (1+2i) - (-2+i) \Leftrightarrow (1+2i)z = 3 + i \Leftrightarrow z = \dfrac{3+i}{1+2i} = 1 - i$. Vậy $|z| = \sqrt{2}$.

Câu 120. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Môđun của $w = \dfrac{z^2}{z + \overline{z}}$ bằng

A. $\dfrac{11}{6}$ **B.** 2 **C.** $\dfrac{13}{6}$ **D.** $\dfrac{15}{6}$

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $w = \dfrac{(3-2i)^2}{(3-2i)+(3+2i)} = \dfrac{5-12i}{6}$. Do đó $|w| = \left|\dfrac{5-12i}{6}\right| = \dfrac{13}{6}$.

Câu 121. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 3i$, $\overline{z}_2 = 4 + 2i$. Tính môđun của số phức $z_2 - 2z_1$.

A. 4. **B.** 5. **C.** $2\sqrt{13}$. **D.** $2\sqrt{17}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z_2 = 4 - 2i \Rightarrow z_2 - 2z_1 = 2 - 8i \Rightarrow |z_2 - 2z_1| = \sqrt{2^2 + (-8)^2} = 2\sqrt{17}$.

Câu 122. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2-i) + 13i = 1$.

A. $|z| = \dfrac{5\sqrt{34}}{3}$. **B.** $|z| = \sqrt{34}$. **C.** $|z| = \dfrac{\sqrt{34}}{3}$. **D.** $|z| = 34$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$z(2-i) + 13i = 1 \Leftrightarrow z = \dfrac{1-13i}{2-i} \Leftrightarrow z = \dfrac{(1-13i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} \Leftrightarrow z = 3 - 5i$. $|z| = \sqrt{3^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$.

Câu 123. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 1 + 2i$. Số phức liên hợp của số phức $z = z_1 + z_2$ là:

A. $\overline{z} = 3 - i$. **B.** $\overline{z} = 3 + i$. **C.** $\overline{z} = -3 - i$. **D.** $\overline{z} = -3 + i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z = z_1 + z_2 = 2 - 3i + 1 + 2i = 3 - i \Rightarrow \overline{z} = 3 + i$.

Câu 124. Cho số phức z. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3+4i)z + i$ là một đường tròn có bán kính bằng 20. Tính $|z|$.

A. $|z| = 8$. **B.** $|z| = 4$. **C.** $|z| = 2$. **D.** $|z| = 10$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $w = (3+4i)z + i = x + yi \Rightarrow z = \dfrac{x + (y-1)i}{3+4i} = \dfrac{1}{25}(3x + 4y - 4) + \dfrac{1}{25}(3y - 4x - 3)$

$(|z|.25)^2 = (3x + 4y - 4)^2 + (3y - 4x - 3)^2 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = (|z|.5)^2 \Leftrightarrow (|z|.5)^2 = 400 \Rightarrow |z| = 4$

.

Câu 125. Tìm môđun của số phức z biết $z - 4 = (1+\mathrm{i})|z| - (4+3z)\mathrm{i}$.

A. $|z|=1$. **B.** $|z|=\frac{1}{2}$. **C.** $|z|=2$. **D.** $|z|=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z-4=(1+i)|z|-(4+3z)i \Leftrightarrow (1+3i)z=|z|+4+(|z|-4)i$

Suy ra $|(1+3i)z|=||z|+4+(|z|-4)i| \Leftrightarrow \sqrt{10}|z|=\sqrt{(|z|+4)^2+(|z|-4)^2}$

$\Leftrightarrow 10|z|^2=(|z|+4)^2+(|z|-4)^2 \Leftrightarrow 8|z|^2=32 \Leftrightarrow |z|^2=4 \Leftrightarrow |z|=2$.

Câu 126. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z-3+i=0$. Môđun của số phức z bằng:

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z=\frac{3-i}{1+i}=1-2i$ $\quad |z|=\sqrt{5}$.

Câu 127. Gọi z_1,z_2,z_3 là ba số phức thỏa mãn $z_1+z_2+z_3=0$ và $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$. Khẳng định nào dưới đây là sai.

A. $|z_1^3+z_2^3+z_3^3|=|z_1|^3+|z_2|^3+|z_3|^3$. **B.** $|z_1^3+z_2^3+z_3^3|\neq|z_1|^3+|z_2|^3+|z_3|^3$.

C. $|z_1^3+z_2^3+z_3^3|\le|z_1|^3+|z_2|^3+|z_3|^3$. **D.** $|z_1^3+z_2^3+z_3^3|\ge|z_1|^3+|z_2|^3+|z_3|^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z_1+z_2+z_3=0 \Rightarrow z_3=-(z_1+z_2)$.

$\Rightarrow |z_1^3+z_2^3+z_3^3|=|z_1^3+z_2^3-(z_1+z_2)^3| =|-3z_1z_2(z_1+z_2)|=|3z_1z_2z_3|=3$

mà $|z_1|^3+|z_2|^3+|z_3|^3\ge 3|z_1||z_2||z_3|\ge 3$.

Câu 128. Gọi z_1,z_2,z_3 là ba số phức thỏa mã $z_1+z_2+z_3=0$ và $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. $|z_1^3+z_2^3+z_3^3|\le|z_1|^3+|z_2|^3+|z_3|^3$. **B.** $|z_1^3+z_2^3+z_3^3|\ge|z_1|^3+|z_2|^3+|z_3|^3$.

C. $|z_1^3+z_2^3+z_3^3|\neq|z_1|^3+|z_2|^3+|z_3|^3$. **D.** $|z_1^3+z_2^3+z_3^3|=|z_1|^3+|z_2|^3+|z_3|^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$z_1+z_2+z_3=0\Rightarrow z_3=-(z_1+z_2)\Rightarrow|z_1^3+z_2^3+z_3^3|=|z_1^3+z_2^3-(z_1+z_2)^3|=|-3z_1z_2(z_1+z_2)|=|3z_1z_2z_3|=3$

mà $|z_1|^3+|z_2|^3+|z_3|^3=1+1+1=3$. Vậy **A, B, C** đều đúng.

Câu 129. Cho z_1, z_2 là hai số phức liên hợp của nhau và thỏa mãn $\frac{z_1}{z_2^2}\in\mathbb{R}$ và $|z_1-z_2|=2\sqrt{3}$. Tính môđun của số phức z_1.

A. $|z_1|=\frac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $|z_1|=\sqrt{5}$. **C.** $|z_1|=3$. **D.** $|z_1|=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z_1=a+bi\Rightarrow z_2=a-bi;\ (a\in\mathbb{R};\ b\in\mathbb{R})$.

Không mất tính tổng quát ta gọi $b\ge 0$. Do $|z_1-z_2|=2\sqrt{3}\Rightarrow|2bi|=2\sqrt{3}\Rightarrow b=\sqrt{3}$.

Do z_1, z_2 là hai số phức liên hợp của nhau nên $z_1.z_2\in\mathbb{R}$, mà $\frac{z_1}{z_2^2}=\frac{z_1^3}{(z_1z_2)^2}\in\mathbb{R}\Rightarrow z_1^3\in\mathbb{R}$.

Ta có: $z_1^3=(a+bi)^3=(a^3-3ab^2)+(3a^2b-b^3)i\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 3a^2b-b^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=0\\3a^2=b^2\end{array}\right.\Rightarrow a^2=1$.

Vậy $|z_1|=\sqrt{a^2+b^2}=2$.

Câu 130. Cho hai số phức $z_1=5+5i$, $z_2=2-i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w=\dfrac{z_1}{z_2}$.

A. $\overline{w}=-1+3i$. **B.** $\overline{w}=-1-3i$. **C.** $\overline{w}=1+3i$. **D.** $\overline{w}=1-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $w=\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{5+5i}{2-i}=1+3i$. Vậy: $\overline{w}=1-3i$.

Câu 131. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=i(3i+1)$.

A. $\overline{z}=3-i$. **B.** $\overline{z}=-3+i$. **C.** $\overline{z}=3+i$. **D.** $\overline{z}=-3-i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta thấy $z=i(3i+1)=3i^2+i=-3+i$, suy ra $\overline{z}=-3-i$.

Câu 132. Cho hai số phức $z_1=1-2i$ và $z_2=3+i$. Tính môđun của số phức z_1-2z_2.

A. $|z_1-2z_2|=\sqrt{41}$. **B.** $|z_1-2z_2|=\sqrt{33}$.

C. $|z_1-2z_2|=\sqrt{26}$. **D.** $|z_1-2z_2|=\sqrt{29}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$|z_1-2z_2|=\sqrt{41}$. $z_1-2z_2=-5-4i$. Tính môđun $|z_1-2z_2|=\sqrt{(-5)^2+(-4)^2}=41$.

Câu 133. Cho số phức $z=\dfrac{\left(1+i\sqrt{3}\right)^3}{1+i}$. Tính môđun của số phức $\overline{z}+iz$ được kết quả:

A. $9\sqrt{2}$. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** $8\sqrt{2}$. **D.** $7\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z=\dfrac{\left(1+i\sqrt{3}\right)^3}{1+i}=-4+4i\Rightarrow\overline{z}=-4-4i\Rightarrow|\overline{z}+iz|=|-8-8i|=8\sqrt{2}$.

Câu 134. Cho số phức z có phần ảo âm và thỏa mãn $z^2-3z+5=0$. Tìm môđun của số phức $\omega=2z-3+\sqrt{14}$.

A. 4. **B.** $\sqrt{17}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $\Delta=(-3)^2-4.5=-11=11i^2$. Phương trình $z^2-3z+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=\dfrac{3-\sqrt{11}i}{2}\\ z=\dfrac{3+\sqrt{11}i}{2}\end{array}\right.$.

Vì z có phần ảo âm nên $z=\dfrac{3-\sqrt{11}i}{2}\Rightarrow\omega=2\dfrac{3-\sqrt{11}i}{2}-3+\sqrt{14}=\sqrt{14}-\sqrt{11}i$.

Suy ra $|\omega|=\sqrt{14+11}=5$.

Câu 135. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $|z_1|=3$, $|z_2|=4$, $|z_1-z_2|=\sqrt{37}$. Xét số phức $z=\dfrac{z_1}{z_2}=a+bi$. Tìm $|b|$.

A. $|b|=\dfrac{\sqrt{3}}{8}$. **B.** $|b|=\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $|b|=\dfrac{\sqrt{39}}{8}$. **D.** $|b|=\dfrac{3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z_1 = x + yi$, $z_2 = c + di$ $(x, y, c, d \in \mathbb{R})$.

Ta có: $|z_1| = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 = 9$; $|z_2| = 4 \Rightarrow c^2 + d^2 = 16$;

$$|z_1 - z_2| = \sqrt{37} \Rightarrow (x-c)^2 + (y-d)^2 = 37 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + c^2 + d^2 - 2xc - 2yd = 37 \Leftrightarrow xc + yd = -6$$

Lại có: $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{x+yi}{c+di} = \dfrac{(x+yi)(c-di)}{c^2+d^2} = \dfrac{xc+yd+(yc-xd)i}{c^2+d^2} = \dfrac{xc+yd}{c^2+d^2} + \dfrac{yc-xd}{c^2+d^2}i = a + bi = -\dfrac{3}{8} + bi$.

Mà $\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|} = \dfrac{3}{4} = \sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = \dfrac{9}{16} \Rightarrow b^2 = \dfrac{9}{16} - \left(-\dfrac{3}{8}\right)^2 = \dfrac{27}{64} \Rightarrow b = \pm\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$.

Vậy: $|b| = \dfrac{3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 136. Cho số phức $z = \cos\varphi + i.\sin\varphi$ $(\varphi \in \mathbb{R})$. Tìm môđun của z.

A. $|\cos\varphi + i\sin\varphi|$. **B.** $|\cos 2\varphi|$. **C.** $|\cos\varphi| + |\sin\varphi|$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $|z| = \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1$.

Câu 137. Tính môđun của số phức z thoả $(1-2i)z - 3 + 2i = 5$.

A. $|z| = \dfrac{2\sqrt{85}}{5}$. **B.** $|z| = \dfrac{4\sqrt{85}}{5}$. **C.** $|z| = \dfrac{\sqrt{85}}{5}$. **D.** $|z| = \dfrac{3\sqrt{85}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $(1-2i)z - 3 + 2i = 5 \Leftrightarrow z = \dfrac{8-2i}{1-2i} = \dfrac{12}{5} + \dfrac{14}{5}i \Rightarrow |z| = \dfrac{2\sqrt{85}}{5}$.

Câu 138. Cho số phức z thỏa mãn $\overline{z} = \dfrac{1+3i}{1-i}$. Tìm môđun của số phức $\text{w} = i.\overline{z} + z$..

A. $|\text{w}| = 3\sqrt{2}$. **B.** $|\text{w}| = 4\sqrt{2}$. **C.** $|\text{w}| = 2\sqrt{2}$. **D.** $|\text{w}| = \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$\overline{z} = \dfrac{1+3i}{1-i} = -1 + 2i \Rightarrow z = -1 - 2i$. $\quad \text{w} = i.\overline{z} + z = i \cdot \dfrac{1+3i}{1-i} + (-1-2i) = -3 - 3i \Rightarrow |z| = 3\sqrt{2}$.

Câu 139. Có bao nhiêu số phức z thỏa điều kiện $|z+1| = |z-1| = \sqrt{5}$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z = a + bi\,(a, b \in \mathbb{R})$, khi đó

$$|z+1| = |z-1| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} |z+1| = \sqrt{5} \\ |z-1| = \sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+1)^2 + b^2 = 5 \\ (a-1)^2 + b^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = \pm 2 \end{cases}.$$

Vậy có 2 số phức thỏa $\left[\begin{array}{l} z = 2i \\ z = -2i \end{array}\right.$.

Câu 140. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2}$ và $(z+2i)^2$ là số thuần ảo?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z = x + yi\,(x, y \in \mathbb{R})$, khi đó $|z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-3)^2 = 18$ (1).

$(z+2i)^2 = [x + (y+2)i]^2 = x^2 - (y+2)^2 + 2x(y+2)i$.

Theo giả thiết ta có $x^2-(y+2)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y+2 \\ x=-(y+2) \end{array}\right.$.

Trường hợp 1: $x=y+2$ thay vào (1) ta được phương trình $2y^2=0$

và giải ra nghiệm $y=0$, ta được 1 số phức $z_1=2$.

Trường hợp 2: $x=-(y+2)$ thay vào (1) ta được phương trình $2y^2-4y-8=0$

và giải ra ta được $\left[\begin{array}{l} y=1+\sqrt{5} \\ y=1-\sqrt{5} \end{array}\right.$, ta được 2 số phức $\left[\begin{array}{l} z_2=-3-\sqrt{5}+\left(1+\sqrt{5}\right)i \\ z_3=-3+\sqrt{5}+\left(1-\sqrt{5}\right)i \end{array}\right.$.

Vậy có 3 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 141. Tìm môđun của số z phức thỏa điều kiện $2z+i\overline{z}=2-5i$

A. $|z|=5$. **B.** $|z|=4$. **C.** $|z|=2\sqrt{5}$. **D.** $|z|=2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Giả sử $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ ta có:

$$2(a+bi)+i(a-bi)=2-5i \Leftrightarrow 2a+b+(a+2b)i=2-5i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=2 \\ a+2b=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-4 \end{cases} \Rightarrow |z|=5.$$

Câu 142. Cho số phức z_1, z_2 với $z_1=1+i$, $\overline{z_2}=3+2i$. Khi đó $M=|z_1+z_2|$ bằng.

A. $M=\sqrt{13}$. **B.** $M=\sqrt{5}$. **C.** $M=5$. **D.** $M=\sqrt{17}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $z_1=1+i$. $\overline{z_2}=3+2i \Rightarrow z_2=3-2i \Rightarrow z_1+z_2=4-i \Rightarrow M=|z_1+z_2|=\sqrt{17}$.

Câu 143. Tính môđun của số phức $z=(1+i)^{2016}$.

A. 2^{1000}. **B.** -2^{1008}. **C.** 2^{1008}. **D.** 2^{2016}.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $(1+i)^2=2i \Rightarrow (1+i)^{2016}=\left((1+i)^2\right)^{1008}=(2i)^{1008}=2^{1008}.i^{1008}=2^{1008}.\left(i^4\right)^{252}=2^{1008}$ có mô đun $|z|=2^{1008}$.

Câu 144. Cho số phức z thỏa mãn $z\left[(1+3i)|z|-3+i\right]=4\sqrt{10}$, $|z|>1$. Tính $|z|$.

A. $|z|=\sqrt{\dfrac{-1+\sqrt{65}}{4}}$. **B.** $|z|=\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{65}}{2}}$. **C.** $|z|=\sqrt{\dfrac{-1+\sqrt{65}}{2}}$. **D.** $|z|=\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{65}}{4}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C $z\left[(1+3i)|z|-3+i\right]=4\sqrt{10} \Leftrightarrow z\left[\left(|z|-3\right)+\left(3|z|+1\right)i\right]=4\sqrt{10}$

$\Rightarrow |z|\sqrt{\left(|z|-3\right)^2+\left(3|z|+1\right)^2}=4\sqrt{10} \Leftrightarrow |z|^2\left[\left(|z|-3\right)^2+\left(3|z|+1\right)^2\right]=160$

$\Leftrightarrow 10|z|^4+10|z|^2-160=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |z|^2=\dfrac{-1+\sqrt{65}}{2} \\ |z|^2=\dfrac{-1-\sqrt{65}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow |z|=\sqrt{\dfrac{-1+\sqrt{65}}{2}}$ (do $|z|>1$).

Câu 145. Tìm môđun của số phức $w=(1+z)\overline{z}$ biết rằng số phức z thỏa mãn biểu thức: $(3+2i)z+(2-i)^2=4+i$.

A. $|w|=\sqrt{10}$. **B.** $|w|=2$. **C.** $|w|=\sqrt{8}$. **D.** $|w|=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $(3+2i)z+(2-i)^2=4+i \Leftrightarrow (3+2i)z=4+i-(2-i)^2$

$\Leftrightarrow (3+2i)z=1+5i \Leftrightarrow z=\dfrac{1+5i}{3+2i} \Leftrightarrow z=\dfrac{(1+5i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)} \Leftrightarrow z=1+i$.

Khi đó $w=(1+z)\overline{z}=(1+1+i)(1-i)=3-i \Rightarrow |w|=\sqrt{10}$.

Câu 146. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1,z_2\neq 0$; $z_1+z_2\neq 0$ và $\dfrac{1}{z_1+z_2}=\dfrac{1}{z_1}+\dfrac{2}{z_2}$. Tính $\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right|$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Đặt $x=\dfrac{z_1}{z_2} \Rightarrow z_1=x.z_2$ và $\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right|=|x|$.

Từ giả thiết $\dfrac{1}{z_1+z_2}=\dfrac{1}{z_1}+\dfrac{2}{z_2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{x.z_2+z_2}=\dfrac{1}{x.z_2}+\dfrac{2}{z_2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{z_2(x+1)}=\dfrac{1}{z_2}\left(\dfrac{1}{x}+2\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{x+1}=\dfrac{1}{x}+2 \Leftrightarrow 2x^2+2x+1=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{1}{2}i \Rightarrow |x|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 147. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn hệ thức $z^2=\left(\overline{z}\right)^2$?

A. vô số. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z=a+bi,\ (a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có $z^2=\left(\overline{z}\right)^2 \Leftrightarrow (a+bi)^2=(a-bi)^2 \Leftrightarrow a^2-b^2+2abi=a^2-b^2-2abi$.

$\Leftrightarrow 4abi=0 \Leftrightarrow a=0$ hoặc $b=0$. Vậy có hai số phức thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 148. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z-2i.\overline{z}=5+3i$. Tính $|z|$.

A. $|z|=65$. **B.** $|z|=\sqrt{65}$. **C.** $|z|=97$. **D.** $|z|=\sqrt{97}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. **Cách 1:** Đặt $z=a+bi;(a,b\in\mathbb{R})$

$(1-i)z-2i\overline{z}=5+3i \Leftrightarrow (1-i)(a+bi)-2i(a-bi)=5+3i$

$\Leftrightarrow a+b-ai+bi-2ai-2b=5+3i \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=5 \\ -3a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-4 \\ b=-9 \end{cases}$

Suy ra $z=-4-9i \Rightarrow |z|=\sqrt{97}$

Cách 2: Dùng máy tính Casio

Chuyển sang MODE 2 nhập vào máy: $(1-i)X-2i.conjg(X)=5+3i$

CALC cho X giá trị $10000+100i$ ta được $9895-29903i$

Khi đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a-b=5 \\ 3a-b=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-4 \\ b=-9 \end{cases} \Rightarrow |z|=\sqrt{97}$

Câu 149. Mô đun của số phức $z=\dfrac{\left(1+\sqrt{3}i\right)^2}{1+i}+i\dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^2}{1-i}$ bằng.

A. $3\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $1+2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z=\dfrac{\left(1+\sqrt{3}i\right)^2}{1+i}+i\dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^2}{1-i}=\left[-1+\sqrt{3}+\left(1+\sqrt{3}\right)i\right]+i\left[-1+\sqrt{3}-\left(1+\sqrt{3}\right)i\right]$

$=-1+\sqrt{3}+\left(1+\sqrt{3}\right)i+i\left(-1+\sqrt{3}\right)-\left(1+\sqrt{3}\right)i^2=-1+\sqrt{3}+1+\sqrt{3}+i\left(1+\sqrt{3}-1+\sqrt{3}\right)=2\sqrt{3}+2\sqrt{3}i$.

Từ đó ta có $|z|=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$.

CHUYÊN ĐỀ 5: PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT THEO Z VÀ LIÊN HỢP CỦA Z

Câu 1. Tìm số phức z biết $\overline{z}+3z=(3-2i)^2(1+i)$.

A. $z=\frac{17}{4}+\frac{7}{2}i$. **B.** $z=\frac{17+14i}{4}$. **C.** $z=\frac{17}{4}+\frac{7}{4}i$. **D.** $z=\frac{17-14i}{4}$.

Câu 2. Tìm số phức z thỏa mãn đẳng thức $iz+2\overline{z}=1+2i$.

A. $z=1-i$. **B.** $z=-1+i$. **C.** $z=-1$. **D.** $z=-i$.

Câu 3. Cho số phức z thỏa mãn $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$. Tính tích phần thực và phần ảo của số phức z.

A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z=x+yi$ (với $x,\ y\in\mathbb{R}$), ta có $\overline{z}=x-yi$.

Theo giả thiết, ta có $x+yi-(2+3i)(x-yi)=1-9i\Leftrightarrow -x-3y-(3x-3y)i=1-9i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-x-3y=1\\3x-3y=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$. Vậy $xy=-2$.

Câu 4. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z=11-3i$. Điểm M biểu diễn cho số phức z trong mặt phẳng tọa độ là

A. $M(7;-7)$. **B.** $M(14;-14)$. **C.** $M(8;-14)$. **D.** $M(4;-7)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $(1+i)z=11-3i\Leftrightarrow z=4-7i$.

Điểm M biểu diễn cho số phức z trong mặt phẳng tọa độ là $M(4;-7)$.

Câu 5. Cho số phức z thỏa $z=(2-5i)(1+i)^4$. Mô đun của số phức z là:

A. $|z|=\sqrt{21}$. **B.** $|z|=4\sqrt{21}$. **C.** $|z|=\sqrt{29}$. **D.** $|z|=4\sqrt{29}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z=(2-5i)(1+i)^4=-8+20i\Rightarrow|z|=4\sqrt{29}$.

Câu 6. Cho số phức $z=a+bi$ thỏa mãn $(z-8)i+z-6i=5+5i$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 14. **B.** 2. **C.** 19. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $(z-8)i+z-6i=5+5i\Leftrightarrow(1+i)z=5+19i\Leftrightarrow z=12+7i$.

Mà $z=a+bi$ nên $\begin{cases}a=12\\b=7\end{cases}\Rightarrow a+b=19$.

Câu 7. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+5=0$. Tính $|z_1|+|z_2|$.

A. $|z_1|+|z_2|=2\sqrt{5}$. **B.** $|z_1|+|z_2|=10$. **C.** $|z_1|+|z_2|=\sqrt{5}$. **D.** $|z_1|+|z_2|=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z^2+2z+5=0\Leftrightarrow z=-1\pm2i\Rightarrow|z_1|+|z_2|=2\sqrt{5}$.

Câu 8. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ và thỏa mãn điều kiện $(1+2i)z-(2-3i)\overline{z}=2+30i$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=-2$. **B.** $S=2$. **C.** $S=8$. **D.** $S=-8$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $(1+2i)z-(2-3i)\overline{z}=2+30i\Leftrightarrow(1+2i)(a+bi)-(2-3i)(a-bi)=2+30i$

$\Leftrightarrow(-a+b)+(5a+3b)i=2+30i\Leftrightarrow\begin{cases}-a+b=2\\5a+3b=30\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=5\end{cases}$.

Khi đó $S=a+b=8$.

Câu 9. Xét số phức z thỏa mãn $(1+2i)|z| = \dfrac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $|z| > 2$. **B.** $|z| < \dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2} < |z| < \dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2} < |z| < 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z^{-1} = \dfrac{1}{|z|^2}\overline{z}$. Vậy $(1+2i)|z| = \dfrac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i \Leftrightarrow (|z|+2) + (2|z|-1)i = \left(\dfrac{\sqrt{10}}{|z|^2}\right).\overline{z}$

$\Rightarrow (|z|+2)^2 + (2|z|-1)^2 = \left(\dfrac{10}{|z|^4}\right).|z|^2 = \dfrac{10}{|z|^2}$. Đặt $|z|^2 = a > 0$.

$\Rightarrow (a+2)^2 + (2a-1)^2 = \left(\dfrac{10}{a^2}\right) \Leftrightarrow a^4 + a^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a^2 = 1 \\ a^2 = -2 \end{array}\right. \Rightarrow a = 1 \Rightarrow |z| = 1$.

Câu 10. Tìm số phức z thỏa mãn $(1-i)(z+1-2i) - 3 + 2i = 0$.

A. $z = \dfrac{3}{2} + \dfrac{5}{2}i$. **B.** $z = 4 + 3i$. **C.** $z = \dfrac{5}{2} + \dfrac{3}{2}i$. **D.** $z = 4 - 3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có

$(1-i)(z+1-2i) - 3 + 2i = 0 \Leftrightarrow z + 1 - 2i = \dfrac{3-2i}{1-i} = \dfrac{5}{2} + \dfrac{1}{2}i \Leftrightarrow z = \dfrac{5}{2} + \dfrac{1}{2}i - 1 + 2i = \dfrac{3}{2} + \dfrac{5}{2}i$.

Câu 11. Tìm số phức z thỏa mãn $iz + 2\overline{z} = 9 + 3i$.

A. $z = 5 + i$. **B.** $z = 5 - i$. **C.** $z = 1 - 5i$. **D.** $z = 1 + 5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z = a + bi$ $(a; b \in \mathbb{R})$. Suy ra: $\overline{z} = a - bi$. Ta có:

$iz + 2\overline{z} = 9 + 3i \Leftrightarrow i(a+bi) + 2(a-bi) = 9 + 3i \Leftrightarrow (2a-b) + (a-2b)i = 9 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 9 \\ a - 2b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 1 \end{cases}$

Vậy $z = 5 + i$.

Câu 12. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (2-i)\overline{z} = 13 + 2i$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

$(1+i)z + (2-i)\overline{z} = 13 + 2i \Leftrightarrow (1+i)(a+bi) + (2-i)(a-bi) = 13 + 2i$

$\Leftrightarrow (a-b) + (a+b)i + (2a-b) - (2b+a)i = 13 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 13 \\ -b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow z = 3 - 2i$.

Câu 13. Cho số phức $z = x + yi$ $(x; y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $z + 2\overline{z} = 2 - 4i$. Tính $P = 3x + y$.

A. $P = 5$. **B.** $P = 8$. **C.** $P = 7$. **D.** $P = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z + 2\overline{z} = 2 - 4i \Leftrightarrow x + yi + 2(x - yi) = 2 - 4i \Leftrightarrow 3x - yi = 2 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$

Vậy $P = 3x + y = 6$.

Câu 14. Nghiệm của phương trình $z(2-i) = 5(3-2i)$ là:

A. $z = -8 - i$. **B.** $z = 8i$. **C.** $z = 8 + i$. **D.** $z = -8 + i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z = \dfrac{(15-10i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \dfrac{30 + 15i - 20i - 10i^2}{5} = \dfrac{40 - 5i}{5} = 8 - i$.

Câu 15. Trong tập các số phức, tìm số phức z biết $(1+i)z+2-3i=z(2-i)-2$.

A. $z=2+i$. **B.** $z=1-2i$. **C.** $z=2-i$. **D.** $z=1+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $(1+i)z+2-3i=z(2-i)-2 \Leftrightarrow (1-2i)z=4-3i \Leftrightarrow z=\dfrac{4-3i}{1-2i}=2+i$.

Câu 16. Tìm số phức z thỏa mãn $(2-i)(1+i)+\overline{z}=4-2i$.

A. $z=-1-3i$. **B.** $z=1+3i$. **C.** $z=1+3i$. **D.** $z=1-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $(2-i)(1+i)+\overline{z}=4-2i \Leftrightarrow 3+i+\overline{z}=4-2i \Leftrightarrow \overline{z}=1-3i \Leftrightarrow z=1+3i$.

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn: $(2-3i)z+(4+i)\overline{z}=-(1+3i)^2$. Tìm phần thực và phần ảo của z.

A. Phần thực là -2; phần ảo là $5i$. **B.** Phần thực là -2; phần ảo là 5.
C. Phần thực là -2; phần ảo là 3. **D.** Phần thực là -3; phần ảo là $5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Giả sử số phức $z=a+bi$ $(a,\mathrm{b}\in\mathbb{R})$.

$$(2-3i)z+(4+i)\overline{z}=-(1+3i)^2 \Leftrightarrow (2-3i)(a+bi)+(4+i)(a-bi)=-(-8+6i) \Leftrightarrow \begin{cases}3a+2b=4\\ a+b=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-2\\ b=5\end{cases}$$

Câu 18. Tìm các số thực x,y thỏa mãn $2x-1+(1-2y)i=2-x+(3y+2)i$.

A. $x=1; y=\dfrac{3}{5}$. **B.** $x=3; y=\dfrac{3}{5}$. **C.** $x=3; y=-\dfrac{1}{5}$. **D.** $x=1; y=-\dfrac{1}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $2x-1+(1-2y)i=2-x+(3y+2) \Leftrightarrow \begin{cases}2x-1=2-x\\ 1-2y=3y+2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\ y=-\dfrac{1}{5}\end{cases}$

Câu 19. Biết $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn $(3-2i)z-2i\overline{z}=15-8i$. Tổng $a+b$ là

A. $a+b=-1$. **B.** $a+b=9$. **C.** $a+b=1$. **D.** $a+b=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z=a+bi \Rightarrow \overline{z}=a-bi$. Theo đề bài ta có
$(3-2i)z-2i\overline{z}=15-8i \Leftrightarrow (3-2i)(a+bi)-2i(a-bi)=15-8i \Leftrightarrow 3a-(4a-3b)i=15-8i$
$\Leftrightarrow \begin{cases}3a=15\\ 4a-3b=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=5\\ b=4\end{cases}$. Vậy $a+b=9$.

Câu 20. Cho số phức $z=(2-3i)^2$. Khi đó môđun của z bằng

A. 1. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** 13. **D.** $\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z=(2-3i)^2=-5-12i \Rightarrow |z|=\sqrt{(-5)^2+12^2}=13$.

Câu 21. Cho số phức $z=a+bi$ thỏa mãn $z(1+i)^2+\overline{z}=-20+4i$. Giá trị a^2-b^2 bằng

A. 7 **B.** 16 **C.** 1 **D.** 5

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $(1+2i)^2=-3+4i$ và $\overline{z}=a-bi$. Do đó theo giả thiết ta được
$(a+bi)(-3+4i)+a-bi=-20+4i \Leftrightarrow (-4a-4b)+(4a-4b)i=-20+4i$.

Ta được hệ $\begin{cases}-4a-4b=-20\\ 4a-4b=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=3\\ b=2\end{cases}$. Do đó $a^2-b^2=5$.

Câu 22. Cho $z=1-i$, môđun của số phức $4z-1$ là:

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $4z-1=4(1-i)-1=3-4i \Rightarrow |4z-1|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$.

Câu 23. Trên tập số phức, tìm nghiệm của phương trình $iz+2-i=0$.

A. $z=1-2i$. **B.** $z=1+2i$. **C.** $z=4-3i$. **D.** $z=2+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $iz+2-i=0 \Leftrightarrow z=\dfrac{-2+i}{i}=1+2i$.

Câu 24. Cho số phức z thỏa $(3+2i)z=7+5i$. Số phức liên hợp $\overline{z}$ của số phức z là

A. $\overline{z}=-\dfrac{31}{13}+\dfrac{1}{13}i$. **B.** $\overline{z}=-\dfrac{31}{5}+\dfrac{1}{5}i$. **C.** $\overline{z}=\dfrac{31}{5}-\dfrac{1}{5}i$. **D.** $\overline{z}=\dfrac{31}{13}-\dfrac{1}{13}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $(3+2i)z=7+5i \Leftrightarrow z=\dfrac{31}{13}+\dfrac{1}{13}i \Leftrightarrow \overline{z}=\dfrac{31}{13}-\dfrac{1}{13}i$.

Câu 25. Cho số phức $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+1+3i-|z|i=0$. Tính $S=a+3b$.

A. $S=5$. **B.** $S=-5$. **C.** $S=\dfrac{7}{3}$. **D.** $S=-\dfrac{7}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có : $z+1+3i-|z|i=0 \Leftrightarrow a+bi+1+3i-i\sqrt{a^2+b^2}=0 \Leftrightarrow a+1+\left(b+3-\sqrt{a^2+b^2}\right)i=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ b+3-\sqrt{a^2+b^2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ \sqrt{1+b^2}=b+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b\geq -3 \\ 1+b^2=(b+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-\dfrac{4}{3} \end{cases}.$$

Vậy $S=a+3b=-1-4=-5$.

Câu 26. Cho 2018 phức $z=a+bi$ (trong đó a, b là các 2018 thực thỏa mãn $3z-(4+5i)\overline{z}=-17+11i$. Tính ab.

A. $ab=-6$. **B.** $ab=-3$. **C.** $ab=3$. **D.** $ab=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z=a+bi \Rightarrow \overline{z}=a-bi$.

Khi đó $3z-(4+5i)\overline{z}=-17+11i \Leftrightarrow 3(a+bi)-(4+5i)(a-bi)=-17+11i$

$\Leftrightarrow (-a-5b)-(5a-7b)i=-17+11i \Leftrightarrow \begin{cases} -a-5b=-17 \\ -5a+7b=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow z=2+3i$. Vậy $ab=6$.

Câu 27. Trên $\mathbb{C}$, phương trình $\dfrac{2}{z-1}=1+i$ có nghiệm là

A. $z=1+2i$. **B.** $z=1-2i$. **C.** $z=2-i$. **D.** $z=2+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $\dfrac{2}{z-1}=1+i \Leftrightarrow z-1=\dfrac{2}{1+i} \Leftrightarrow z=1+\dfrac{2(1-i)}{2} \Leftrightarrow z=2-i$.

Câu 28. Cho số phức $z=1+3i$, môđun của số phức $w=z^2-i\overline{z}$ là

A. $|w|=\sqrt{146}$. **B.** $|w|=10$. **C.** $|w|=0$. **D.** $|w|=146$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$z=1+3i \Rightarrow \overline{z}=1-3i$

$\mathrm{w}=z^2-i\overline{z}=(1+3i)^2-i(1-3i)=6i-8-i-3=5i-11 \Rightarrow |\mathrm{w}|=\sqrt{146}$.

Câu 29. Biết $z=a+bi\ \left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ là nghiệm của phương trình $\left(1+2i\right)z+\left(3-4i\right)\overline{z}=-42-54i$. Tính tổng $a+b$.

A. -27. **B.** 27. **C.** -3. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow\overline{z}=a-bi$.

$\Leftrightarrow\left(1+2i\right)\left(a+bi\right)+\left(3-4i\right)\left(a-bi\right)=-42-54i\Leftrightarrow a+bi+2ai-2b+3a-3bi-4ai-4b=-42-54i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}4a-6b=-42\\-2a-2b=-54\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=12\\b=15\end{cases}\Rightarrow a+b=27$.

Câu 30. Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn: $z-\left(2+3i\right)\overline{z}=1-9i$.

A. 2. **B.** -1. **C.** $-i$. **D.** $2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z=a+bi$.

Ta có: $z-\left(2+3i\right)\overline{z}=1-9i\Leftrightarrow a+bi-\left(2+3i\right)\left(a-bi\right)=1-9i$.

$\Leftrightarrow a+bi-2a+2bi-3ai+3bi^2=1-9i\Leftrightarrow\left(-a-3b\right)+\left(-3a+3b\right)i=1-9i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-a-3b=1\\-3a+3b=-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}\Rightarrow z=2-i$. Vậy phần ảo của số phức z là -1.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $\overline{z}=\dfrac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$. Môđun của số phức $\overline{z}+iz$ bằng

A. $8\sqrt{2}.$ **B.** $8\sqrt{3}.$ **C.** $4\sqrt{2}.$ **D.** $4\sqrt{3}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A. $\overline{z}=\dfrac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}=-4-4i\Rightarrow z=-4+4i\ \Rightarrow\overline{z}+iz=-8-8i\Rightarrow\left|\overline{z}+iz\right|=8\sqrt{2}$.

Câu 32. Cho số phức z thoả mãn $\left(1-i\right)z-2\overline{z}=1+9i$. Tìm môđun của số phức $w=\dfrac{1+i\sqrt{3}}{z}$.

A. $\left|w\right|=\dfrac{1}{5}$. **B.** $\left|w\right|=5$. **C.** $\left|w\right|=\dfrac{5}{2}$. **D.** $\left|w\right|=\dfrac{2}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z=a+bi$ với a, $b\in\mathbb{R}$.

Ta có : $\left(1-i\right)z-2\overline{z}=1+9i\Leftrightarrow\left(1-i\right)\left(a+bi\right)-2\left(a-bi\right)=1+9i\Leftrightarrow b-a+\left(3b-a\right)i=1+9i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}b-a=1\\3b-a=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=4\end{cases}\Rightarrow z=3+4i\Rightarrow w=\dfrac{1+i\sqrt{3}}{z}=\dfrac{1+i\sqrt{3}}{3+4i}=\dfrac{3+4\sqrt{3}}{25}+\dfrac{-4+3\sqrt{3}}{25}i\ \Rightarrow\left|w\right|=\dfrac{2}{5}$.

Câu 33. Môđun của số phức $z=2\sqrt{2}-i$ là

A. 8. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z=2\sqrt{2}-i\Rightarrow\left|z\right|=\sqrt{8+1}=3$.

Câu 34. Cho số phức $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $\left(1+2i\right)z+i\overline{z}=7+5i$. Tính $S=4a+3b$.

A. $S=0$. **B.** $S=24$. **C.** $S=-7$. **D.** $S=7$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $\left(1+2i\right)z+i\overline{z}=7+5i\Leftrightarrow\left(1+2i\right).\left(a+bi\right)+i\left(a-bi\right)=7+5i$

$\Leftrightarrow a-2b+b+\left(2a+b+a\right)=7+5i\ \Leftrightarrow\begin{cases}a-b=7\\3a+b=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-4\end{cases}$. Vậy $S=4.3+3.\left(-4\right)=0.$

Câu 35. Trên $\mathbb{C}$, phương trình $\dfrac{2}{z-1}=1+i$ có nghiệm là.

A. $z=2+i$. **B.** $z=2-i$. **C.** $z=1-2i$. **D.** $z=1+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $\dfrac{2}{z-1}=1+i \Leftrightarrow z-1=\dfrac{2}{1+i} \Leftrightarrow z=1+\dfrac{2(1-i)}{2} \Leftrightarrow z=2-i$.

Câu 36. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2-i)+13i=1$.

A. $|z|=\dfrac{\sqrt{34}}{3}$. **B.** $|z|=34$. **C.** $|z|=\dfrac{5\sqrt{34}}{3}$. **D.** $|z|=\sqrt{34}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$z(2-i)+13i=1 \Leftrightarrow z=\dfrac{1-13i}{2-i} \Leftrightarrow z=\dfrac{(1-13i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} \Leftrightarrow z=3-5i$. $|z|=\sqrt{3^2+(-5)^2}=\sqrt{34}$.

Câu 37. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $2(z+1)=3\overline{z}+i(5-i)$. Tính $a+2b$.

A. $a+2b=-1$. **B.** $a+2b=1$. **C.** $a+2b=-3$. **D.** $a+2b=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$2(z+1)=3\overline{z}+i(5-i) \Leftrightarrow 2(a+bi+1)=3(a-bi)+1+5i \Leftrightarrow \begin{cases}2a+2=3a+1\\2b=-3b+5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$.

Vậy: $a+2b=3$.

Câu 38. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)z+2\overline{z}=3+2i$. Tính $P=a+b$.

A. $P=1$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $P=\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $(1+i)z+2\overline{z}=3+2i.(1)$. Ta có: $z=a+bi \Rightarrow \overline{z}=a-bi$.

Thay vào (1) ta được $(1+i)(a+bi)+2(a-bi)=3+2i$

$\Leftrightarrow (a-b)i+(3a-b)=3+2i \Leftrightarrow (a-b)i+(3a-b)=3+2i$

$\Leftrightarrow \begin{cases}a-b=2\\3a-b=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\b=-\dfrac{3}{2}.\end{cases} \Rightarrow P=-1.$

Câu 39. Tìm số phức z thỏa mãn $2(\overline{z}+1)+z-1=(1-i)|z|^2$ và $|z|<1$.

A. $z=-\dfrac{3}{10}-\dfrac{1}{10}i$. **B.** $z=i$. **C.** $z=-\dfrac{3}{10}+\dfrac{1}{10}i$. **D.** $z=-i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z=x+yi$ với x, $y\in\mathbb{R}$. Ta có $|z|<1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+y^2}<1$.

Và $2(\overline{z}+1)+z-1=(1-i)|z|^2 \Leftrightarrow 2(x-yi+1)+x+yi-1=(1-i)(x^2+y^2)$

$\Leftrightarrow (x^2+y^2-3x-1)+(y-x^2-y^2)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2-3x-1=0\\x^2+y^2-y=0\end{cases}$

$\begin{cases}10x^2+3x=0\\y=3x+1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=-\dfrac{3}{10}\\y=\dfrac{1}{10}\end{cases}$. Vậy $z=-\dfrac{3}{10}+\dfrac{1}{10}i$.

Câu 40. Cho số phức z thỏa mãn $z+4\overline{z}=7+i(z-7)$. Khi đó, môđun của z bằng bao nhiêu?

A. $|z|=5$. **B.** $|z|=\sqrt{3}$. **C.** $|z|=\sqrt{5}$. **D.** $|z|=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z=a+bi$ với a, $b\in\mathbb{R}$. Khi đó $\overline{z}=a-bi$.

Ta có $z+4\overline{z}=7+i(z-7)\Leftrightarrow a+bi+4(a-bi)=7+i(a+bi-7)$

$\Leftrightarrow a+bi+4a-4bi=7+ai-b-7i\Leftrightarrow 5a+b-(a+3b)i=7-7i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}5a+b=7\\a+3b=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$. Do đó $z=1+2i$. Vậy $|z|=\sqrt{5}$.

Câu 41. Trong tập số phức $\mathbb{C}$, phương trình $\dfrac{4}{z+1}=1-i$ có nghiệm là:

A. $z=5-3i$. **B.** $z=1+2i$. **C.** $z=2-i$. **D.** $z=3+2i$.

Câu 42. Tập nghiệm S của phương trình $\left(\sqrt{2}-i\sqrt{3}\right)z+i\sqrt{2}=\sqrt{3}+2i\sqrt{2}$ trên tập số phức là

A. $S=\{-12-5i\}$. **B.** $S=\{-5i\}$. **C.** $S=\{5i\}$. **D.** $S=\{i\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\left(\sqrt{2}-i\sqrt{3}\right)z+i\sqrt{2}=\sqrt{3}+2i\sqrt{2}\Leftrightarrow\left(\sqrt{2}-i\sqrt{3}\right)z=\sqrt{3}+i\sqrt{2}\Leftrightarrow z=\dfrac{\sqrt{3}+i\sqrt{2}}{\sqrt{2}-i\sqrt{3}}=i$.

Câu 43. Tìm số phức z thỏa mãn $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$.

A. $z=-2+i$. **B.** $z=-2-i$. **C.** $z=2-i$. **D.** $2+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Giả sử $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Ta có:

$z-(2+3i)\overline{z}=1-9i\Leftrightarrow a+bi-(2+3i)(a-bi)=1-9i\Leftrightarrow -a-3b+(-3a+3b)i=1-9i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-a-3b=1\\-3a+3b=-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}$. Vậy $z=2-i$.

Câu 44. Cho số phức $z+(1+i)\overline{z}=5+2i$. Mô đun của z là

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Giả sử số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$.

Phương trình $z+(1+i)\overline{z}=5+2i\Leftrightarrow(a+bi)+(1+i)(a-bi)=5+2i\Leftrightarrow(2a+b)+ai=5+2i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2a+b=5\\a=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$. Suy ra $|z|=\sqrt{5}$.

Câu 45. Gọi A, B theo thứ tự là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2. Khi đó độ dài của véctơ $\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $|z_2-z_1|$. **B.** $|z_2+z_1|$. **C.** $|z_1|-|z_2|$. **D.** $|z_1|+|z_2|$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Giả sử $z_1=a+bi$, $z_2=c+di$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$.

Theo đề bài ta có $A(a;b)$, $B(c;d)$ $\Rightarrow AB=\sqrt{(c-a)^2+(d-b)^2}$.

$z_2-z_1=(a-c)+(d-b)i\Rightarrow|z_2-z_1|=\sqrt{(c-a)^2+(d-b)^2}$.

Câu 46. Tìm số phức z thỏa mãn $(2-i)(1+i)+\overline{z}=4-2i$.

A. $z=1-3i$. **B.** $z=1+3i$. **C.** $z=-1-3i$. **D.** $z=-1+3i$.

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i)+12i=3$. Tìm phần ảo của số $\overline{z}$.

A. $-\dfrac{15}{2}$ **B.** $\dfrac{15}{2}i$ **C.** $\dfrac{15}{2}$ **D.** $-\dfrac{9}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z(1+i)+12i=3 \Leftrightarrow z=\dfrac{3-12i}{1+i} \Leftrightarrow z=\dfrac{(3-12i)(1-i)}{(1-i)(1+i)} \Leftrightarrow z=-\dfrac{9}{2}-\dfrac{15}{2}i$

$\Rightarrow \overline{z}=-\dfrac{9}{2}+\dfrac{15}{2}i$.

Vậy phần ảo của số $\overline{z}$ là $\dfrac{15}{2}$.

Câu 48. Phương trình $(3-2i)z+4+5i=7+3i$ có nghiệm z bằng

A. 0. **B.** i. **C.** $1-i$. **D.** 1.

Câu 49. Cho số phức $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $3z-(4+5i)\overline{z}=17-11i$. Tính ab.

A. $ab=-6$. **B.** $ab=-3$. **C.** $ab=6$. **D.** $ab=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có $3z-(4+5i)\overline{z}=17-11i \Leftrightarrow 3(a+bi)-(4+5i)(a-bi)=17-11i$

$\Leftrightarrow (-a-5b)+(-5a+7b)i=17-11i \Leftrightarrow \begin{cases}-a-5b=17\\-5a+7b=-11\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-2\\b=-3\end{cases} \Rightarrow a.b=6$

Câu 50. Cho số phức z thỏa mãn $(1+z)(1+i)-5+i=0$. Số phức $w=1+z$ bằng

A. $2-3i$. **B.** $1-3i$. **C.** $-2+3i$. **D.** $-1+3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $(1+z)(1+i)-5+i=0 \Leftrightarrow 1+z=2-3i \Leftrightarrow z=1-3i$.

Vậy $w=1+z=1+1-3i=2-3i$.

Câu 51. Tính môđun của số phức z thỏa mãn: $3z.\overline{z}+2017(z-\overline{z})=48-2016i$.

A. $|z|=2$. **B.** $|z|=4$. **C.** $|z|=\sqrt{2016}$. **D.** $|z|=\sqrt{2017}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z=x+yi$, với $x,y\in\mathbb{R}$

Ta có $3z.\overline{z}+2017(z-\overline{z})=48-2016i \Leftrightarrow 3|z|^2+2017[(x+yi)-(x-yi)]=48-2016i$

$\Leftrightarrow \begin{cases}3|z|^2=48\\2.2017y=-2016\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}|z|^2=16\\y=-\dfrac{1008}{2017}\end{cases} \Rightarrow |z|=4$.

Câu 52. Tìm số phức z thỏa $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$.

A. $z=-2+i$. **B.** $z=-2-i$. **C.** $z=2-i$. **D.** $z=2+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Ta có $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$

$\Leftrightarrow a+bi-(2+3i)(a-bi)=1-9i \Leftrightarrow -a-3b+(-3a+3b)i=1-9i$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-a-3b=1\\-3a+3b=-9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}$.

Câu 53. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,\,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(-2+2i)z=10+6i$. Tính $P=a+b$.

A. $P=-5$. **B.** $P=5$. **C.** $P=-3$. **D.** $P=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $(-2+2i)z=10+6i \Leftrightarrow z=\dfrac{10+6i}{-2+2i} \Leftrightarrow z=-1-4i$

Do đó: $a=-1$; $b=-4$ nên $P=a+b=-5$.

Câu 54. Cho số phức z thỏa điều kiện $\dfrac{1+5i}{1+i}z+\overline{z}=10-4i$. Tính môđun của số phức $w=1+iz+z^2$.

A. $|w|=\sqrt{41}$. **B.** $|w|=\sqrt{47}$. **C.** $|w|=6$. **D.** $|w|=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$.

Khi đó $\dfrac{1+5i}{1+i}z+\overline{z}=10-4i \Leftrightarrow (1+5i)(a+bi)+(1+i)(a-bi)=(10-4i)(1+i)$.

$\Leftrightarrow (2a-4b-14)+(6a-6)i=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ b=-3 \end{array}\right. \Rightarrow z=1-3i$.

Suy ra $w=1+i(1-3i)+(1-3i)^2=-4-5i$. Vậy $|w|=\sqrt{41}$.

Câu 55. Cho hai số phức $z_1=1-2i$, $z_2=x-4+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$. Tìm cặp $(x;y)$ để $z_2=2\overline{z_1}$.

A. $(x;y)=(6;-4)$. **B.** $(x;y)=(6;4)$. **C.** $(x;y)=(4;6)$. **D.** $(x;y)=(5;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$z_2=2\overline{z_1} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=2 \\ y=2.2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=4 \end{cases}$.

Câu 56. Trên tập số phức, tìm nghiệm của phương trình $iz+2-i=0$.

A. $z=1-2i$. **B.** $z=2+i$. **C.** $z=1+2i$. **D.** $z=4-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$iz+2-i=0 \Leftrightarrow z=\dfrac{-2+i}{i} \Leftrightarrow z=\dfrac{-2}{i}+1 \Leftrightarrow z=2i+1$

Câu 57. Cho số phức $z=2+5i$. Tìm số phức $\mathrm{w}=iz+\overline{z}$

A. $\mathrm{w}=-3-3i$. **B.** $\mathrm{w}=3+7i$. **C.** $\mathrm{w}=-7-7i$. **D.** $\mathrm{w}=7-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $\mathrm{w}=i(2+5i)+(2-5i)=-3-3i$.

Câu 58. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)^2.\overline{z}+4-5i=-1+6i$ Tính $S=a+b$.

A. $S=8$. **B.** $S=-3$. **C.** $S=3$. **D.** $S=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $(1+i)^2.\overline{z}+4-5i=-1+6i \Leftrightarrow 2i.\overline{z}=-5+11i$

$\Leftrightarrow \overline{z}=\dfrac{-5+11i}{2i}=\dfrac{(-5+11i).(-2i)}{4}=\dfrac{11}{2}+\dfrac{5}{2}i$. Khi đó, $a=\dfrac{11}{2}$, $b=-\dfrac{5}{2} \Rightarrow S=a+b=3$.

CHUYÊN ĐỀ 6: TÌM NGHIỆM PHỨC CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Câu 1. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2-6z+5=0$. Tìm iz_0?

A. $iz_0=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$. **B.** $iz_0=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$. **C.** $iz_0=-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$. **D.** $iz_0=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $2z^2-6z+5=0 \Rightarrow z_0=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$. Khi đó $iz_0=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$.

Câu 2. Tìm nghiệm phức của phương trình: $x^2+2x+2=0$.

A. $x_1=2-i; x_2=2+i$. **B.** $x_1=-1-i; x_2=-1+i$.

C. $x_1=1-i; x_2=1+i$. **D.** $x_1=-2-i; x_2=-2+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\Delta=2^2-4.1.2=-4$ suy ra Δ có một căn bậc hai là $2i$, phương trình có hai nghiệm:

$$x_1=\frac{-2-2i}{2}=-1-i; x_2=\frac{-2+2i}{2}=-1+i.$$

Câu 3. Cho các số phức $z_1=3+2i$, $z_2=3-2i$. Phương trình bậc hai có hai nghiệm z_1 và z_2 là

A. $z^2+6z-13=0$. **B.** $z^2-6z-13=0$. **C.** $z^2-6z+13=0$. **D.** $z^2+6z+13=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Do $z_1=3+2i$, $z_2=3-2i$ là hai nghiệm của phương trình nên

$$(z-z_1)(z-z_2)=0 \Leftrightarrow (z-3-2i)(z-3+2i)=0 \Leftrightarrow (z-3)^2+4=0 \Leftrightarrow z^2-6z+13=0.$$

Câu 4. Phương trình $2x^2-5x+4=0$ có nghiệm trên tập số phức là.

A. $x_1=\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{7}}{4}i$; $x_2=\frac{3}{4}-\frac{\sqrt{7}}{4}i$. **B.** $x_1=-\frac{5}{4}+\frac{\sqrt{7}}{4}i$; $x_2=-\frac{5}{4}-\frac{\sqrt{7}}{4}i$.

C. $x_1=\frac{5}{2}+\frac{\sqrt{7}}{4}i$; $x_2=\frac{5}{2}-\frac{\sqrt{7}}{4}i$. **D.** $x_1=\frac{5}{4}+\frac{\sqrt{7}}{4}i$; $x_2=\frac{5}{4}-\frac{\sqrt{7}}{4}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Phương trình $2x^2-5x+4=0$ có $\Delta=5^2-4.2.4=-7=7i^2$..

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x_1=\frac{5}{4}+\frac{\sqrt{7}}{4}i$; $x_2=\frac{5}{4}-\frac{\sqrt{7}}{4}i$.

Câu 5. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+6z+13=0$ trong đó z_1 là số phức có phần ảo âm. Tìm số phức $\omega=z_1+2z_2$.

A. $\omega=-9-2i$. **B.** $\omega=9-2i$. **C.** $\omega=9+2i$. **D.** $\omega=-9+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình $z^2+6z+13=0$ có hai nghiệm là $z_1=-3-2i$, $z_2=-3+2i$. Vậy $\omega=-6+2i$.

Câu 6. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2-2z+5=0$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức $\frac{7-4i}{z_1}$ trên mặt phẳng phức?

A. $M(1;2)$. **B.** $N(1;-2)$. **C.** $Q(3;-2)$. **D.** $P(3;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có:

$$z^2-2z+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} z=1-2i & (TM) \\ z=1+2i & (L) \end{array}\right.. \text{ Suy ra } \frac{7-4i}{z_1}=\frac{7-4i}{1-2i}=3+2i.$$

Câu 7. Biết z là một nghiệm của phương trình $z+\frac{1}{z}=1$. Tính giá trị của biểu thức $P=z^3+\frac{1}{z^3}$.

A. $P=\frac{7}{4}$. **B.** $P=-2$. **C.** $P=0$. **D.** $P=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z+\frac{1}{z}=1 \Leftrightarrow z^2-z+1=0$, do $z\neq 1$ nên $z^3+1=0 \Rightarrow z^3=-1$. Vậy $P=-2$.

Câu 8. Phương trình $z^2-iz+1=0$ có bao nhiêu nghiệm trong tập số phức?

A. 0. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta đặt $z=a+bi$, khi đó $z^2+iz+1=0 \Leftrightarrow a^2-b^2-b+1+(2ab+a)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2ab+a=0 \\ a^2-b^2-b+1=0 \end{cases}$

TH1. $\begin{cases} a=0 \\ -b^2-b+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ TH2. $\begin{cases} b=-\frac{1}{2} \\ a^2+\frac{5}{4}=0 \end{cases}$ vô nghiệm.

Câu 9. Gọi $z_1;z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+2=0$. Giá trị của biểu thức $|z_1^2|+|z_2^2|$ bằng

A. $8i$. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z^2-2z+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=1-i\sqrt{3} \\ z_2=1+i\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Từ đó suy ra $\left[\begin{array}{l} z_1^2=\left(1-i\sqrt{3}\right)^2=-2-2i\sqrt{3} \\ z_2^2=\left(1+i\sqrt{3}\right)^2=-2+2i\sqrt{3} \end{array}\right. \Rightarrow |z_1^2|=|z_2^2|=\sqrt{4+12}=4$. Vậy $|z_1^2|+|z_2^2|=8$.

Câu 10. Trong $\mathbb{C}$, phương trình $z^2+4=0$ có nghiệm là:

A. $\left[\begin{array}{l} z=2i \\ z=-2i \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} z=1+i \\ z=3-2i \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} z=1+2i \\ z=1-2i \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} z=5+2i \\ z=3-5i \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z^2+4=0 \Leftrightarrow z^2=-4 \Leftrightarrow z^2=4i^2 \Leftrightarrow z=\pm 2i$.

Câu 11. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2-z+2=0$. Tính $|z_1|^2+|z_2|^2$.

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $-\frac{11}{9}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$3z^2-z+2=0 \Leftrightarrow z=\frac{1\pm i\sqrt{23}}{6}$. $|z_1|^2+|z_2|^2=\left|\frac{1+i\sqrt{23}}{6}\right|^2+\left|\frac{1-i\sqrt{23}}{6}\right|^2=2\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{23}}{6}\right)^2}^{\,2}=\frac{4}{3}$.

Câu 12. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2-3z+4=0$. Tính $w=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}+iz_1z_2$.

A. $w=\frac{3}{4}+2i$. **B.** $w=\frac{3}{2}+2i$. **C.** $w=2+\frac{3}{2}i$. **D.** $w=-\frac{3}{4}+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo định lý Viét ta có $z_1+z_2=\frac{3}{2}$, $z_1z_2=2$. $w=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}+iz_1z_2=\frac{z_1+z_2}{z_1z_2}+iz_1z_2=\frac{3}{4}+2i$.

Câu 13. Gọi z_1 là nghiệm có phần ảo âm của phương trình $z^2-4z+20=0$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của z_1.

A. $M(4;-2)$. **B.** $M(-2;-4)$. **C.** $M(-4;-2)$. **D.** $M(2;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Có $z^2-4z+20=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=2+4i\\z=2-4i\end{array}\right.\Rightarrow z_1=2-4i$.

Vậy điểm biểu diễn của số phức z_1 là $M(2;-4)$.

Câu 14. Trong tập số phức phương trình: $z^2+(1-3i)z-2(1+i)=0$ có nghiệm là.

A. $\left[\begin{array}{l}z=i\\z=-2+5i\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}z=5+3i\\z=2-i\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}z=2i\\z=-1+i\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}z=3i\\z=-2+i\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $\Delta=(1-3i)^2-4.1.(-2-2i)=2i=(1+i)^2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}z=2i\\z=-1+i\end{array}\right.$.

Câu 15. Giải phương trình $z^2-4z+5=0$ trên tập số phức ta được các nghiệm

A. $z_1=-4+i;z_2=-4-i$. **B.** $z_1=-2+i;z_2=-2-i$.

C. $z_1=2+i;z_2=2-i$. **D.** $z_1=4+i;z_2=4-i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $z^2-4z+5=0\Leftrightarrow z^2-4z+4=-1\Leftrightarrow(z-2)^2=i^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z-2=i\\z-2=-i\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=2+i\\z=2-i\end{array}\right.$

Suy ra $z_1=2+i$ và $z_2=2-i$.

Câu 16. Trong $\mathbb{C}$, phương trình $z^2+3iz+4=0$ có nghiệm là.

A. $\left[\begin{array}{l}z=1+i\\z=-3i\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}z=2-3i\\z=1+i\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}z=i\\z=-4i\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}z=3i\\z=4i\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Theo Viete, ta có $z_1+z_2=-3i$, $z_1z_2=4$.

Câu 17. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+5=0$. Giá trị của biểu thức $z_1^4+z_2^4$ bằng.

A. -14 **B.** 7 **C.** 14 **D.** -7

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z^2-2z+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=1+2i\\z_2=1-2i\end{array}\right.$. Nên $z_1^4+z_2^4=(1+2i)^4+(1-2i)^4=-14$.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $z^2-z+3=0$ trên tập số phức là?

A. $z_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{11}}{2}i$ và $z_2=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{11}}{2}i$. **B.** $z_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{11}}{2}i$ và $z_2=\frac{-1}{2}-\frac{\sqrt{11}}{2}i$.

C. $z_1=\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{11}}{2}i$ và $z_2=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{11}}{2}i$. **D.** $z_1=\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{11}}{2}i$ và $z_2=\frac{-1}{2}-\frac{\sqrt{11}}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có : $\Delta=1-12=11i^2$ nên $\Rightarrow z^2-z+3=0\Leftrightarrow z_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{11}}{2}i\ \text{V}\ z_2=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{11}}{2}i$.

Câu 19. Cho phương trình $z^2-2z+2=0$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Phương trình đã cho không có nghiệm nào là số ảo.
B. Phương trình đã cho không có nghiệm thực.
C. Phương trình đã cho có 2 nghiệm phức.
D. Phương trình đã cho không có nghiệm phức.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = i^2 \Leftrightarrow z = 1 \pm i$.

Câu 20. Phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2. Tính giá trị của biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2$.

A. $P = 2$. **B.** $P = \dfrac{3}{2}$. **C.** $P = 10$. **D.** $P = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z^2 + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow (z+1)^2 = -2 \Leftrightarrow (z+1)^2 = \left(i\sqrt{2}\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -1 + i\sqrt{2} \\ z = -1 - i\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Vậy $P = z_1^2 + z_2^2 = \left(-1 - i\sqrt{2}\right)^2 + \left(-1 + i\sqrt{2}\right)^2 = -2$.

Câu 21. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $\left|{z_1}^2\right| + \left|{z_2}^2\right|$ bằng

A. 20. **B.** $6 - 8i$. **C.** 10. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 2 + i \\ z_2 = 2 - i \end{array}\right.$. Khi đó $\left|{z_1}^2\right| + \left|{z_2}^2\right| = \left|(2+i)^2\right| + \left|(2-i)^2\right| = 10$.

Câu 22. Kí hiệu z_0 là số phức có phần ảo âm của phương trình $9z^2 + 6z + 37 = 0$. Tìm toạ độ của điểm biểu diễn số phức $w = iz_0$.

A. $\left(2; -\dfrac{1}{3}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{1}{3}; 2\right)$. **C.** $\left(-2; -\dfrac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{1}{3}; -2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có phương trình $9z^2 + 6z + 37 = 0$ có hai nghiệm phức là $z = -\dfrac{1}{3} - 2i$ hoặc $z = -\dfrac{1}{3} + 2i$.

Khi đó $z_0 = -\dfrac{1}{3} - 2i$ và $w = iz_0 = -\dfrac{1}{3}i - 2i^2 \Leftrightarrow w = 2 - \dfrac{1}{3}i$.

Do vậy tọa độ của điểm biểu diễn số phức w là $\left(2; -\dfrac{1}{3}\right)$.

Câu 23. Cho z là nghiệm phức của phương trình $x^2 + x + 1 = 0$. Tính $P = z^4 + 2z^3 - z$.

A. $2i$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{-1 - i\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Vì z là nghiệm phức của phương trình $x^2 + x + 1 = 0$ nên $z^2 + z + 1 = 0$.

Do đó: $P = z^4 + 2z^3 - z = z^2\left(z^2 + z + 1\right) + z^3 - z^2 - z = z^3 - z^2 - z$

$= z\left(z^2 + z + 1\right) - 2z^2 - 2z = -2\left(z^2 + z + 1\right) + 2 = 2$.

Ghi chú: Có thể giải bằng cách tính hai nghiệm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$ rồi thế vào P.

Câu 24. Tính mô đun của số phức z biết $(1 + 2i)z^2 = 3 + 4i$.

A. $|z| = \sqrt{5}$. **B.** $|z| = \sqrt[4]{5}$. **C.** $|z| = 2\sqrt{5}$. **D.** $|z| = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$(1+2i)z^2=3+4i \Leftrightarrow z^2=\dfrac{3+4i}{1+2i} \Leftrightarrow z^2=\dfrac{11}{5}-\dfrac{2}{5}i$ (1).

Đặt $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$. Ta có $z^2=a^2-b^2+2abi$ (2)

Từ (1) và $(2) \Rightarrow \begin{cases} a^2-b^2=\dfrac{11}{5} \\ 2ab=-\dfrac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25a^4-55a^2-1=0 \\ b=-\dfrac{1}{5a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=\dfrac{11+5\sqrt{5}}{10} \\ b^2=\dfrac{-11+5\sqrt{5}}{10} \end{cases}$.

Khi đó $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt[4]{5}$.

Câu 25. Tập hợp các nghiệm của phương trình $z=\dfrac{z}{z+i}$ là:

A. $\{0;1-i\}$. **B.** $\{1-i\}$. **C.** $\{0\}$. **D.** $\{0;1\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$z=\dfrac{z}{z+i} \Leftrightarrow z\left(1-\dfrac{1}{z+i}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=0 \\ 1=\dfrac{1}{z+i} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=0 \\ z=1-i \end{array}\right.$.

Câu 26. Cho m là số thực, biết phương trình $z^2+mz+5=0$ có hai nghiệm phức trong đó có một nghiệm có phần ảo là 1. Tính tổng môđun của hai nghiệm.

A. $2\sqrt{5}$ **B.** 4 **C.** 3 **D.** $\sqrt{5}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\Delta=m^2-20$

Phương trình có hai nghiệm phức thì $\Delta<0 \Leftrightarrow -2\sqrt{5}<m<2\sqrt{5}$.

Khi đó pt có hai nghiệm là: $z_1=-\dfrac{m}{2}+\dfrac{\sqrt{20-m^2}}{2}i$ và $z_2=-\dfrac{m}{2}-\dfrac{\sqrt{20-m^2}}{2}i$

Theo đề $\dfrac{\sqrt{20-m^2}}{2}=1 \Leftrightarrow m=\pm 4$ (t/m).

Khi đó phương trình trở thành $z^2\pm 4z+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=-2+i \\ z_2=-2-i \end{array}\right.$ hoặc $\left[\begin{array}{l} z_1=2+i \\ z_2=2-i \end{array}\right.$, $|z_1|=|z_2|=\sqrt{5}$.

Câu 27. Tìm các nghiệm phức của phương trình $4z^2-4z+2=0$.

A. $z=\dfrac{2+i}{2}$, $z=\dfrac{2-i}{2}$. **B.** $z=\dfrac{1+i}{2}$, $z=\dfrac{1-i}{2}$.

C. $z=\dfrac{2+i}{4}$, $z=\dfrac{2-i}{4}$. **D.** $z=1\pm i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Cách 1. $\Delta'=-4 \Rightarrow$ pt có hai nghiệm phức là $z=\dfrac{2\pm 2i}{4}$.

Cách 2. Bấm giải pt bậc hai trong máy tính $\Rightarrow$ kết quả.

CHUYÊN ĐỀ 7: MỐI LIÊN HỆ GIỮA 2 NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH

Câu 1. Cho z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2+4z+13=0$. Tính $m=\left|(z_1-2)^2\right|+\left|(z_2-2)^2\right|$.

A. $m=25$. **B.** $m=50$. **C.** $m=10$. **D.** $m=18$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z^2+4z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-2+3i \\ z=-2-3i \end{array}\right.$

Ta có $m=\left|(z_1-2)^2\right|+\left|(z_2-2)^2\right|=|z_1-2|^2+|z_2-2|^2=|-4+3i|^2+|-4-3i|^2=50$

Câu 2. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2+4z+3=0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1|+|z_2|$.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $2z^2+4z+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}i \\ z=-1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}i \end{array}\right.$

$$|z_1|+|z_2|=\sqrt{(-1)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}+\sqrt{(-1)^2+\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{6}.$$

Câu 3. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2+\sqrt{3}z+3=0$. Khi đó, giá trị $z_1^2+z_2^2$ là

A. 9. **B.** 4. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $-\dfrac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Theo định lý Vi-ét, ta có $z_1+z_2=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ và $z_1.z_2=\dfrac{3}{2}$.

$$z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1.z_2=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-2\cdot\frac{3}{2}=\frac{3}{4}-3=-\frac{9}{4}.$$

Câu 4. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+5=0$. Giá trị của biểu thức $\left|z_1^2\right|+\left|z_2^2\right|$ bằng.

A. 10. **B.** 20. **C.** 6. **D.** $6-8i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z^2-4z+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=2-i=z_1 \\ z=2+i=z_2 \end{array}\right.$. $\left|z_1^2\right|+\left|z_2^2\right|=|z_1|^2+|z_2|^2=5+5=10$.

Câu 5. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+10=0$, giá trị của biểu thức $A=|z_1|^2+|z_2|^2$ là.

A. $\sqrt{10}$. **B.** 20. **C.** 10. **D.** $\sqrt{20}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $z^2+2z+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-1+3i \\ z=-1-3i \end{array}\right.$. Suy ra $A=|z_1|^2+|z_2|^2=\left(1^2+3^2\right)+\left(1^2+3^2\right)=20$.

Câu 6. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Tổng $P = |z_1| + |z_2|$ bằng:

A. 18. **B.** 4 . **C.** 6 . **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z_1 = 2 + \sqrt{5}i; z_2 = 2 - \sqrt{5}i \Rightarrow |z_1| + |z_2| = \sqrt{2^2 + (\sqrt{5})^2} + \sqrt{2^2 + (-\sqrt{5})^2} = 6$.

Câu 7. Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn của z_1 và z_2 trên mặt phẳng phức. Khi đó độ dài của MN là

A. $MN = 2\sqrt{5}$. **B.** $MN = 4$. **C.** $MN = -2\sqrt{5}$. **D.** $MN = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z^2 - 4z + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 2 + i\sqrt{5} \\ z_2 = 2 - i\sqrt{5} \end{array}\right.$.

Giả sử điểm M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2.

Ta có M, N đối xứng nhau qua trục Ox nên $MN = 2MK$ (K trung điểm MN, K thuộc Ox). Vậy $MN = 2|y_M| = 2\sqrt{5}$.

Câu 8. Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 7 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $z_1 + z_2 - z_1z_2$.

A. -2. **B.** 2.. **C.** -5. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z_1 + z_2 - z_1z_2 = \dfrac{-b}{a} - \dfrac{c}{a} = \dfrac{3}{2} + \dfrac{7}{2} = 5$.

Câu 9. Trong tập các số phức, cho phương trình $z^2 - 6z + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$ (1). Gọi m_0 là một giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1.\overline{z_1} = z_2.\overline{z_2}$. Hỏi trong khoảng $(0; 20)$ có bao nhiêu giá trị $m_0 \in \mathbb{N}$?

A. 12. **B.** 10. **C.** 13. **D.** 11.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt là: $\Delta = 9 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 9$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1.\overline{z_1} = z_2.\overline{z_2}$ thì (1) phải có nghiệm phức. Suy ra $\Delta < 0 \Leftrightarrow m > 9$. Vậy trong khoảng $(0; 20)$ có 10 số m_0.

Câu 10. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 - 3z + 2 = 0$ trên tập số phức. Tính giá trị biểu thức $P = \sqrt{z_1^2 + z_1z_2 + z_2^2}$.

A. $P = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $P = \dfrac{5}{\sqrt{2}}$. **C.** $P = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $P = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $P = \sqrt{z_1^2 + z_1z_2 + z_2^2} = \sqrt{(z_1 + z_2)^2 - z_1z_2} = \sqrt{\dfrac{9}{4} - 1} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 11. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$ $(z \in \mathbb{C})$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2|z_1 + z_2| + |z_1 - z_2|$.

A. $P = 2\sqrt{2} + 2$. **B.** $P = \sqrt{2} + 4$. **C.** $P = 6$. **D.** $P = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z^2-2z+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1+i \\ z=1-i \end{array}\right. \Rightarrow P=2|2|+|2i| = 4+2=6$.

Câu 12. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực và phần ảo đều âm của phương trình $z^2+2z+5=0$ Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, điểm M nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w=i^3\overline{z_0}$?

A. $M(2;1)$. **B.** $M(-2;-1)$. **C.** $M(2;-1)$. **D.** $M(-1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z^2+2z+5=0 \Leftrightarrow (z+1)^2=(2i)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-1+2i \\ z=-1-2i \end{array}\right.$.

Theo giả thiết ta có $z_0=-1-2i$. Suy ra $\overline{z_0}=-1+2i$.

Từ đó $w=i^3.\overline{z_0}=-i(-1+2i)=2+i$. Suy ra w có biểu diễn là $M(2;1)$.

Câu 13. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2+2z+10=0$ trên tập hợp số phức, trong đó z_1 là nghiệm có phần ảo dương. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w=3z_1-2z_3$.

A. $M(15;-1)$. **B.** $M(15;-2)$. **C.** $M(-2;15)$. **D.** $M(-1;15)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z^2+2z+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=-1+3i \\ z_2=-1-3i \end{array}\right.$. $w=3z_1-2z_3=3(-1+3i)-2(-1-3i)=-1+15i$

Vậy điểm $M(-1;15)$ biểu diễn số phức $w=3z_1-2z_3$.

Câu 14. Cho a là số thực, phương trình $z^2+(a-2)z+2a-3=0$ có 2 nghiệm z_1, z_2. Gọi M, N là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Biết tam giác OMN có một góc bằng $120°$, tính tổng các giá trị của a.

A. -6. **B.** 6. **C.** -4. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Vì O, M, N không thẳng hàng nên z_1, z_2 không đồng thời là số thực, cũng không đồng thời là số thuần ảo $\Rightarrow z_1$, z_2 là hai nghiệm phức, không phải số thực của phương trình $z^2+(a-2)z+2a-3=0$.

Do đó, ta phải có: $\Delta=a^2-12a+16<0 \Leftrightarrow a\in\left(6-2\sqrt{5};\ 6+2\sqrt{5}\right)$.

Khi đó, ta có: $\begin{cases} z_1=\dfrac{2-a}{2}-\dfrac{\sqrt{-a^2+12a-16}}{2}i \\ z_1=\dfrac{2-a}{2}+\dfrac{\sqrt{-a^2+12a-16}}{2}i \end{cases}$.

$\Rightarrow OM=ON=|z_1|=|z_2|=\sqrt{2a-3}$ và $MN=|z_1-z_2|=\sqrt{-a^2+12a-16}$.

Tam giác OMN cân nên $\widehat{MON}=120° \Rightarrow \dfrac{OM^2+ON^2-MN^2}{2OM.ON}=\cos120°$

$\Leftrightarrow \dfrac{a^2-8a+10}{2(2a-3)}=-\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a^2-6a+7=0$ $a=3\pm\sqrt{2}$ (thỏa mãn).

Suy ra tổng các giá trị cần tìm của a là 6.

Câu 15. Trong tập các số phức z_1, z_2 lần lượt là 2 nghiệm của phương trình $z^2+4z+5=0$. Tính $P=|z_1|^2+|z_2|^2$.

A. $P=2\sqrt{5}$. **B.** $P=6$. **C.** $P=10$. **D.** $P=50$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z^2+4z+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=-2+i \\ z_2=-2-i \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} |z_1|^2=5 \\ |z_2|^2=5 \end{array}\right.$. $P=|z_1|^2+|z_2|^2=10$.

Câu 16. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2+2z+3=0$. Tính $|z_1|+|z_2|$.

A. 0. **B.** 1. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z^2+2z+3=0$ có hai nghiệm lần lượt là $z_1=-1+\sqrt{2}i,\ z_2=-1-\sqrt{2}i$.

Do đó $|z_1|+|z_2|=\left|-1+\sqrt{2}i\right|+\left|-1-\sqrt{2}i\right|=2\sqrt{3}$.

Câu 17. Phương trình $x^2+4x+5=0$ có nghiệm phức mà tổng các mô đun của chúng bằng?

A. $2\sqrt{7}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Phương trình $x^2+4x+5=0$ có $\Delta'=4-5=-1=i^2$ nên $\Rightarrow x_1=-2-i; x_2=-2+i$.

Mô đun của x_1, x_2 đều bằng $\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$. Vậy tổng các môđun của x_1 và x_2 bằng $2\sqrt{5}$.

Câu 18. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2+4z+5=0$. Đặt $w=(1+z_1)^{100}+(1+z_2)^{100}$. Khi đó.

A. $w=-2^{51}i$. **B.** . **C.** $w=2^{51}$. **D.** $w=-2^{51}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z^2+4z+5=0 \Leftrightarrow z=-2\pm i$.

$(1+z_1)^{100}=(1-2+i)^{100}=\left[(-1+i)^2\right]^{50}=(-2i)^{50}=2^{50}(-1)^{25}=-2^{50}$.

$(1+z_2)^{100}=(1-2-i)^{100}=(1+i)^{100}=(2i)^{50}=-2^{50}$.

$w=(1+z_1)^{100}+(1+z_2)^{100}=-2^{50}-2^{50}=-2^{51}$.

Câu 19. Phương trình $z^2-2z+6=0$ có các nghiệm z_1; z_2. Khi đó giá trị của biểu thức $M=\dfrac{z_1^2}{\overline{z_1}^2}+\dfrac{z_2^2}{\overline{z_2}^2}$ là.

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{-2}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{9}$. **D.** $-\dfrac{2}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Bấm máy ra 2 nghiệm: $z_1, z_2=1\pm i\sqrt{5}$. Bấm máy tính $M=\dfrac{z_1^2}{\overline{z_1}^2}+\dfrac{z_2^2}{\overline{z_2}^2}=-\dfrac{2}{9}$.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị thực của a sao cho phương trình $z^2-az+2a-a^2=0$ có hai nghiệm phức có mô-đun bằng 1.

A. $a=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$. **B.** $a=1$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=1; a=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Theo Vi-et, ta có $z_1.z_2=2a-a^2$.

Mặt khác $|z_1.z_2|=|z_1|.|z_2|=1$. Suy ra $2a-a^2=1 \Leftrightarrow a=1$.

Câu 21. Cho phương trình $z^2+2z+10=0$. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình đã cho. Khi đó giá trị biểu thức $A=|z_1|^2+|z_2|^2$ bằng:

A. $4\sqrt{10}$. **B.** 20. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $3\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z^2+2z+10=0 \Leftrightarrow (z+1)^2=(3i)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=-1+3i \\ z_2=-1-3i \end{array}\right.$.

Suy ra $A=|z_1|^2+|z_2|^2=\left(\sqrt{(-1)^2+3^2}\right)^2+\left(\sqrt{(-1)^2+(-3)^2}\right)^2=10+10=20$.

Câu 22. Gọi z_1, z_2 là nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+10=0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1|^2+|z_2|^2$..

A. 25. **B.** 18. **C.** 20. **D.** 21.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z^2+2z+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=-1-3i \\ z_2=-1+3i \end{array}\right.$.

$|z_1|^2+|z_2|^2=|-1-3i|^2+|-1+3i|^2=\left(\sqrt{1^2+3^2}\right)^2+\left(\sqrt{1^2+3^2}\right)^2=20$.

Câu 23. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là hai nghiệm của phương trình $z^2-4z+5=0$. Giá trị của biểu thức $P=(z_1-2z_2).\overline{z_2}-4z_1$ bằng:

A. -10 **B.** 10 **C.** -5 **D.** -15

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z^2-4z+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=2+i \\ z_2=2-i \end{array}\right.$.

Vậy $P=(z_1-2z_2).\overline{z_2}-4z_1=\big(2+i-2(2-i)\big).(2+i)-4(2+i)=-15$.

Câu 24. Cho phương trình $z^2-2z+3=0$ trên tập số phức, có hai nghiệm là z_1, z_2. Khi đó $|z_1|^2+|z_2|^2$ có giá trị là :

A. 6. **B.** 3. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z^2-2z+3=0 \Leftrightarrow b.$

Do đó $\begin{cases} z_1=1+i\sqrt{2} \\ z_2=1-i\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |z_1|=\sqrt{1^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{3} \\ |z_2|=\sqrt{1^2+\left(-\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |z_1|^2=3 \\ |z_2|^2=3 \end{cases}$. Vậy $|z_1|^2+|z_2|^2=3+3=6$.

Câu 25. Cho $b,c\in\mathbb{R}$, và phương trình $z^2+bz+c=0$ có một nghiệm là $z_1=2-i$, nghiệm còn lại gọi là z_2. Tính số phức $w=bz_1+cz_2$.

A. $w=2-9i$. **B.** $w=18+i$. **C.** $w=2+9i$. **D.** $w=18-i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z_1=2-i$ là nghiệm $\Rightarrow (2-i)^2+b(2-i)+c=0 \Leftrightarrow 3-4i+2b+c-bi=0$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2b+c+3=0 \\ b=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=5 \\ b=-4 \end{cases} \Rightarrow z_2=2+i$. Vậy $w=-4(2-i)+5(2+i)=2+9i$.

Câu 26. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình: $z^2+4z+7=0$. Khi đó $|z_1|^2+|z_2|^2$ bằng:

A. 7. **B.** 21. **C.** 14. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z^2+4z+7=0 \Rightarrow z_{1,2}=-2\pm\sqrt{3}i \Rightarrow |z_1|^2+|z_2|^2=14$.

Câu 27. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+5=0$. Giá trị của $(z_1-1)^{2018}+(z_2-1)^{2018}$ bằng

A. $2^{1009}i$ **B.** 0 **C.** 2^{2018} **D.** $-2^{1010}i$

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z^2-4z+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=2+i=z_1 \\ z=2-i=z_2 \end{array}\right.$.

$$\left(z_1-1\right)^{2018}+\left(z_2-1\right)^{2018}=\left(1+i\right)^{2018}+\left(1-i\right)^{2018}=\left(1+2i+i^2\right)^{1009}+\left(1-2i+i^2\right)^{1009}$$
$$=\left(2i\right)^{1009}+\left(-2i\right)^{1009}=\left(2i\right)^{1009}-\left(2i\right)^{1009}=0.$$

Câu 28. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+10=0$. Tính tổng $T=|z_1|^2+|z_2|^2$.

A. $T=2\sqrt{10}$. **B.** $T=20$. **C.** $T=\sqrt{10}$. **D.** $T=16$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $\Delta'=1^2-10=-9=(3i)^2$.

Phương trình $z^2+2z+10=0$ có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} z_1=\dfrac{-b'+i\sqrt{|\Delta'|}}{a}=-1+3i \\ z_2=\dfrac{-b'-i\sqrt{|\Delta'|}}{a}=-1-3i \end{array}\right.$.

Do đó, $T=|z_1|^2+|z_2|^2=\left[(-1)^2+3^2\right]+\left[(-1)^2+(-3)^2\right]=20$.

Câu 29. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+4z+5=0$. Tính giá trị của biểu thức $A=|z_1|^2+|z_2|^2$.

A. 10. **B.** 6. **C.** 5. **D.** $2\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương trình $z^2+4z+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=-2+i \\ z_2=-2-i \end{array}\right. \Rightarrow A=|z_1|^2+|z_2|^2=2\sqrt{5}$.

Câu 30. Gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2-2z+4=0$. Tính giá trị của biểu thức $P=\dfrac{z_1^2}{z_2}+\dfrac{z_2^2}{z_1}$

A. 4 **B.** -4 **C.** 8 **D.** $-\dfrac{11}{4}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $z^2-2z+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=1+\sqrt{3}i \\ z_2=1-\sqrt{3}i \end{array}\right.$. Suy ra: $P=\dfrac{z_1^2}{z_2}+\dfrac{z_2^2}{z_1}=\dfrac{\left(1+\sqrt{3}i\right)^2}{1-\sqrt{3}i}+\dfrac{\left(1-\sqrt{3}i\right)^2}{1+\sqrt{3}i}=-4$.

Câu 31. Cho các số phức $z_1\neq 0, z_2\neq 0$ thỏa mãn điều kiện $\dfrac{2}{z_1}+\dfrac{1}{z_2}=\dfrac{1}{z_1+z_2}$. Tính giá trị của biểu thức $P=\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right|+\left|\dfrac{z_2}{z_1}\right|$..

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $P=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $\frac{2}{z_1}+\frac{1}{z_2}=\frac{1}{z_1+z_2}\Leftrightarrow\frac{2z_2+z_1}{z_1z_2}=\frac{1}{z_1+z_2}\Leftrightarrow(2z_2+z_1)(z_1+z_2)-z_1z_2=0$

$\Leftrightarrow 2z_1z_2+2z_2^2+z_1^2+z_1z_2-z_1z_2=0\Leftrightarrow 2z_1z_2+2z_2^2+z_1^2=0\Leftrightarrow\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2+2\frac{z_1}{z_2}+2=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{z_1}{z_2}=-1-i\\ \frac{z_1}{z_2}=-1+i\end{array}\right.\Rightarrow\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\sqrt{2}\,;\ \left|\frac{z_2}{z_1}\right|=\frac{1}{\left|\frac{z_1}{z_2}\right|}=\frac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow P=\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}.$

Câu 32. Trong $\mathbb{C}$, Cho phương trình $7z^2+3z+2=0$ có 2 nghiệm z và z' Khi đó tổng các nghiệm của phương trình là?

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $-\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $7z^2+3z+2=0\Leftrightarrow z=\frac{-3}{14}\pm\frac{\sqrt{47}}{14}i$. Khi đó tổng các nghiệm của phương trình là $-\frac{3}{7}$.

Câu 33. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+2=0$. Tính $M=z_1^{100}+z_2^{100}$.

A. $M=-2^{51}$. **B.** $M=2^{50}$. **C.** $M=2^{51}$. **D.** $M=2^{51}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z^2-2z+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=1+i\\ z_2=1-i\end{array}\right.$. Suy ra

$M=z_1^{100}+z_2^{100}=(1+i)^{100}+(1-i)^{100}=\left((1+i)^2\right)^{50}+\left((1-i)^2\right)^{50}=(2i)^{50}+(-2i)^{50}=2.2^{50}.(i^2)^{25}=-2^{51}.$

Câu 34. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình $z^2+2z+10=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w=i^{2017}z_0$?

A. $M(-3;\ -1)$. **B.** $M(3;\ 1)$. **C.** $M(-3;\ 1)$. **D.** $M(3;\ -1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z^2+2z+10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=-1+3i\\ z=-1-3i\end{array}\right.$. Suy ra $z_0=-1+3i$.

$w=i^{2017}z_0=i.(-1+3i)=-3-i$. Suy ra : Điểm $M(-3;\ -1)$ biểu diễn số phức w.

Câu 35. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2-3z+7=0$. Tính giá trị của biểu thức $P=|z_1|+|z_2|$:

A. $P=\sqrt{14}$. **B.** $P=14$. **C.** $P=7$. **D.** $P=2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $2z^2-3z+7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{47}}{4}i\\ x=\frac{3}{4}-\frac{\sqrt{47}}{4}i\end{array}\right.\Rightarrow P=|z_1|+|z_2|=\sqrt{14}.$

Câu 36. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng.

A. 20. **B.** 40. **C.** 5. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = -1 + 3i \\ z_2 = -1 - 3i \end{array}\right.$.Vậy $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 20$.

Câu 37. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $5z^2 - 8z + 5 = 0$. Tính $S = |z_1| + |z_2| + z_1 z_2$.

A. $S = 3$. **B.** $S = 15$. **C.** $S = \frac{13}{5}$. **D.** $S = -\frac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $5z^2 - 8z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i \\ z_2 = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i \end{array}\right.$.

$\Rightarrow S = |z_1| + |z_2| + z_1 z_2 = \left|\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i\right| + \left|\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i\right| + \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i\right)\left(\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i\right) = 3$.

Câu 38. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là nghiệm của phương trình: $z^2 + 2z + 5 = 0$. Tính $F = |z_1| + |z_2|$.

A. 6. **B.** 10. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = -1 + 2i \\ z_2 = -1 - 2i \end{array}\right.$. Vậy $F = |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}$.

Câu 39. Gọi z_1 và z_2 là 2 nghiệm của phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là

A. $-6; 1$ **B.** $-1; -6$ **C.** $-6; -1$ **D.** $6; 1$

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $2z^2 + 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{i}{2} \\ z_2 = -\frac{3}{2} - \frac{i}{2} \end{array}\right.$. Suy ra $z_1 + 3z_2 = -6 - i$

Vậy Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 + 3z_2$ lần lượt là $-6; -1$.

Câu 40. Gọi z_1, z_2 là các ngiệm phức của phương trình $az^2 + bz + c = 0$, $\left(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0, b^2 - 4ac < 0\right)$. Đặt $P = |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $P = \frac{c}{a}$. **B.** $P = \frac{2c}{a}$. **C.** $P = \frac{4c}{a}$. **D.** $P = \frac{c}{2a}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có z_1, z_2 là các ngiệm phức của phương trình $az^2 + bz + c = 0$ nên $z_{1,2} = \dfrac{-b \pm i\sqrt{4ac - b^2}}{2a}$

Do đó $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}$ và $z_1 - z_2 = \dfrac{i\sqrt{4ac - b^2}}{a}$

Suy ra $P = |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = \left(\frac{-b}{a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{a^2} = \frac{4c}{a}$.

Câu 41. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình: $z^2 - z + 2 = 0$. Phần thực của số phức $\left[(i - z_1)(i - z_2)\right]^{2017}$ là.

A. -2^{1008}. **B.** 2^{1008}. **C.** -2^{2016}. **D.** 2^{2016}.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình: $z^2 - z + 2 = 0$ nên $\begin{cases} z_1 + z_2 = 1 \\ z_1 z_2 = 2 \end{cases}$.

Ta có $\left[(i - z_1)(i - z_2)\right]^{2017} = \left[z_1 z_2 - i(z_1 + z_2) + i^2\right]^{2017} = (2 - i - 1)^{2017} = (1 - i)^{2017}$.

$= (1-i)^{2016}(1-i) = \left[(1-i)^2\right]^{1008}(1-i) = (-2i)^{1008}(1-i) = -2^{1008}(1-i) = -2^{1008} + 2^{1008}i$.

Vậy phần thực của $\left[(i - z_1)(i - z_2)\right]^{2017}$ là -2^{1008}.

Câu 42. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2\sqrt{2}z + 8 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = \left|z_1^4\right| + \left|z_2^4\right|$.

A. $T = 32$. **B.** $T = 16$. **C.** $T = 128$. **D.** $T = 64$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z_1 = -\sqrt{2} + i\sqrt{6}; z_1 = -\sqrt{2} - i\sqrt{6}$. $T = \left|z_1^4\right| + \left|z_2^4\right| = 128$

Câu 43. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z_1^2 + z_2^2$ biết z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình: $z^2 - 4z + 5 = 0$.

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Do z_1 và z_2 là nghiệm phương trình nên $z_1 + z_2 = 4$ và $z_1 z_2 = 5$.

Ta có $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = 4^2 - 2.5 = 6$.

Câu 44. Kí hiệu z_1, z_2 lần lượt là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $A = |z_1 - 1|^2 + |z_2 - 1|^2$ bằng:

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** 25.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Giải phương trình $2z^2 - 2z + 5 = 0$ tính được các nghiệm $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i; z_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Tính $A = |z_1 - 1|^2 + |z_2 - 1|^2 = \frac{5}{2} + \frac{5}{2} = 5$.

Câu 45. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \vee z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Khi đó: $|z_1| + |z_2| = 2\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 2$.

Câu 46. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. $\frac{3}{18}$ **B.** $\frac{-9}{4}$ **C.** $\frac{-9}{8}$ **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0 \Leftrightarrow z = -\frac{\sqrt{3}}{4} \pm \frac{\sqrt{21}i}{4}$.

Suy ra $z_1^2+z_2^2=\left(-\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{21}i}{4}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\sqrt{21}i}{4}\right)^2=-\frac{9}{4}$.

Câu 47. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2+1=0$ (trong đó số phức z_1 có phần ảo âm). Tính z_1+3z_2.

A. $z_1+3z_2=\sqrt{2}$. **B.** $z_1+3z_2=-\sqrt{2}$. **C.** $z_1+3z_2=-\sqrt{2}.i$. **D.** $z_1+3z_2=\sqrt{2}.i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $2z^2+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=-\frac{\sqrt{2}}{2}i\\ z_2=\frac{\sqrt{2}}{2}i\end{array}\right.$. Khi đó: $z_1+3z_2=-\frac{\sqrt{2}}{2}i+3\frac{\sqrt{2}}{2}i=\sqrt{2}i$.

Câu 48. Gọi z_1,z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2-2z+5=0$. Tính $P=z_1^4+z_2^4$.

A. 14. **B.** $-14i$. **C.** 14. **D.** $14i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $P=z_1^4+z_2^4=\left(z_1^2+z_2^2\right)^2-2z_1^2z_2^2=\left(S^2-2P\right)^2-2P^2$. Với $S=2$; $P=5$ nên $P=-14$.

Câu 49. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2-2z+5=0$ biết $\left(z_1-z_2\right)$ có phần ảo là số thực âm. Tìm phần thực của số phức $w=2z_1^2-z_2^2$.

A. -9. **B.** 4. **C.** 9. **D.** -4.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có (do $z_1-z_2=-4i$ có phần ảo là -4). Do đó $w=2z_1^2-z_2^2=-9-4i$.

Vậy phần thực của số phức $w=2z_1^2-z_2^2$ là -9.

Câu 50. Ký hiệu z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+6=0$ Tính $P=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}$.

A. $P=\frac{-1}{6}$. **B.** $P=\frac{1}{6}$. **C.** $P=\frac{1}{12}$. **D.** $P=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z^2-z+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{23}}{2}i\\ z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{23}}{2}i\end{array}\right.$ suy ra $P=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}=\frac{1}{6}$.

Câu 51. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+10=0$. Tính $A=\left|z_1^2\right|+\left|z_2^2\right|$.

A. $A=20$. **B.** $A=30$. **C.** $A=50$. **D.** $A=10$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Phương trình $z^2-2z+10=0(1)$ có $\Delta'=1-10=-9<0$ nên (1) có hai nghiệm phức là $z_1=1+3i$ và $z_2=1-3i$.

Ta có: $A=\left|(1-3i)^2\right|=|-8-6i|+|-8+6i|=\sqrt{(-8)^2+6^2}+\sqrt{(-8)^2+6^2}=20$. Vậy $A=20$.

Câu 52. Gọi z_1 và $z_2=4+2i$ là hai nghiệm của phương trình $az^2+bz+c=0$ $(a,b,c\in\mathbb{R},\ a\neq0)$. Tính $T=|z_1|+3|z_2|$.

A. $T=6$. **B.** $T=4\sqrt{5}$. **C.** $T=2\sqrt{5}$. **D.** $T=8\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Phương trình bậc hai với hệ số thực có hai nghiệm phức là hai số phức liên hợp.
Do đó $z_1 = 4 - 2i$. Khi đó $|z_1| = |z_2| = 2\sqrt{5} \Rightarrow T = |z_1| + 3|z_2| = 8\sqrt{5}$.

Câu 53. Phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^3 + |z_2|^3$.

A. $A = 2\sqrt{10}$. **B.** $A = 20$. **C.** $A = 20\sqrt{10}$. **D.** $A = 10\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -1 + 3i = z_1 \\ z = -1 - 3i = z_2 \end{array}\right.$.

$|z_1| = \sqrt{10}; |z_2| = \sqrt{10}$. Do đó $A = |z_1|^3 + |z_2|^3 = 10\sqrt{10}.2 = 20\sqrt{10}$.

Câu 54. Phương trình $z^2 + 4z + 7 = 0$ có hai nghiệm z_1 và z_2. Khi đó $z_1^2 + z_2^2$ bằng:

A. -4. **B.** 4. **C.** -2. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Theo Viet, ta có: $z_1 + z_2 = -4$; $z_1.z_2 = 7$. $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = (-4)^2 - 2.7 = 2$.

Câu 55. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Tìm số phức $w = z_1^2 + 2z_2^2$.

A. $9 - 4i$. **B.** $9 + 4i$. **C.** $-9 - 4i$. **D.** $-9 + 4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 1 + 2i \\ z_2 = 1 - 2i \end{array}\right.$. Suy ra $w = (1 + 2i)^2 + 2(1 - 2i)^2 = -9 - 4i$.

Câu 56. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Đặt $w = (1 + z_1)^{100}(1 + z_2)^{100}$, khi đó.

A. $w = -2^{50}i$. **B.** $w = 2^{51}$. **C.** $w = -2^{51}$. **D.** $w = 2^{50}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = -2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{array}\right. \Rightarrow w = (-1 + i)^{100} + (-1 - i)^{100} = (-2i)^{50} + (2i)^{50} = -2^{51}$.

Câu 57. Phương trình bậc hai $z^2 + Mz + i = 0$ có tổng bình phương hai nghiệm bằng $10i$. Khi đó trên tập $\mathbb{C}$, giá trị của M là.

A. $\left[\begin{array}{l} M = \sqrt{6} - \sqrt{6}i \\ M = -\sqrt{6} + \sqrt{6}i \end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} M = -\sqrt{6} + \sqrt{6}i \\ M = -\sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l} M = -\sqrt{6} - \sqrt{6}i \\ M = \sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} M = \sqrt{6} + \sqrt{6}i \\ M = -\sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Có $z_1^2 + z_2^2 = 10i \Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = 10i$

$\Leftrightarrow M^2 - 2i = 10i \Leftrightarrow M^2 = 12i \Leftrightarrow M^2 = \left(\sqrt{6} + \sqrt{6}i\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} M = \sqrt{6} + \sqrt{6}i \\ M = -\sqrt{6} - \sqrt{6}i \end{array}\right.$.

Câu 58. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$; M, N lần lượt là các điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Độ dài đoạn thẳng MN

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\Delta' = 4-5 = -1 < 0$ nên phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ có hai nghiệm phức phân biệt: $\left[\begin{array}{l} z_1 = 2-i \\ z_2 = 2+i \end{array}\right.$. Suy ra: $M(2;-1), N(2;1)$. Vậy $MN = \sqrt{(2-2)^2 + (1+1)^2} = 2.$

Câu 59. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Tìm số phức liên hợp của $w = (1+2i)z_1$.

A. $\overline{w} = -3 - i$. **B.** $\overline{w} = 1 - 3i$. **C.** $\overline{w} = 1 + 3i$. **D.** $\overline{w} = -3 + i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z^2 + 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -1+i \\ z = -1-i \end{array}\right. \Rightarrow z_1 = -1 - i$.

Do đó, $w = (1+2i)z_1 = (1+2i)(-1-i) = (-1+2) + (-1-2)i = 1 - 3i \Rightarrow \overline{w} = 1 + 3i$.

Câu 60. Kí hiệu z_1 là nghiệm có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 4z + 8 = 0$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $w = z_1^{2017}$.

A. w có phần thực là -2^{3025} và phần ảo 2^{3025}. **B.** w có phần thực là -2^{2017} và phần ảo 2^{2017}.
C. w có phần thực là 2^{2017} và phần ảo -2^{2017}. **D.** w có phần thực là 2^{3025} và phần ảo -2^{3025}.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có : $z^2 - 4z + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 2-2i \\ z_2 = 2+2i \end{array}\right.$.

Khi đó : $w = z_1^{2017} = (2-2i)^{2017} = 2^{2017}(1-i)\left[(1-i)^2\right]^{1008} = 2^{2017}.(1-i).(-2i)^{1008}$.

$\Leftrightarrow w = 2^{3025}(1-i)(i^2)^{504} = 2^{3025}(1-i)$. Vậy w có phần thực là 2^{3025} và phần ảo -2^{3025}.

Câu 61. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 9 = 0$. Tổng $P = |z_1| + |z_2|$ bằng:

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 18.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z_1 = 2 + \sqrt{5}i; z_2 = 2 - \sqrt{5}i \Rightarrow |z_1| + |z_2| = \sqrt{2^2 + (\sqrt{5})^2} + \sqrt{2^2 + (-\sqrt{5})^2} = 6$.

Câu 62. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Tính giá trị biểu thức $|z_1|^4 + |z_2|^4$.

A. 75. **B.** 50. **C.** 25. **D.** -51.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z^2 - 3z + 5 = 0$ có $\Delta = -11$ nên có 2 nghiệm phức là $z = \dfrac{3 \pm i\sqrt{11}}{2}$.

Vậy $|z_1|^4 + |z_2|^4 = \left|\dfrac{3 - i\sqrt{11}}{2}\right|^4 + \left|\dfrac{3 + i\sqrt{11}}{2}\right|^4 = \left(\sqrt{5}\right)^4 + \left(\sqrt{5}\right)^4 = 50$.

Câu 63. Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. 17. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 15.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -1+3i = z_1 \\ z = -1-3i = z_2 \end{array}\right.$. $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 20$.

Câu 64. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AB:

A. 4. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $z^2+2z+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-1+2i \\ z=-1-2i \end{array}\right.$ suy ra $A(-1;2)$ và $B(-1;-2)$. Vậy $AB=4$.

Câu 65. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2-4z+11=0$. Tính $M=|z_1|^3+|z_2|^3$.

A. $M=11\sqrt{11}$. **B.** $M=106\sqrt{53}$. **C.** $M=16$. **D.** $M=22\sqrt{11}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z^2-4z+11=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=2+i\sqrt{7} \\ z_2=2-i\sqrt{7} \end{array}\right.$.

Suy ra: $|z_1|=|z_2|=\sqrt{11}$, do đó: $M=|z_1|^3+|z_2|^3=11\sqrt{11}+11\sqrt{11}=22\sqrt{11}$.

Câu 66. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2-z+1=0$. Tính $|z_1|z_1+|z_2|z_2$?

A. 1 **B.** $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** -2 **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $2z^2-z+1=0 \Leftrightarrow \left(z-\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{7}{16}i^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=\dfrac{1}{4}+\dfrac{\sqrt{7}}{4}i \\ z_2=\dfrac{1}{4}-\dfrac{\sqrt{7}}{4}i \end{array}\right. \Rightarrow |z_1|=|z_2|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $|z_1|z_1+|z_2|z_2=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(z_1+z_2)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{\sqrt{7}}{4}i+\dfrac{1}{4}-\dfrac{\sqrt{7}}{4}i\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 67. Phương trình $z^2+bz+c=0$ có một nghiệm phức là $z=1-2i$. Tích của hai số b và c bằng?

A. -10. **B.** 5. **C.** 3. **D.** -2 và 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Phương trình $z^2+bz+c=0$ có một nghiệm phức là $z=1-2i$.

$\Leftrightarrow (1-2i)^2+b(1-2i)+c=0 \Leftrightarrow 1-4i-4+b-2bi+c=0$.

$\Leftrightarrow (-3+b+c)+(-4-2b)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} b+c=3 \\ -4-2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=5 \\ b=-2 \end{cases}$.

Câu 68. Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2-4z+9=0$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn của z_1 và z_2 trên mặt phẳng phức. Khi đó độ dài của MN là:

A. $MN=2\sqrt{5}$. **B.** $MN=5$. **C.** $MN=-2\sqrt{5}$. **D.** $MN=4$.

Câu 69. Biết số phức z thỏa phương trình $z+\dfrac{1}{z}=1$. Giá trị của $P=z^{2016}+\dfrac{1}{z^{2016}}$ là.

A. $P=2$. **B.** $P=3$. **C.** $P=0$. **D.** $P=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z+\dfrac{1}{z}=1 \Rightarrow z^2-z+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i=1.\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right) \\ z=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i=1.\left(\cos\dfrac{-\pi}{3}+i\sin\dfrac{-\pi}{3}\right) \end{array}\right.$.

$z^{2016}=1^{2016}\left(\cos\dfrac{2016\pi}{3}+i\sin\dfrac{2016\pi}{3}\right)=1$. $z^{2016}=1^{2016}\left(\cos\dfrac{-2016\pi}{3}+i\sin\dfrac{-2016\pi}{3}\right)=1$.

Do đó $P=1+\dfrac{1}{1}=2$.

Câu 70. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-3z+5=0$. Tính giá trị biểu thức $T=\left|z_1^{50}\right|+\left|z_2^{50}\right|$..

A. 5^{25}. **B.** 2.5^{25}. **C.** 5^{50}. **D.** 2.5^{50}.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z^2-3z+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=\dfrac{3+\sqrt{11}i}{2} \\ z_2=\dfrac{3-\sqrt{11}i}{2} \end{array}\right.$.

Ta có: $T=\left|z_1^{50}\right|+\left|z_2^{50}\right|=\left|z_1\right|^{50}+\left|z_2\right|^{50}=\left|\dfrac{3+\sqrt{11}i}{2}\right|^{50}+\left|\dfrac{3-\sqrt{11}i}{2}\right|^{50}=\sqrt{5}^{50}+\sqrt{5}^{50}=2.5^{25}$.

Câu 71. Biết phương trình $z^2+2z+m=0$ $(m\in\mathbb{R})$ có một nghiệm phức $z_1=-1+3i$ và z_2 là nghiệm phức còn lại. Số phức z_1+2z_2 là ?

A. $-3-9i$. **B.** $-3-3i$. **C.** $-3+9i$. **D.** $-3+3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z_1+z_2=-2 \Rightarrow z_2=-2-z_1=-2-(-1+3i)=-1-3i$

$\Rightarrow z_1+2z_2=(-1+3i)+2(-1-3i)=-3-3i$.

Câu 72. Phương trình $z^2+az+b=0$, $(a,b\in\mathbb{R})$ có một nghiệm phức là $z=1-3i$. Tổng hai số a và b bằng?

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $(1-3i)^2+a(1-3i)+b=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+b-8=0 \\ -3a-6=0 \end{cases} \Rightarrow a+b=8$.

Câu 73. Cho biết có hai số phức z thỏa mãn $z^2=119-120i$, kí hiệu là z_1 và z_2. Tính $\left|z_1-z_2\right|^2$.

A. 114244. B. 338. C. 676. D. 169.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Giả sử: $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có: $z^2=119-120i \Leftrightarrow a^2-b^2+2abi=119-120i \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-b^2=119 & (1) \\ 2ab=-120 & (2) \end{cases}$.

Ta có $a,b\neq 0$. Từ $(2)\Rightarrow a=-\dfrac{60}{b}$, thay vào (1), ta được:

$\dfrac{3600}{b^2}-b^2=119 \Leftrightarrow b^4+119b^2-3600=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b^2=-144 \\ b^2=25 \end{array}\right.$.

* $b^2=-144$ (vô nghiệm). * $b^2=25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=5 \Rightarrow a=-12 \\ b=-5 \Rightarrow a=12 \end{array}\right.$.

Vậy $z_1=-12+5i$, $z_2=12-5i$. Suy ra $\left|z_1-z_2\right|^2=\left|-24+10i\right|^2=676$.

Câu 74. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2-8z+25=0$. Giá trị $\left|z_1-z_2\right|$ bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 8. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Xét phương trình

$z^2-8z+25=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=4+3i \\ z_1=4-3i \end{array}\right. \Rightarrow \left|z_1-z_2\right|=\left|(4+3i)-(4-3i)\right|=\left|6i\right|=6$.

Câu 75. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+11=0$. Giá trị của biểu thức $|3z_1|-|z_2|$ bằng

A. 11. **B.** $2\sqrt{11}$. **C.** $\sqrt{11}$. **D.** 22.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có z_1 và z_2 là hai số phức liên hợp của nhau nên $|z_1|^2=|z_2|^2=z_1z_2=11$

$\Rightarrow |z_1|=|z_2|=\sqrt{11}$. Do đó: $|3z_1|-|z_2|=2|z_1|=2\sqrt{11}$.

Câu 76. Biết phương trình $z^2+az+b=0$, $(a,b\in\mathbb{R})$ có một nghiệm phức là $z_0=1+2\mathrm{i}$. Tìm a,b.

A. $\begin{cases}a=5\\b=-2\end{cases}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}a=5\\b=-2\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}a=-2\\b=5\end{array}\right.$. **D.** $\begin{cases}a=-2\\b=5\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z_1=1+2i$ là nghiệm nên $z_2=1-2i$ cũng là nghiệm của phương trình:

$\begin{cases}z_1+z_2=-a\\z_1.z_2=b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\b=5\end{cases}\Leftrightarrow a+b=3.$.

Câu 77. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+z+1=0$. Tìm trên mặt phẳng tọa độ điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w=\dfrac{i}{z_0}$?

A. $M\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $M\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $M\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z^2+z+1=0\Leftrightarrow z_{1,2}=-\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\Rightarrow z_0=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

Vậy $w=\dfrac{i}{-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i\Rightarrow M\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 78. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+1=0$. Tính giá trị của $P=\left|z_1^{2017}-z_2^{2017}\right|$.

A. $P=0$. **B.** $P=2\sqrt{3}$. **C.** $P=3$. **D.** $P=\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z^2-z+1=10\Rightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\\z_2=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\end{array}\right.$.

Ta có: $\left(1+\sqrt{3}i\right)^{2017}=\left[\left(1+\sqrt{3}i\right)^3\right]^{672}\left(1+\sqrt{3}i\right)=(-8)^{672}\left(1+\sqrt{3}i\right)$.

$\left(1-\sqrt{3}i\right)^{2017}=\left[\left(1-\sqrt{3}i\right)^3\right]^{672}\left(1-\sqrt{3}i\right)=(-8)^{672}\left(1-\sqrt{3}i\right)$.

Suy ra: $P=\left|z_1^{2017}-z_2^{2017}\right|=\dfrac{1}{2^{2017}}.\left|(-8)^{672}\left(2\sqrt{3}i\right)\right|=\sqrt{3}$.

Câu 79. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+4z+6=0$. Tính $|z_1|^2+|z_2|^2$.

A. 11. **B.** 16. **C.** 15. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $z^2+4z+6=0 \Leftrightarrow (z+2)^2=-2 \Leftrightarrow (z+2)^2=\left(i\sqrt{2}\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-2+i\sqrt{2} \\ z=-2-i\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Vậy $|z_1|^2+|z_2|^2=\left|-2+i\sqrt{2}\right|^2+\left|-2-i\sqrt{2}\right|^2=12$.

Câu 80. Cho phương trình $z^2+bz+c=0$. Nếu phương trình nhận $z=1+i$ làm một nghiệm thì b và c bằng:

A. $b=1, c=3$. **B.** $b=4, c=3$. **C.** $b=3, c=5$. **D.** $b=-2, c=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $z=1+i$ là nghiệm phương trình $z^2+bz+c=0$ nên $(1+i)^2+b(1+i)+c=0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2 \\ c=2 \end{cases}$.

Câu 81. Cho số phức $z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. Tìm số phức $w=1+z+z^2$.

A. $2-\sqrt{3}i$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$w=1+\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)+\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2=0.$$

Câu 82. Giả sử z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2-2\sqrt{2}z+8=0$. Giá trị của $A=z_1^2z_2+z_1z_2^2$ bằng

A. $-8\sqrt{2}$. **B.** $-16\sqrt{2}$. **C.** $16\sqrt{2}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $z^2-2\sqrt{2}z+8=0$ nên $\begin{cases} z_1+z_2=2\sqrt{2} \\ z_1.z_2=8 \end{cases}$.

Do đó $A=z_1^2z_2+z_1z_2^2=z_1z_2(z_1+z_2)=8.2\sqrt{2}=16\sqrt{2}$.

Câu 83. Biết phương trình $z^2+az+b=0$ $(a,b\in\mathbb{R})$ có một nghiệm là: $z=-2+i$. Tính $a-b$.

A. 9. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Thay $z=-2+i$ vào phương trình ta được:

$$(-2+i)^2+a(-2+i)+b=0 \Leftrightarrow 3-2a+b+(a-4)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2a+b=0 \\ a-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=5 \end{cases}.$$

Vậy $a-b=4-5=-1$.

CHUYÊN ĐỀ 8: TÌM NGHIỆM PHỨC CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC CAO

Câu 1. Cho số phức z thỏa mãn $11z^{2018}+10iz^{2017}+10iz-11=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $|z|\in[2;3)$ **B.** $|z|\in\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ **C.** $|z|\in(1;2)$ **D.** $|z|\in[0;1)$

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z=x+yi$.

Pt $\Leftrightarrow z^{2017}=\dfrac{11-10iz}{11z+10i}\Rightarrow|z|^{2017}=\dfrac{|11-10iz|}{|11z+10i|}\Leftrightarrow|z|^{2017}=\dfrac{\sqrt{100(x^2+y^2)+121+220y}}{\sqrt{121(x^2+y^2)+100+220y}}$

TH1: $|z|<1\Leftrightarrow x^2+y^2<1$

$\Rightarrow 100(x^2+y^2)+121+220y>121(x^2+y^2)+100+220y\ \Rightarrow|z|>1$ (sai)

TH2: $|z|>1\Leftrightarrow x^2+y^2>1$

$\Rightarrow 100(x^2+y^2)+121+220y<121(x^2+y^2)+100+220y\ \Rightarrow|z|<1$ (sai)

TH3: $|z|=1\Leftrightarrow x^2+y^2=1$. Thay vào thấy đúng.

Vậy $|z|=1$.

Câu 2. Cho phương trình $3x^4-2x^2-1=0$ trên tập số phức, khẳng định nào sau đây đúng:

A. Phương trình có 3 nghiệm phức. **B.** Phương trình chỉ có 2 nghiệm phức.
C. Phương trình này có 2 nghiệm thực. **D.** Phương trình này không có nghiệm phức.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $t=x^2$ phương trình thành $3t^2-2t-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-\frac{1}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\x=\pm\frac{i\sqrt{3}}{3}\end{array}\right.$.

Câu 3. Gọi z_1, z_2, z_3 là ba nghiệm của phương trình $z^3+z^2+5z-7=0$. Tính $M=|z_1|+|z_2|+|z_3|$.

A. $M=3$. **B.** $M=1+7\sqrt{2}$. **C.** $M=2+\sqrt{7}$. **D.** $M=1+2\sqrt{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z^3+z^2+5z-7=0\Leftrightarrow(z-1)(z^2+2z+7)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=1\\z=-1+i\sqrt{6}\\z=-1-i\sqrt{6}\end{array}\right.$.

Suy ra: $M=|z_1|+|z_2|+|z_3|=|1|+|-1+i\sqrt{6}|+|-1-i\sqrt{6}|=1+2\sqrt{7}$.

Câu 4. Gọi z_1,z_2,z_3,z_4 là bốn nghiệm phân biệt của phương trình $z^4+3z^2+4=0$ trên tập số phức.

Tính giá trị của biểu thức $T=|z_1|^2+|z_2|^2+|z_3|^2+|z_4|^2$

A. $T=2$ **B.** $T=6$ **C.** $T=4$ **D.** $T=8$

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z^4+3z^2+4=0\Leftrightarrow\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z^2=-\frac{3}{2}-i\frac{\sqrt{7}}{2}\ (1)\\z^2=-\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{7}}{2}\ (2)\end{array}\right.$.

Không mất tính tổng quát giả sử z_1,z_2 là nghiệm của (1) và z_3,z_4 là nghiệm của (2).

$|z_1|^2=|z_2|^2=\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{7}{4}}=2$.

Tương tự $|z_3|^2 = |z_4|^2 = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{7}{4}} = 2$. Vậy $T = 8$.

Câu 5. Kí hiệu z_1 và z_2 là các nghiệm của phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ và A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1 và z_2. Tính $\cos\widehat{AOB}$.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** 1. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 2 - i \\ z_2 = 2 + i \end{array}\right.$.

Vậy tọa độ hai điểm biểu diễn z_1 và z_2 là : $A(2;1)$, $B(2;-1)$.

Ta có: $\cos\widehat{AOB} = \frac{\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}}{OA.OB} = \frac{2.2 - 1.1}{\sqrt{5}.\sqrt{5}} = \frac{3}{5}$.

Câu 6. Gọi z_1, z_2, z_3 là ba nghiệm của phương trình $z^3 - 2(1+i)z^2 + (9+4i)z - 18i = 0$, trong đó z_1 là nghiệm có phần ảo âm. Tính $M = |z_1|$.

A. $M = 2\sqrt{2}$. **B.** $M = 2\sqrt{3}$. **C.** $M = 2$. **D.** $M = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $z^3 - 2(1+i)z^2 + (9+4i)z - 18i = 0 \Leftrightarrow (z - 2i)(z^2 - 2z + 9) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 2i \\ z = 1 + 2\sqrt{2}i \\ z = 1 - 2\sqrt{2}i \end{array}\right.$.

Do z_1 là nghiệm có phần ảo âm nên $z_1 = 1 - 2\sqrt{2}i \Rightarrow |z_1| = 3$.

Câu 7. Trên tập số phức, tính tổng môđun bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $z^4 - 16 = 0$
.

A. 16. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 32.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $z^4 - 16 = 0 \Leftrightarrow (z^2 - 4)(z^2 + 4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2 = 4 \\ z^2 = -4 \end{array}\right. \Leftrightarrow z_1 = 2 \vee z_2 = -2 \vee z_3 = 2i \vee z_4 = -2i$.

$\Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2 = 16$.

Câu 8. Gọi z_1, z_2, z_3 là ba nghiệm phức của phương trình $z^3 + 8 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2| + |z_3|$ bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** $2 + \sqrt{3}$. **D.** $2 + 2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = -2 \\ z_2 = 1 + \sqrt{3}i \\ z_1 = 1 - \sqrt{3}i \end{array}\right. \Rightarrow |z_1| + |z_2| + |z_3| = 6$.

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$ là:

A. $\{\pm 2; \pm 4i\}$. **B.** $\{\pm\sqrt{2}; \pm 2i\}$. **C.** $\{\pm\sqrt{2}i; \pm 2\}$. **D.** $\{\pm 2; \pm 4i\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z^4 - 2z^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2 = -2 \\ z^2 = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \pm\sqrt{2}i \\ z = \pm 2 \end{array}\right.$.

Câu 10. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+3z+7=0$. Tính $P=z_1z_2\left(z_1+z_2\right)$.

A. $P=21$. **B.** $P=10$. **C.** $P=-21$. **D.** $P=-10$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: $\begin{cases} z_1+z_2=-\dfrac{b}{a}=-3 \\ z_1z_2=\dfrac{c}{a}=7 \end{cases}$. Vậy $P=z_1z_2\left(z_1+z_2\right)=-21$.

Câu 11. Kí hiệu z_1,z_2,z_3,z_4 là bốn nghiệm phân biệt của phương trình $z^4-z^2-12=0$. Tính giá trị của tổng $T=\left|z_1\right|+\left|z_2\right|+\left|z_3\right|+\left|z_4\right|$.

A. $T=5$. **B.** $T=4+2\sqrt{3}$. **C.** $T=10$. **D.** $T=\sqrt{26}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z^4-z^2-12=0\Leftrightarrow\left(z^2+3\right)\left(z^2-4\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z=\pm i\sqrt{3} \\ z=\pm 2 \end{array}\right.$. Vậy $T=10$.

Câu 12. Cho số phức z thỏa mãn $z^3+4z=0$. Khi đó,.

A. $|z|\in\{0\}$. **B.** $|z|\in\{0;1\}$. **C.** $|z|\in\{1;2\}$. **D.** $|z|\in\{0;2\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z^3+4z=0\Leftrightarrow z\left(z^2+4\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z=0 \\ z^2+4=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z=0\Rightarrow|z|=0 \\ z=2i\Rightarrow|z|=2 \\ z=-2i\Rightarrow|z|=2 \end{array}\right.$.

Do đó, $|z|\in\{0;2\}$.

Câu 13. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm của phương trình $z^4+4z^3+3z^2-3z+3=0$. Tính $T=\left(z_1^2+2z_1+2\right)\left(z_2^2+2z_2+2\right)\left(z_3^2+2z_3+2\right)\left(z_4^2+2z_4+2\right)$.

A. $T=99$. **B.** $T=100$. **C.** $T=102$. **D.** $T=101$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Đặt $f(z)=z^4+4z^3+3z^2-3z+3\Rightarrow f(z)=\left(z-z_1\right)\left(z-z_2\right)\left(z-z_3\right)\left(z-z_4\right)$.

Do $z_1^2+2z_1+2=\left(z_1+1-i\right)\left(z_1+1+i\right)$ nên

$T=\left(z_1^2+2z_1+2\right)\left(z_2^2+2z_2+2\right)\left(z_3^2+2z_3+2\right)\left(z_4^2+2z_4+2\right)=f(-1+i)f(-1-i)$

$=(10-i)(10+i)=101$.

Câu 14. Phương trình $z^3=8$ có bao nhiêu nghiệm phức.

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có

$z^3+8=0\Leftrightarrow(z+2)\left(z^2-2z+4\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z=-2 \\ z^2-2z+4=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z=-2 \\ (z-1)^2=-3 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z=-2 \\ z-1=i\sqrt{3} \\ z-1=-i\sqrt{3} \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z=-2 \\ z=1+i\sqrt{3} \\ z=1-i\sqrt{3} \end{array}\right.$. Vậy phương trình có 3 nghiệm phức.

Câu 15. Kí hiệu z_1,z_2,z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $\left(z^2-1\right)^2=2z^2+46$. Tính tổng $M=\left|\overline{z}_1\right|+\left|z_2\right|+\left|\overline{z}_3\right|+\left|z_4\right|$.

A. $M=6$. **B.** $M=3+2\sqrt{5}$. **C.** $M=2\sqrt{5}$. **D.** $M=6+2\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $\left(z^2-1\right)^2=2z^2+46 \Leftrightarrow z^4-4z^2-45=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2=9 \\ z^2=-5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=\pm 3 \\ z=\pm\sqrt{5}i \end{array}\right.$.

Câu 16. Kí hiệu z_1; z_2; z_3 là ba nghiệm của phương trình phức $z^3+2z^2+z-4=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=|z_1|+|z_2|+|z_3|$.

A. $T=4+\sqrt{5}$. **B.** $T=4$. **C.** $T=5$. **D.** $T=4\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Phương trình $\Leftrightarrow (z-1)(z^2+3z+4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ z^2+3z+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ z=-\dfrac{3}{2}\pm\dfrac{\sqrt{7}}{2}i \end{array}\right.$.

Do đó $T=\sqrt{1^2+0^2}+\sqrt{\left(\dfrac{-3}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{7}}{2}\right)^2}+\sqrt{\left(\dfrac{-3}{2}\right)^2+\left(-\dfrac{\sqrt{7}}{2}\right)^2}=5$.

Câu 17. Gọi z_1, z_2, z_3 là ba nghiệm của phương trình $z^3-1=0$. Tính $S=|z_1|+|z_2|+|z_3|$

A. $S=1$ **B.** $S=4$ **C.** $S=2$ **D.** $S=3$

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z^3-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ z=\dfrac{-1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i \\ z=\dfrac{-1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i \end{array}\right.$. Do đó: $S=|1|+\left|\dfrac{-1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right|+\left|\dfrac{-1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right|=3$.

Câu 18. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm phức của phương trình: $z^4-2z^2-3=0$. Tính giá trị của biểu thức: $A=|z_1|^2+|z_2|^2+|z_3|^2+|z_4|^2$.

A. 0. **B.** 8. **C.** $2+2\sqrt{3}$. **D.** 20.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z^4-2z^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2=-1 \\ z^2=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=\pm i \\ z=\pm\sqrt{3} \end{array}\right. \Rightarrow A=8$.

Câu 19. Trong $\mathbb{C}$, phương trình $x^3+1=0$ có nghiệm là:

A. $z=-1$ **B.** $z=-1; z=\dfrac{1\pm i\sqrt{3}}{2}$ **C.** $z=-1; z=\dfrac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}$ **D.** $z=-1; z=\dfrac{2\pm i\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$z^3+1=0 \Leftrightarrow (z+1)\left(z^2+z+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-1 \\ z=-\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}i \end{array}\right.$.

Câu 20. Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4-z^2-6=0$. Tính tổng $T=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|$..

A. $T=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$. **B.** $T=2\sqrt{2}$. **C.** $T=4\sqrt{3}+2\sqrt{2}$. **D.** $T=3-2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình tương đương với $\left(z^2+2\right)\left(z^2-3\right)=0$.

Vậy $z_1=-i\sqrt{2}, z_2=i\sqrt{2}, z_3=-\sqrt{3}, z_4=\sqrt{3}$. $T=2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$..

Câu 21. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$. Tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$ bằng?

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 0. **D.** $\sqrt{2}(2+i)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2 = 2 \\ z^2 = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \pm\sqrt{2} \\ z = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}i \end{array}\right.$.

$T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = |\sqrt{2}| + |-\sqrt{2}| + \left|\dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right| + \left|-\dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right| = \sqrt{2} + \sqrt{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$.

Câu 22. Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4 + z^2 - 6 = 0$. Tính $S = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

A. $S = 2\left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)$ **B.** $S = 2\left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)$ **C.** $S = 2\sqrt{2}$ **D.** $S = 2\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z^4 + z^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2 = 2 \\ z^2 = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \pm\sqrt{2} \\ z = \pm i\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình, ta có:

$S = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 2\left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)$.

Câu 23. Cho phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$. Nếu $z = 1 + i$ và $z = 2$ là hai nghiệm của phương trình thì a, b, c bằng.

A. $\begin{cases} a = 4 \\ b = 5 \\ c = 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \\ c = -4 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 4 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a = 4 \\ b = -5 \\ c = 1 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Do $z = 2, z = 1 + i$ là nghiệm của phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ nên ta có.

$\begin{cases} 8 + 4a + 2b + c = 0 \\ (1+i)^3 + a(1+i)^2 + b(1+i) + c = 0 \quad (1) \end{cases}$.

$(1) \Leftrightarrow (-2 + 2i) + 2ia + b(1+i) + c = 0 \Leftrightarrow -2 + b + c + (2 + 2a + b)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 + b + c = 0 \\ 2 + 2a + b = 0 \end{cases}$.

Suy ra hệ phương trình $\begin{cases} -2 + b + c = 0 \\ 2 + 2a + b = 0 \\ 8 + 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 6 \\ c = -4 \end{cases}$.

Câu 24. Cho a, b, c là các số thực sao cho phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ có ba nghiệm phức lần lượt là $z_1 = \omega + 3i$; $z_2 = \omega + 9i$; $z_3 = 2\omega - 4$, trong đó ω là một số phức nào đó. Tính giá trị của $P = |a + b + c|$..

A. $P = 84$. **B.** $P = 36$. **C.** $P = 136$. **D.** $P = 208$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z_1 + z_2 + z_3 = -a \Leftrightarrow 4w + 12i - 4 = -a$ là số thực, suy ra w có phần ảo $-3i$ hay $w = m - 3i$.

Khi đó $z_1 = m$; $z_2 = m + 6i$; $z_3 = 2m - 6i - 4$ mà z_3; z_2 là liên hợp của nhau nên $m = 2m - 4 \Leftrightarrow m = 4$.

Vậy $z_1=4;\ z_2=4+6i; z_3=4-6i$. Theo Viet ta có: $\begin{cases} z_1+z_2+z_3=-a \\ z_1z_2+z_2z_3+z_1z_3=b \\ z_1z_2z_3=-c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-12 \\ b=84 \\ c=-208 \end{cases}$.

$P=\left|-12+84-208\right|=136$.

Câu 25. Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là nghiệm phức của phương trình $z^4-z^2-6=0$. Tính tổng $S=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|$.

A. $S=2\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$. **B.** $S=2\sqrt{2}$. **C.** $S=1$. **D.** $S=2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z^4-z^2-6=0 \Leftrightarrow \left(z^2-3\right)\left(z^2+2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=\pm\sqrt{3} \\ z=\pm\sqrt{2}i \end{array}\right.$.

$\Rightarrow S=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|=2\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$.

Câu 26. Gọi z_1, z_2, z_3 là các nghiệm của phương trình $iz^3-2z^2+(1-i)z+i=0$. Biết z_1 là số thuần ảo. Đặt $P=|z_2-z_3|$, hãy chọn khẳng định đúng?

A. $4<P<5$ **B.** $2<P<3$ **C.** $3<P<4$ **D.** $1<P<2$

Hướng dẫn giải

Chọn B. $iz^3-2z^2+(1-i)z+i=0 \Leftrightarrow (z+i)\left(iz^2-z+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=-i \\ iz^2-z+1=0\,(1) \end{array}\right.$.

Vì z_1 là số thuần ảo nên z_2, z_3 là nghiệm của phương trình (1).

Ta có: $(z_2-z_3)^2=(z_2+z_3)^2-4.z_2.z_3=-1+4i$

$\Rightarrow \left|(z_2-z_3)^2\right|=|-1+4i|=\sqrt{17} \Rightarrow P=|z_2-z_3|=\sqrt[4]{17}$.

Câu 27. Kí hiệu z_1,z_2,z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4-2z^2-63=0$. Tính tổng $T=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|$.

A. $T=3+2\sqrt{7}$. **B.** $T=6$. **C.** $T=2\sqrt{7}$. **D.** $T=6+2\sqrt{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có : $z^4-2z^2-63=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2=9 \\ z^2=-7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=\pm 3 \\ z=\pm i\sqrt{7} \end{array}\right.$.

Câu 28. Xét phương trình $z^3=1$ trên tập số phức. Tập nghiệm của phương trình là.

A. $S=\{1\}$ **B.** $S=\left\{1,-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ **C.** $S=\left\{-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$ **D.** $S=\left\{1,\frac{-1\pm\sqrt{3}}{2}\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$(a+bi)^3=1 \Leftrightarrow a^3+3a^2bi-3ab^2-b^3i=1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^3-3ab^2=1 \\ 3a^2b-b^3=0\,(2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \Rightarrow a=1 \Rightarrow z=1 \\ b=\pm a\sqrt{3} \Rightarrow a=-\frac{1}{2} \Rightarrow z=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i. \end{array}\right.$$

Câu 29. Phương trình $z^3=8$ có bao nhiêu nghiệm phức với phần ảo âm.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$z^3=8\Leftrightarrow (z-2)\left(z^2+2z+4\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=2\\ z=-1+\sqrt{3}i\\ z=-1-\sqrt{3}i\end{array}\right..$$

Câu 30. Gọi z_1,z_2,z_3,z_4 là các nghiệm của phương trình: $z^4+z^2-6=0$. Giá trị của $T=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|$ là:

A. $2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$. **B.** 1. **C.** $2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Giải phương trình $z^4+z^2-6=0$ ta được $z_1=\sqrt{2};z_2=-\sqrt{2};z_3=i\sqrt{3};z_4=-i\sqrt{3}$.

$T=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|=2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$.

Câu 31. Tìm các số thực a,b,c để phương trình (ẩn z) $z^3+az^2+bz+c=0$ nhận $z=1+i$ và $z=2$ làm nghiệm.

A. $a=-4,b=-6,c=-4$. **B.** $a=-4,b=6,c=-4$.

C. $a=-4,\mathrm{b}=5,\mathrm{c}=-4$. **D.** $a=-4,b=6,c=-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z=1+i$ là nghiệm suy ra $(1+i)^3+a(1+i)^2+b(1+i)+c=0$.

Và $z=2$ là nghiệm suy ra $8+4a+2b+c=0$.

Từ hai điều này ta có hệ $\begin{cases} b+c-2=0\\ 2a+b+2=0\\ 4a+2b+c+8=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=-4\\ b=6\\ c=-4\end{cases}$.

Câu 32. Gọi z_1,z_2,z_3,z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $2z^4-3z^2-2=0$. Tổng $T=|z_1|^2+|z_2|^2+|z_3|^2+|z_4|^2$ bằng.

A. 5. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $2z^4-3z^2-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2=2\\ z^2=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Với $z^2=2$ suy ra $\left[\begin{array}{l} z=\sqrt{2}\\ z=-\sqrt{2}\end{array}\right.$. Với $z^2=-\dfrac{1}{2}$ suy ra $\left[\begin{array}{l} z=\dfrac{\sqrt{2}}{2}i\\ z=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}i\end{array}\right.$.

Do đó $T=|z_1|^2+|z_2|^2+|z_3|^2+|z_4|^2=2+2+\dfrac{2}{4}+\dfrac{2}{4}=5$.

Câu 33. Kí hiệu z_1,z_2,z_3,z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4+4z^2-77=0$. Tính tổng $S=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|$..

A. $S=2\sqrt{11}$. **B.** $S=2\sqrt{7}+2\sqrt{11}$. **C.** $S=2\sqrt{7}$. **D.** $S=2\sqrt{7}-2\sqrt{11}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $z^4+4z^2-77=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2=7\\ z^2=-11\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=\pm\sqrt{7}\\ z=\pm i\sqrt{11}\end{array}\right..\Rightarrow S=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|=2\sqrt{7}+2\sqrt{11}$.

Câu 34. Tìm điều kiện cần và đủ về các số thực $m,\ n$ để phương trình $z^4+mz^2+n=0$ **không** có nghiệm thực.

A. $\begin{cases} m^2-4n\ge 0 \\ m>0 \\ n>0 \end{cases}$ **B.** $m^2-4n<0$ hoặc $\begin{cases} m^2-4n\ge 0 \\ m>0 \\ n>0 \end{cases}$ **C.** $m^2-4n>0$. **D.** $m^2-4n<0$ hoặc $\begin{cases} m^2-4n>0 \\ m<0 \\ n>0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình $z^4+mz^2+n=0$ không có nghiệm thực trong các trường hợp:

TH 1: Phương trình vô nghiệm, tức là $m^2-4n<0$.

TH 2: Phương trình $t^4+mt^2+n=0$; $\left(t=z^2\right)$ có hai nghiệm âm $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta\ge 0 \\ S<0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4n\ge 0 \\ m>0 \\ n>0 \end{cases}$.

Câu 35. Gọi z_1,z_2,z_3,z_4 là các nghiệm phức của phương trình $2z^4-3z^2-2=0$. Tính tổng $S=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|$.

A. $S=\sqrt{2}$. **B.** $S=5$. **C.** $S=3\sqrt{2}$. **D.** $S=5\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2=2 \\ z^2=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-\sqrt{2} \\ z=\sqrt{2} \\ z=\dfrac{1}{\sqrt{2}}i \\ z=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}i \end{array}\right.$. Nên $S=\left|-\sqrt{2}\right|+\left|\sqrt{2}\right|+\left|\dfrac{1}{\sqrt{2}}i\right|+\left|\dfrac{-1}{\sqrt{2}}i\right|=3\sqrt{2}$.

Câu 36. Cho phương trình $z^3+az^2+bz+c=0$ nhận $z=2$ và $z=1+i$ làm các nghiệm của phương trình. Khi đó $a-b+c$ là:

A. 5. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -14.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Vì $z=2$ và $z=1+i$ là 2 nghiệm của phương trình nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 8+4a+2b+c=0 \\ (1+i)^3+a(1+i)^2+b(1+i)+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+2b+c=-8 \\ b+c=2 \\ 2a+b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-4 \\ b=6 \\ c=-4 \end{cases} \Rightarrow a-b+c=-14.$$

Câu 37. Biết z_1, $z_2=5-4i$ và z_3 là ba nghiệm của phương trình $z^3+bz^2+cz+d=0$ $\left(b,\ c,\ d\in\mathbb{R}\right)$, trong đó z_3 là nghiệm có phần ảo dương. Phần ảo của số phức $w=z_1+3z_2+2z_3$ bằng

A. -8. **B.** -4. **C.** 0. **D.** -12.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Phương trình $z^3+bz^2+cz+d=0$ với b, c, $d\in\mathbb{R}$ có ba nghiệm z_1, $z_2=5-4i$ và z_3, trong đó z_3 là nghiệm có phần ảo dương nên $z_1\in\mathbb{R}$ và $z_3=\overline{z}_2=5+4i$.

Suy ra: $w=z_1+3z_2+2z_3=z_1+25-4i$. Do đó phần ảo của số phức $w=z_1+3z_2+2z_3$ bằng -4.

Câu 38. Tập nghiệm của phương trình $z^4-2z^2-8=0$ là.

A. $\{\pm 2;\ \pm 4i\}$. **B.** $\left\{\pm\sqrt{2};\ \pm 2i\right\}$. **C.** $\left\{\pm\sqrt{2}i;\ \pm 2\right\}$. **D.** $\{\pm 2;\ \pm 4i\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

CHUYÊN ĐỀ 9: BIỂU DIỄN MỘT SỐ PHỨC

Câu 1. Cho các điểm A, B, C nằm trong mặt phẳng phức lần lượt biểu diễn các số phức $1+3i$, $-2+2i$, $1-7i$. Gọi D là điểm sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Điểm D biểu diễn số phức nào trong các số phức sau đây?

A. $z=4+6i$. **B.** $z=2+8i$. **C.** $z=-2-8i$. **D.** $z=4-6i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $A(1;3)$, $B(-2;2)$, $C(1;-7)$. Gọi $D\left(x_D;y_D\right)$.

Vì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow\begin{cases}x_D-1=3\\y_D-3=-9\end{cases}\Rightarrow D\left(4;-6\right)$.

Câu 2. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Điểm $M\left(-1;2\right)$ là điểm biểu diễn số phức $z=-1+2i$.

B. Số phức $z=\sqrt{2}i$ là số thuần ảo.

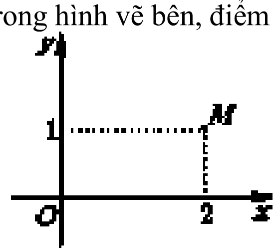
C. Mô đun của số phức $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ là a^2+b^2.

D. Số phức $z=5-3i$ có phần thực là 5, phần ảo -3.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Mô đun của số phức $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ là $\left|z\right|=\sqrt{a^2+b^2}$.

Câu 3. Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z. Số phức $\overline{z}$ là

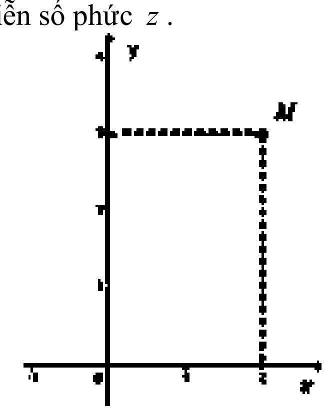


A. $2+i$. **B.** $2-i$. **C.** $1+2i$. **D.** $1-2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Dựa vào hình vẽ ta có $z=2+i$, suy ra $\overline{z}=2-i$.

Câu 4. Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức $\overline{z}$.



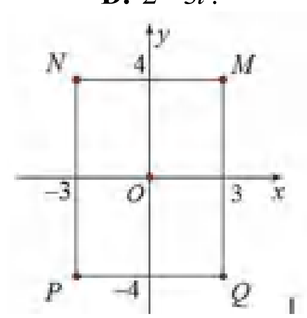
Số phức z bằng

A. $3+2i$. **B.** $3-2i$. **C.** $2+3i$. **D.** $2-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Từ hình vẽ ta có $\overline{z}=2+3i\Rightarrow z=2-3i$.

Câu 5. Cho số phức z thoả mãn $\left(2+i\right)z=10-5i$. Hỏi điểm biểu diễn số phức z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên ?



A. Điểm N. **B.** Điểm M. **C.** Điểm P. **D.** Điểm Q.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $(2+i)z=10-5i \Leftrightarrow z=\dfrac{10-5i}{2+i}=\dfrac{(10-5i)(2-i)}{2^2+1^2}=\dfrac{20-20i+5i^2}{5} \Leftrightarrow z=3-4i$.

Do vậy điểm $Q(3;-4)$ là điểm biểu diễn số phức z.

Câu 6. Hỏi điểm $M(3;-1)$ là điểm biểu diễn số phức nào sau đây?

A. $z=3-i$ **B.** $z=-3+i$ **C.** $z=-1+3i$ **D.** $z=1-3i$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điểm $M(a;b)$ trong một hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức $z=a+bi$. Do đó điểm $M(3;-1)$ là điểm biểu diễn số phức $z=3-i$.

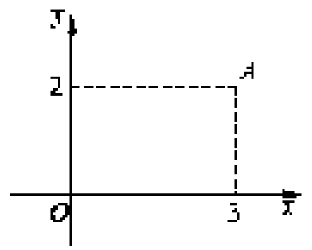
Câu 7. Biểu diễn hình học của số phức $z=2-3i$ là điểm nào trong những điểm sau đây?

A. $I(-2;-3)$. **B.** $I(-2;3)$. **C.** $I(2;-3)$. **D.** $I(2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Biểu diễn hình học của số phức $z=2-3i$ là điểm $I(2;-3)$.

Câu 8. Điểm A trong hình vẽ bên biểu diễn cho số phức z.



Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$. **B.** Phần thực là -3 và phần ảo là 2.

C. Phần thực là 3 và phần ảo là $-2i$. **D.** Phần thực là 3 và phần ảo là -2.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z=3+2i \Rightarrow \overline{z}=3-2i$.

Câu 9. Cho số phức $z=5-4i$. Số phức đối của z có điểm biểu diễn là.

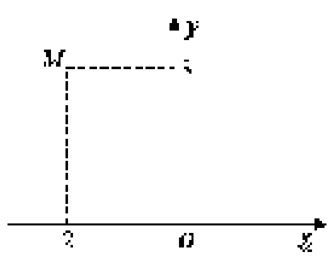
A. $(-5;4)$. **B.** $(-5;-4)$. **C.** $(5;4)$. **D.** $(5;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có số phức $z=5-4i$ nên số phức đối của z là $-z=-5+4i$..

Câu 10. Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu thị cho số phức

A. $2-3i$. **B.** $3+2i$. **C.** $3-2i$. **D.** $-2+3i$.



Hướng dẫn giải

Chọn D. Hoành độ, tung độ của điểm M là phần thực, phần ảo của số phức $\Leftrightarrow z=-2+3i$.

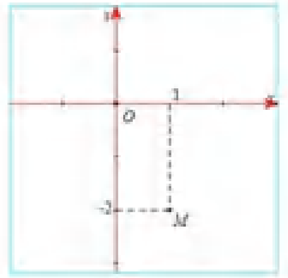
Câu 11. Số phức $z=2-3i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là:

A. $M(-2;3)$. **B.** $M(2;3)$. **C.** $M(-2;-3)$. **D.** $M(2;-3)$.

Câu 12. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z tìm phần thực và phần ảo của số phức z.

A. Phần thực là 1 và phần ảo là $-2i$. **B.** Phần thực là -2 và phần ảo là 1.

C. Phần thực là -2 và phần ảo là i. **D.** Phần thực là 1 và phần ảo là -2.



Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có số phức $z = 1 + 2i$ nên phần thực là 1 và phần ảo là -2.

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy, $A(1;7)$, $B(-5;5)$ lần lượt biểu diễn hai số phức z_1, z_2. C biểu diễn số phức $z_1 + z_2$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**

A. C có tọa độ $(-4;12)$.   **B.** $\overrightarrow{CB}$ biểu diễn số phức $-z_1$.

C. $\overrightarrow{AB}$ biểu diễn số phức $z_1 - z_2$.   **D.** $OACB$ là hình thoi.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{OA}$ biểu diễn cho z_1, $\overrightarrow{OB}$ biểu diễn cho z_2 nên $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$ biểu diễn cho $z_1 - z_2$.

Các câu còn lại dễ dàng kiểm tra là đúng.

Câu 14. Cho số phức $z = 2018 - 2017i$. Điểm M biểu diễn của số phức liên hợp của z là

A. $M(2018;2017)$ **B.** $M(2018;-2017)$ **C.** $M(-2018;-2017)$ **D.** $M(-2018;2017)$

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $\overline{z} = 2018 + 2017i$, nên $M(2018;2017)$.

Câu 15. Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 1 + 2i$; $z_2 = 5 - i$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $\sqrt{5} + \sqrt{26}$.   **B.** 5.   **C.** 25.   **D.** $\sqrt{37}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $A(1;2)$, $B(5;-1)$ $\Rightarrow AB = 5$.

Câu 16. Giả sử A, B theo thứ tự là điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2. Khi đó độ dài của $\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $|z_1| - |z_2|$.   **B.** $|z_2 + z_1|$.   **C.** $|z_2 - z_1|$.   **D.** $|z_1| + |z_2|$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Giả sử $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$, $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$.

Theo đề bài ta có: $A(a;b)$, $B(c;d)$ $\Rightarrow AB = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}$.

$z_2 - z_1 = (a-c) + (d-b)i \Rightarrow |z_2 - z_1| = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2}$.

Câu 17. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = z + i\overline{z}$ trên mặt phẳng toạ độ?

A. $P(-3;3)$.   **B.** $M(3;3)$.   **C.** $Q(3;2)$.   **D.** $N(2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $w = z + i\overline{z} = 1 + 2i + i(1 - 2i) = 3 + 3i$.

Vậy điểm biểu diễn của số phức $w = z + i\overline{z}$ là $M(3;3)$.

Câu 18. Tìm điểm M biểu diễn số phức $z = i - 2$.

A. $M = (2;1)$.   **B.** $M = (1;-2)$.   **C.** $M = (2;-1)$.   **D.** $M = (-2;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z = i - 2 = -2 + i \Rightarrow M(-2;1)$ là điểm biểu diễn số phức $z = i - 2$..

Câu 19. Cho số phức $z = (1+2i)(2-i)$, điểm biểu diễn của số phức $i.z$ là.

A. $M(4;3)$. **B.** $M(-3;4)$. **C.** $M(3;4)$. **D.** $M(4;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$z = (1+2i)(2-i) = 4+3i \Rightarrow i.z = -3+4i \Rightarrow$ Điểm biểu diễn số phức $i.z$ là $M(-3;4)$.

Câu 20. Cho số phức z thỏa mãn: $(4-i)z = 3-4i$. Điểm biểu diễn của z là:

A. $M\left(\frac{16}{15};-\frac{11}{15}\right)$. **B.** $M\left(\frac{9}{5};-\frac{4}{5}\right)$. **C.** $M\left(\frac{9}{25};-\frac{23}{25}\right)$. **D.** $M\left(\frac{16}{17};-\frac{13}{17}\right)$.

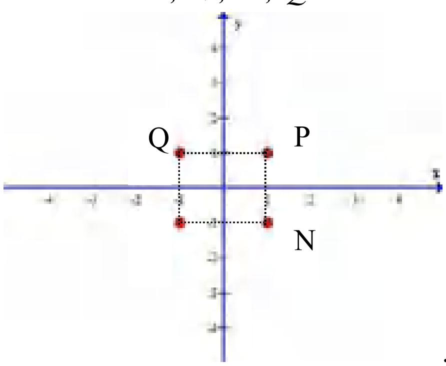
Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $(4-i)z = 3-4i \Rightarrow z = \frac{3-4i}{4-i} = \frac{16}{17} - \frac{13}{17}i$ suy ra $M\left(\frac{16}{17};-\frac{13}{17}\right)$.

Câu 21. Số phức $z = 2-3i$ có điểm biểu diễn là.

A. $A(2;-3)$. **B.** $A(-2;-3)$. **C.** $A(2;3)$. **D.** $A(-2;-3)$.

Câu 22. Cho số phức z thỏa mãn $(1+3i)z + 2i = -4$. Điểm nào sau đây biểu diễn cho z trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên.



.

A. Điểm *M*. **B.** Điểm *N*. **C.** Điểm *Q*. **D.** Điểm *P*.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có:

$$(1+3i)z + 2i = -4 \Leftrightarrow (1+3i)z = -4-2i \Leftrightarrow z = \frac{-4-2i}{1+3i} = \frac{(-4-2i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)} = \frac{-10+10i}{10} = -1+i.$$

Vậy điểm biểu diễn của z là $Q(-1;1)$.

Câu 23. Cho số phức $z = -2+i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ ?

A. $M(-1;-2)$. **B.** $N(2;1)$. **C.** $Q(1;2)$. **D.** $P(-2;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $w = iz = i(-2+i) = -1-2i \Rightarrow$ điểm $P(-2;1)$ là điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ.

Câu 24. Cho số phức $z = -4+2i$. Trong mặt phẳng phức, điểm biểu diễn của z có tọa độ là.

A. $M(-4i;2)$. **B.** $M(-4;2i)$. **C.** $M(-4;2)$. **D.** $M(2;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 25. Điểm biểu diễn hình học của số phức $z = \frac{25}{3+4i}$ là

A. $(2;-3)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(3;-4)$. **D.** $(3;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z=\dfrac{25}{3+4i}=3-4i$. Vậy điểm biểu diễn hình học của số phức là: $(3;-4)$.

Câu 26. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z=2+5i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z'=-2+5i$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc toạ độ O.

B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.

C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $y=x$.

D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Dựa vào giả thiết ta suy ra $A(2;5)$ và $B(-2;5)$.

Ta thấy A và B đối xứng nhau qua trục tung.

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi M là điểm biểu diễn số phức $z=3-4i$; M' là điểm biểu diễn cho số phức $z'=\dfrac{1+i}{2}z$. Tính diện tích tam giác OMM'.

A. $S_{\Delta OMM'}=\dfrac{15}{2}$. **B.** $S_{\Delta OMM'}=\dfrac{25}{4}$. **C.** $S_{\Delta OMM'}=\dfrac{25}{2}$. **D.** $S_{\Delta OMM'}=\dfrac{15}{4}$.

Câu 28. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $z=i(1+2i)^2$. Tọa độ của điểm M là:

A. $M(4;-3)$. **B.** $M(4;3)$. **C.** $M(-4;3)$. **D.** $M(-4;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z=i(1+2i)^2=i(1+4i+4i^2)=i(-3+4i)=-4-3i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức z là $M(-4;-3)$.

Câu 29. Biết số phức z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $A(1;-2)$. Tìm số phức z..

A. $z=2-i$. **B.** $z=1-2i$. **C.** $z=-2+i$. **D.** $z=-1+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Số phức $z=a+bi$; $(a;b\in\mathbb{R})$ có điểm $A(a;b)$ biểu diễn z trên mặt phẳng tọa độ.

Do $A(1;-2)$ nên A là điểm biểu diễn số phức $z=1-2i$..

Câu 30. Giả sử A, B theo thứ tự là điểm biểu diễn của các số phức z_1; z_2. Khi đó độ dài của véctơ $\overrightarrow{AB}$ bằng:

A. $|z_1|-|z_2|$. **B.** $|z_2-z_1|$. **C.** $|z_1|+|z_2|$. **D.** $|z_2+z_1|$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Giả sử $z_1=x_A+y_A.i$; $z_2=x_B+y_B.i$ $(x_A,y_A,x_B,y_B\in\mathbb{R})$.

Khi đó $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$. Ta có.

□ $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A)\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ (1).

□ $z_2-z_1=(x_B-x_A)+(y_B-y_A).i\Rightarrow|z_2-z_1|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\left|\overrightarrow{AB}\right|=|z_2-z_1|$.

Câu 31. Cho số phức $z=m+(m-3)i$, $m\in\mathbb{R}$. Tìm m để điểm biểu diễn của số phức z nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ hai và thứ tư.

A. $m=0$. **B.** $m=\dfrac{2}{3}$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=\dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z=m+(m-3)i\Rightarrow M(m;m-3)\in d: y=-x\Leftrightarrow m=\dfrac{3}{2}$.

Câu 32. Cho các số phức $z_1=-1+i, z_2=2+3i, z_3=5+i, z_4=2-i$ lần lượt có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức là M,N,P,Q. Hỏi tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

A. Tứ giác $MNPQ$ là hình thoi. **B.** Tứ giác $MNPQ$ là hình vuông.

C. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. **D.** Tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tọa độ các điểm $M(-1;1), N(2;3), P(5;1), Q(2;-1)$ khi biểu diễn chúng trên mặt phẳng tọa độ ta sẽ thu được hình thoi.

Câu 33. Cho A, B, C tương ứng là các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức $z_1=1+2i$, $z_2=-2+5i$, $z_3=2+4i$. Số phức z biểu diễn bởi điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

A. $1+5i$. **B.** $3+5i$. **C.** $-1+7i$. **D.** $5+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $A(1;2)$, $B(-2;5)$, $C(2;4)$. Gọi $D(x;y)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;3)$, $\overrightarrow{DC}=(2-x;4-y)$

Để $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$. Vậy $z=5+i$.

Câu 34. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+6z+13=0$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức $w=(i+1)z_1$.

A. $M(1;5)$. **B.** $M(-5;-1)$. **C.** $M(5;1)$. **D.** $M(-1;-5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $z^2+6z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=-3+2i \\ z_2=-3-2i \end{array}\right.$. Suy ra $w=(i+1)z_1=(1+i)(-3+2i)=-5-i$.

Vậy tọa độ điểm M biểu diễn số phức $w=(i+1)z_1$ là $M(-5;-1)$.

Câu 35. Cho tam giác ABC có ba đỉnh A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn hình học của các số phức $z_1=2-i$, $z_2=-1+6i$, $z_3=8+i$. Số phức z_4 có điểm biểu diễn hình học là trọng tâm của tam giác ABC. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**

A. $(z_4)^2=13+12i$. **B.** $\overline{z_4}=3-2i$. **C.** $z_4=3-2i$. **D.** $|z_4|=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $A(2;-1)$, $B(-1;6)$, $C(8;1)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G(3;2) \Leftrightarrow z_4=3+2i \Rightarrow \overline{z_4}=3-2i$.

Câu 36. Cho A,B,C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $6-3i$; $(1+2i)i$; $\frac{1}{i}$. Tìm số phức có điểm biểu diễn D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $z=4-2i$. **B.** $z=8-5i$. **C.** $z=-8+3i$. **D.** $z=-8-4i$.

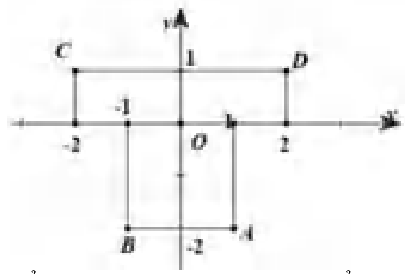
Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z=2i$. Tìm điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ (Oxy).

A. Điểm $M(-1;1)$. **B.** Điểm $Q(-1;-1)$. **C.** Điểm $P(1;-1)$. **D.** Điểm $N(1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có : $(1-i)z=2i \Leftrightarrow z=\frac{2i}{1-i}=-1+i$. Điểm biểu diễn số phức z là $M(-1;1)$.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$. Số phức $w=\dfrac{5}{iz}$ có điểm biểu diễn là điểm nào trong các điểm A, B, C, D ở hình bên?



A. Điểm B. **B.** Điểm D. **C.** Điểm A. **D.** Điểm C.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow \overline{z}=a-bi$.

Ta có: $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i \Leftrightarrow a+bi-(2+3i)(a-bi)=1-9i$.

$\Leftrightarrow a+bi-2a+2bi-3ai-3b=1-9i \Leftrightarrow -a-3b-3ai+3bi=1-9i$.

$\Leftrightarrow \begin{cases}-a-3b=1\\-3a+3b=-9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases} \Rightarrow z=2-i$.

Số phức $w=\dfrac{5}{iz}=\dfrac{5}{i(2-i)}=1-2i$. Vậy điểm biểu diễn của số phức w là $A(1;-2)$.

Câu 39. Gọi M, M' theo thứ tự là các điểm biểu diễn số phức $z\neq 0$ và $z'=\dfrac{1+i}{2}z$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

A. $\Delta OMM'$ là tam giác đều. **B.** $\Delta OMM'$ là tam giác tù.
C. $\Delta OMM'$ là tam giác vuông cân. **D.** $\Delta OMM'$ là tam giác nhọn.

Hướng dẫn giải

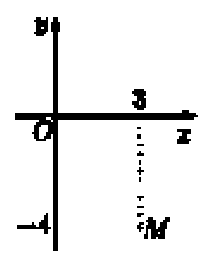
Chọn C. Gọi $M(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức z.

Ta có $z'=\dfrac{1+i}{2}(a+bi)=\dfrac{1}{2}a-\dfrac{1}{2}b+\left(\dfrac{1}{2}a+\dfrac{1}{2}b\right)i$ có điểm biểu diễn là $M'\left(\dfrac{a}{2}-\dfrac{b}{2};\dfrac{a}{2}+\dfrac{b}{2}\right)$.

Suy ra : $OM=\sqrt{a^2+b^2}$; $OM'=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$; $MM'=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{2}}$.

Ta có $OM'^2+MM'^2=OM^2$ nên $\Delta OMM'$ là tam giác vuông cân.

Câu 40. Điểm M trong hình vẽ trên là điểm biểu diễn cho số phức z. Phần ảo của số phức $(1+i)z$ bằng?



A. -7. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$M(3;-4)\Leftrightarrow z=3-4i$. Khi đó $(1+i)z=7-i$. Vậy phần ảo của số phức $(1+i)z$ bằng -1.

Câu 41. Điểm biểu diễn của số phức z là $M(1;2)$. Tọa độ của điểm biểu diễn cho số phức $w=z-2\overline{z}$ là

A. $(2;1)$ **B.** $(-1;6)$ **C.** $(2;3)$ **D.** $(2;-3)$

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z=1+2i$ nên $w=z-2\overline{z}=(1+2i)-2(1-2i)=-1+6i$.

Do đó, số phức $w=z-2\overline{z}$ có điểm biểu diễn là $(-1;6)$.

Câu 42. Tìm điểm biểu diễn của số phức $z=\dfrac{1}{2-3i}$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy?

A. $\left(\dfrac{2}{13};\dfrac{3}{13}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{-2}{13};\dfrac{3}{13}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{-2}{13};\dfrac{-3}{13}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{2}{13};\dfrac{-3}{13}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $z=\dfrac{1}{2-3i}=\dfrac{2}{13}+\dfrac{3}{13}i$. Suy ra điểm $M\left(\dfrac{2}{13};\dfrac{3}{13}\right)$ là điểm biểu diễn số phức z đã cho.

Câu 43. Tọa độ điểm biểu diễn hai số phức z và z' lần lượt là tọa độ của hai vecto $\vec{u}$ và $\overrightarrow{u'}$. Hãy chọn câu trả lời ***sai*** trong các câu sau:

A. Nếu $z=a+bi$ thì $\vec{u}=\overline{OM}$, với $M(a;b)$. **B.** $\vec{u}-\overrightarrow{u'}$ biểu diễn cho số phức $z-z'$.

C. $\vec{u}.\overrightarrow{u'}$ biểu diễn cho số phức $z.z'$. **D.** $\vec{u}+\overrightarrow{u'}$ biểu diễn cho số phức $z+z'$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $\vec{u}.\vec{u}'$ bằng một số, nên nó không thể biểu diễn cho $z.z'$.

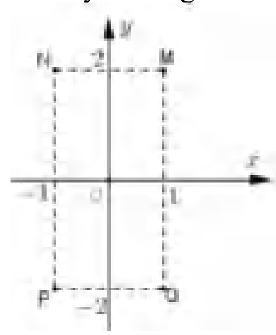
Câu 44. Cho số phức $z=1-2i$. Tìm tọa độ biểu diễn của số phức $\overline{z}$ trên mặt phẳng tọa độ.

A. $M(2;-1)$. **B.** $M(1;2)$. **C.** $M(1;-2)$. **D.** $M(2;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z=1-2i\Rightarrow\overline{z}=1+2i\Rightarrow M(1;2)$.

Câu 45. Giả sử M,N,P,Q được cho ở hình vẽ bên là điểm biểu diễn của các số phức z_1,z_2,z_3,z_4 trên mặt phẳng tọa độ. Khẳng định nào sau đây là đúng ?



A. Điểm Q là điểm biểu diễn số phức $z_4=1-2i$.

B. Điểm P là điểm biểu diễn số phức $z_3=-1+2i$.

C. Điểm M là điểm biểu diễn số phức $z_1=2+i$.

D. Điểm N là điểm biểu diễn số phức $z_2=2-i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Vì điểm $Q(1;-2)$ nên nó là điểm biểu diễn của số phức $z_4=1-2i$..

Câu 46. Tìm tọa độ điểm M là điểm biểu diễn số phức z biết z thỏa mãn phương trình $(1+i)\overline{z}=3-5i$
.

A. $M(1;-4)$. **B.** $M(-1;-4)$. **C.** $M(1;4)$. **D.** $M(-1;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $(1+i)\overline{z}=3-5i\Rightarrow\overline{z}=\dfrac{3-5i}{1+i}=-1-4i\Rightarrow z=-1+4i$. Vậy $M=(-1;4)$.

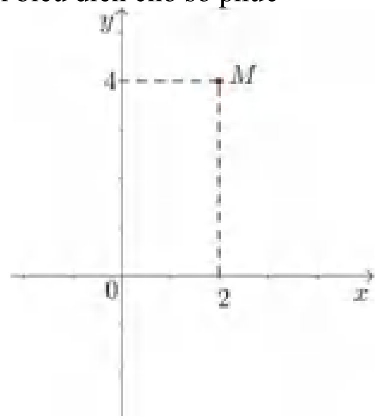
Câu 47. Số phức $z = 2 + 3i$ được biểu diễn điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy là

A. $M(2;-3)$. **B.** $M(2;\ 3)$. **C.** $M(-2;-3)$. **D.** $M(-2;\ 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z = 2 + 3i$ được biểu diễn là điểm $M(2;3)$.

Câu 48. Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn cho số phức



A. $z = 2 - 4i$. **B.** $z = 4 - 2i$. **C.** $z = 2 + 4i$. **D.** $z = 4 + 2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Điểm M biểu diễn cho số phức $z = 2 + 4i$.

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 11 - 3i$. Điểm M biểu diễn cho số phức z trong mặt phẳng tọa độ là

A. $M(7;-7)$. **B.** $M(4;-7)$. **C.** $M(14;-14)$. **D.** $M(8;-14)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $(1+i)z = 11 - 3i \Rightarrow z = \dfrac{11-3i}{1+i} = 4 - 7i$.

Suy ra điểm biểu diễn cho số phức z là $M(4;-7)$.

Câu 50. Cho A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $6 - 3i$; $(1+2i)i$; $\dfrac{1}{i}$.Tìm số phức có điểm biểu diễn D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $z = -8 + 3i$. **B.** $z = -8 - 4i$. **C.** $z = 4 - 2i$. **D.** $z = 8 - 5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $6 - 3i$ nên tọa độ $A(6;-3)$; $(1+2i)i = -2 + i$ nên tọa độ $B(-2;1)$.

$\dfrac{1}{i} = -i$ nên tọa độ $C(0;-1)$.

Để $ABCD$ là hình bình hành : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ nên $\begin{cases} x - 6 = 2 \\ y + 3 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = -5 \end{cases}$.

Vậy D có điểm biểu diễn số phức là $z = 8 - 5i$.

Câu 51. Điểm biểu diễn số phức: $z = \dfrac{(2-3i)(4-i)}{3+2i}$ có tọa độ là:

A. $(1;4)$. **B.** $(1;-4)$. **C.** $(-1;-4)$. **D.** $(-1;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có

$$z = \frac{(2-3i)(4-i)}{3+2i} = \frac{8 - 2i - 12i + 3i^2}{(3+2i)} = \frac{(5-14i)(3-2i)}{3^2 + 2^2} = \frac{15 - 10i - 42i + 28i^2}{13} = -1 - 4i$$

Suy ra điểm biểu diễn của số phức z là $(-1;-4)$.

Câu 52. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của z là

A. $(2;-3)$. **B.** $(-2;3)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-2;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Vì $z=2-3i \Rightarrow \bar{z}=2+3i$ nên điểm biểu diễn của $\bar{z}$ có tọa độ $(2;3)$.

Câu 53. Cho hai điểm A, B là hai điểm biểu diễn hình học số phức theo thứ tự z_0, z_1 khác 0 và thỏa mãn đẳng thức $z_0^2+z_1^2=z_0z_1$. Hỏi ba điểm O, A, B tạo thành tam giác gì? (O là gốc tọa độ)? Chọn phương án đúng và đầy đủ nhất.

A. Vuông tại O.
B. Cân tại O.
C. Vuông cân tại O.
D. Đều.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Theo giả thiết suy ra: $OA=|z_0|$, $OB=|z_1|$ và $AB=|z_1-z_0|$.

Ta có: $z_0^2+z_1^2=z_0z_1 \Leftrightarrow z_0^2-z_0z_1+z_1^2=0 \Leftrightarrow (z_0+z_1)(z_0^2-z_0z_1+z_1^2)=0$.

$\Leftrightarrow z_0^3+z_1^3=0 \Leftrightarrow z_0^3=-z_1^3 \Leftrightarrow |z_0|=|z_1| \Leftrightarrow OA=OB$.

Xét $(z_1-z_0)^2=z_0^2+z_1^2-2z_0z_1=-z_0z_1 \Rightarrow |z_1-z_0|^2=|z_1|.|z_0| \Leftrightarrow AB^2=OA.OB \Leftrightarrow AB=OB$.

Vậy $AB=OB=OA$ hay tam giác OAB là tam giác đều.

Câu 54. Kí hiệu A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn hình học của các số phức $z_1=1+i;\ z_2=(1+i)^2$, $z_3=a-i,\ a\in\mathbb{R}$. Tìm a để tam giác ABC vuông tại B.

A. $a=1$. **B.** $a=3$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=-3$.

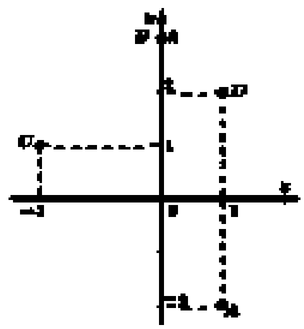
Hướng dẫn giải

Chọn D. $z_1=1+i \Rightarrow A(1;1);\ z_2=(1+i)^2=2i \Rightarrow B(0;2);\ z_3=a-i \Rightarrow C(a;-1)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{BA}=(-1;1)$ và $\overrightarrow{BC}=(a;-3)$.

Tam giác ABC vuông tại $B \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=0 \Leftrightarrow -a-3=0 \Rightarrow a=-3$.

Câu 55. Cho các số phức z_1,z_2,z_3,z_4 có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức lần lượt là A, B, C, D (như hình bên). Tính $P=|z_1+z_2+z_3+z_4|$.



A. $P=3$. **B.** $P=\sqrt{5}$. **C.** $P=2$. **D.** $P=\sqrt{17}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Dựa vào hình vẽ suy ra $z_1=1-2i, z_2=3i, z_3-3+i, z_4=1+2i$.

Khi đó $z_1+z_2+z_3+z_4=-1+4i \Rightarrow |z_1+z_2+z_3+z_4|=\sqrt{17}$.

Câu 56. 2Kí hiệu z_0 là nghiệm phức của phương trình $4z^2-4z+3=0$ sao cho z_0 có phần ảo là số thực âm. Điểm M biểu diễn số phức $w=-2z_0$ thuộc góc phần tư nào trên mặt phẳng phức?

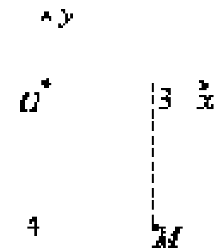
A. Góc phần tư (III).
B. Góc phần tư (IV).
C. Góc phần tư (I).
D. Góc phần tư (II).

Hướng dẫn giải

Chọn D. $4z^2-4z+3=0 \Leftrightarrow z=\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i$. Do đó $z_0=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i \Rightarrow w=-2z_0=-1+\sqrt{2}i$.

$\Rightarrow w$ có điểm biểu diễn là $M\left(-1;\sqrt{2}\right)$ nằm ở góc phần tư thứ (II).

Câu 57. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z. Tìm môđun của số phức z.

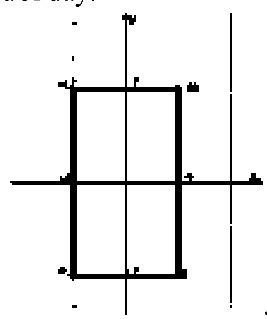


A. $|z|=5$. **B.** $|z|=3$. **C.** $|z|=-4$. **D.** $|z|=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Điểm M là điểm biểu diễn số phức $z=3-4i \Rightarrow |z|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 58. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z=15+10i$. Hỏi điểm biểu diễn cho số phức $\overline{z}$ là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q cho hình dưới đây.



A. Điểm M. **B.** Điểm N. **C.** Điểm Q. **D.** Điểm P.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $(2-i)z=15+10i \Rightarrow z=\frac{15+10i}{2-i}=4+7i \Rightarrow \overline{z}=4-7i$.

Câu 59. Cho số phức $z=5-4i$. Số phức đối của z có điểm biểu diễn là?

A. $(-4;5)$. **B.** $(5;4)$. **C.** $(5;-4)$. **D.** $(-5;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Số phức đối của z là $-z=-5+4i$. Điểm biểu diễn của $-z$ là $M(-5;4)$.

Câu 60. Cho các khẳng định:

(I): Điểm biểu diễn số phức $z=2-i$ nằm bên phải trục tung.

(II): Điểm biểu diễn số phức $z=2-i$ nằm phía dưới trục hoành.

Kết luận nào sau đây đúng?

A. (II) đúng, (I) sai. **B.** Cả (I) và (II) đều sai.

C. Cả (I) và (II) đều đúng. **D.** (I) đúng, (II) sai.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Điểm biểu diễn của số phức $z=2-i$ là $M(2;-1)$ nằm bên phải trục tung (do $x_M=2>0$) và phía dưới trục hoành (do $y_M=-1<0$) do đó cả (I) và (II) đều đúng.

Câu 61. Trong mặt phẳng phức, cho ba điểm lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = 1 + i$, $z_2 = (1+i)^2$, $z_3 = a - i$. Để tam giác ABC vuông tại B thì a bằng:

A. $a = -2$. **B.** $a = -3$. **C.** $a = -4$. **D.** $a = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $A(1;1), B(0;2), C(a;-1)$ lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức $z_1 = 1 + i$, $z_2 = (1+i)^2$, $z_3 = a - i$.

Để ΔABC vuông tại $B \Leftrightarrow \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow (1;-1).(a;-3) = 0 \Leftrightarrow a + 3 = 0 \Leftrightarrow a = -3.$

Câu 62. Trong mặt phẳng toạn độ, điểm $M(-3;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

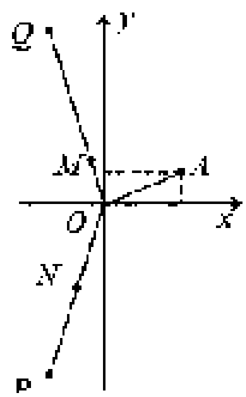
A. $z = -3 - 2i$. **B.** $z = 3 - 2i$. **C.** $z = 3 + 2i$. **D.** $z = -3 + 2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Điểm $M(-3;2)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -3 + 2i$.

Câu 63. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ và điểm A trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của z. Biết rằng trong hình vẽ bên, điểm biểu diễn của số phức $w = \frac{1}{iz}$ là một trong bốn điểm M, N, P, Q. Khi đó điểm biểu diễn của số phức w là

A. điểm M. **B.** điểm N. **C.** điểm P. **D.** điểm Q.



Hướng dẫn giải

Chọn C. Do điểm A là điểm biểu diễn của z nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng Oxy nên gọi $z = a + bi\,(a, b > 0)$. Do $|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ nên $\sqrt{a^2 + b^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lại có $w = \frac{1}{iz} = \frac{-b}{a^2 + b^2} - \frac{a}{a^2 + b^2}i$ nên điểm biểu diễn w nằm trong góc phần tư thứ ba của mặt phẳng Oxy.

$|w| = \left|\frac{1}{iz}\right| = \frac{1}{|i|.|z|} = \sqrt{2} = 2|z| = 2OA$. Vậy điểm biểu diễn của số phức w là điểm P.

Câu 64. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = -1 + 3i$; $z_2 = -3 - 2i$; $z_3 = 4 + i$. Chọn kết luận đúng nhất:

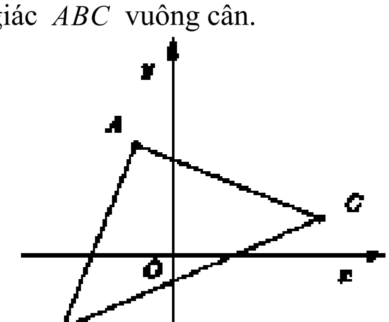
A. Tam giác ABC cân không vuông. **B.** Tam giác ABC đều.

C. Tam giác ABC vuông không cân. **D.** Tam giác ABC vuông cân.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$A(-1;3), B(-3;-2), C(4;1)$.



$\overrightarrow{AB}=(-2;-5)\Rightarrow AB=\sqrt{29}$.

$\overrightarrow{AC}=(5;-2)\Rightarrow AC=\sqrt{29}$.

$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0\Rightarrow AB\perp AC$. Vậy ΔABC vuông cân tại A.

Câu 65. Tìm tọa độ điểm M là điểm biểu diễn số phức z biết z thỏa mãn phương trình $(1+i)\overline{z}=3-5i$.

A. $M(-1;-4)$. **B.** $M(-1;4)$. **C.** $M(1;4)$. **D.** $M(1;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $\overline{z}=\dfrac{3-5i}{1+i}=-1-4i\Rightarrow z=-1+4i\Rightarrow M(-1;4)$.

Câu 66. Kí hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $6z^2-12z+7=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm điểm biểu diễn của số phức $w=iz_1-\dfrac{1}{\sqrt{6}}$.

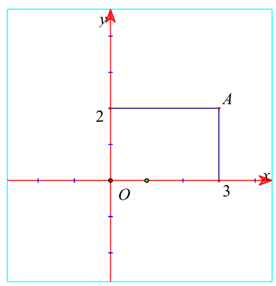
A. $(0;1)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;-1)$. **D.** $(1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có:

$$6z^2-12z+7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=1+\dfrac{\sqrt{6}}{6}i\\ z=1-\dfrac{\sqrt{6}}{6}i\end{array}\right.. \quad w=iz_1-\frac{1}{\sqrt{6}}=i\left(1-\frac{\sqrt{6}}{6}i\right)-\frac{1}{\sqrt{6}}=i=0+1.i.$$

Câu 67. Điểm A trong hình vẽ bên dưới biểu diễn cho số phức z. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Phần thực là -3, phần ảo là 2. **B.** Phần thực là 3, phần ảo là $2i$.

C. Phần thực là -3, phần ảo là $2i$. **D.** Phần thực là 3, phần ảo là 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 68. Mặt phẳng phức $A(-4;1),B(1;3),C(-6;0)$ lần lượt biểu diễn các số phức z_1,z_2,z_3. Trọng tâm G của tam giác ABC biểu diễn số phức nào sau đây?

A. $3+\dfrac{4}{3}i$. **B.** $-3-\dfrac{4}{3}i$. **C.** $-3+\dfrac{4}{3}i$. **D.** $3-\dfrac{4}{3}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(-3;\dfrac{4}{3}\right)$ vậy G biểu diễn số phức $z=-3+\dfrac{4}{3}i$.

Câu 69. Cho số phức $z=3i-4$. Điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$ có tọa độ là.

A. $(-3;-4)$. **B.** $(-4;-3)$. **C.** $(3;-4)$. **D.** $(3;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $\overline{z}=-4-3i$.

Câu 70. Trong mặt phẳng toạ độ, điểm $A(1;-2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào trong các số sau?

A. $z=1+2i$. **B.** $z=1-2i$. **C.** $z=-2+i$. **D.** $z=-1-2i$.

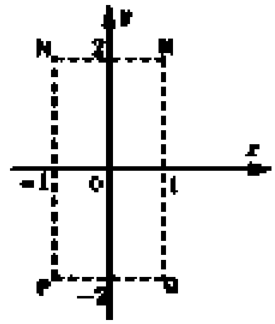
Hướng dẫn giải

Chọn B.

Số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi điểm $M(a;b)$.

Do đó điểm $A(1;-2)$ biểu diễn số phức $z = 1 - 2i$.

Câu 71. Giả sử M, N, P, Q được cho ở hình vẽ bên là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2, z_3, z_4 trên mặt phẳng tọa độ. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Điểm N là điểm biểu diễn số phức $z_2 = 2 - i$.

B. Điểm P là điểm biểu diễn số phức $z_3 = -1 + 2i$.

C. Điểm M là điểm biểu diễn số phức $z_1 = 2 + i$.

D. Điểm Q là điểm biểu diễn số phức $z_4 = 1 - 2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Vì điểm $Q(1;-2)$ nên nó là điểm biểu diễn của số phức $z_4 = 1 - 2i$.

Câu 72. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2+3i| = |z-2-3i|$. Biết $|z-1-2i| + |z-7-4i| = 6\sqrt{2}$, $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z, khi đó x thuộc khoảng

A. $(1;3)$ **B.** $(4;8)$ **C.** $(2;4)$ **D.** $(0;2)$

Hướng dẫn giải

Chọn C. $|z-2+3i| = |z-2-3i| \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = (x-2)^2 + (y-3)^2 \Leftrightarrow y = 0$.

$|z-1-2i| + |z-7-4i| = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+4} + \sqrt{(x-7)^2+16} = 6\sqrt{2}$

$\Rightarrow \sqrt{(x-1)^2+4} = 6\sqrt{2} - \sqrt{(x-7)^2+16} \Rightarrow -x + 11 = \sqrt{2x^2 - 28x + 130}$

$\Rightarrow \begin{cases} x \le 11 \\ (-x+11)^2 = 2x^2 - 28x + 130 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \le 11 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 3$. Thử lại thấy thỏa.

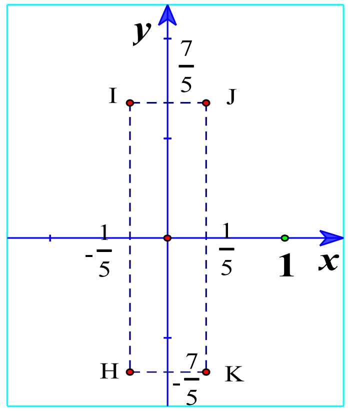
Câu 73. Cho số phức $z = (1+i)^8$. Tọa độ điểm M biểu diễn z là.

A. $M(16;0)$. **B.** $M(-16;0)$. **C.** $M(0;16)$. **D.** $M(0;-16)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z = (1+i)^8 = (2i)^4 = 16 \Rightarrow M(16;0)$.

Câu 74. Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z = 3 + i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm I, J, K, H ở hình bên?



A. Điểm H. **B.** Điểm I. **C.** Điểm J. **D.** Điểm K.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $(1-2i)z=3+i \Rightarrow z=\dfrac{3+i}{1-2i}=\dfrac{1}{5}+\dfrac{7}{5}i$. Điểm biểu diễn là $J\left(\dfrac{1}{5};\dfrac{7}{5}\right)$.

Câu 75. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho các điểm $A(4;0)$, $B(1;4)$ và $C(1;-1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Biết rằng G là điểm biểu diễn số phức z. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $z=2-i$. **B.** $z=3+\dfrac{3}{2}i$. **C.** $z=2+i$. **D.** $z=3-\dfrac{3}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Áp dụng công thức trọng tâm ta được toạ độ điểm $G(2;1)$. Vậy số phức $z=2+i$.

Câu 76. Trong mặt phẳng phức gọi M là điểm biểu diễn cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R},\ ab\neq 0)$, M' là diểm biểu diễn cho số phức $\overline{z}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

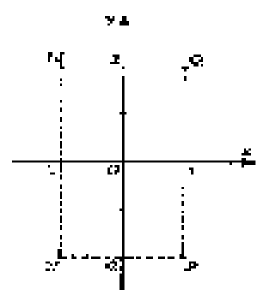
A. M' đối xứng với M qua O. **B.** M' đối xứng với M qua Ox.

C. M' đối xứng với M qua đường thẳng $y=x$. **D.** M' đối xứng với M qua Oy.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $M(a;b)$ và $M'(a;-b)$ nên M' đối xứng với M qua Ox.

Câu 77. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)\overline{z}=4+3i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?

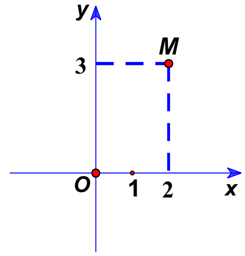


A. Điểm Q. **B.** Điểm M. **C.** Điểm N. **D.** Điểm P.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $(2-i)\overline{z}=4+3i \Leftrightarrow \overline{z}=\dfrac{4+3i}{2-i}=\dfrac{(4+3i)(2+i)}{5}=\dfrac{5+10i}{5}=1+2i \Rightarrow z=1-2i$.

Câu 78. Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu diễn số phức $\overline{z}$.



Số phức z bằng

A. $3+2i$. **B.** $3-2i$. **C.** $2-3i$. **D.** $2+3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Theo hình vẽ thì $\overline{z}=2+3i \Rightarrow z=2-3i$.

Câu 79. Số phức $z=3i-2$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng phức là:

A. $(3;2)$. **B.** $(-2;3)$. **C.** $(3;-2)$. **D.** $(2;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z=3i-2=-2+3i$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng phức là $(-2;3)$.

Câu 80. Biết số phức z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $A(1;-2)$. Tìm số phức z.

A. $z=1-2i$. **B.** $z=-2+i$. **C.** $z=-1+2i$. **D.** $z=2-i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Số phức $z=a+bi$ $(a;b\in\mathbb{R})$ có điểm $A(a;b)$ biểu diễn z trên mặt phẳng tọa độ.

Do $A(1;-2)$ nên A là điểm biểu diễn số phức $z=1-2i$.

Câu 81. Gọi điểm A, B lần lượt biểu diễn các số phức z_1; z_2; $(z_1.z_2\neq 0)$ trên mặt phẳng tọa độ (A, B, C và A', B', C' đều không thẳng hàng) và $z_1^2+z_2^2=z_1.z_2$. Với O là gốc tọa độ, khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tam giác OAB vuông cân tại B. **B.** Diện tích tam giác OAB không đổi.

C. Tam giác OAB đều. **D.** Tam giác OAB vuông cân tại O.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $z_1^2+z_2^2=z_1.z_2 \Rightarrow z_1^2=z_1\left(z_2-z_1\right)$; $\left|z_1\right|^2=\left|z_1\right|.\left|z_2-z_1\right|$. Do $z_1\neq 0 \Rightarrow \left|z_2-z_1\right|=\dfrac{\left|z_2\right|^2}{\left|z_1\right|}$; (1)

Mặt khác: $z_1^2=z_2\left(z_1-z_2\right) \Rightarrow \left|z_1\right|^2=\left|z_2\right|.\left|z_1-z_2\right| \Leftrightarrow \left|z_1-z_2\right|=\dfrac{\left|z_1\right|^2}{\left|z_2\right|}$ (do $z_2\neq 0$) (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\dfrac{\left|z_2\right|^2}{\left|z_1\right|}=\dfrac{\left|z_1\right|^2}{\left|z_2\right|} \Leftrightarrow \left|z_1\right|=\left|z_2\right|$.

Vậy ta có: $\left|z_1\right|=\left|z_2\right|=\left|z_2-z_1\right| \Rightarrow OA=OB=AB$.

Câu 82. Cho số phức $z=6+7i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là.

A. $(6;\ 7)$. **B.** $(6;-7)$. **C.** $(-6;\ 7)$. **D.** $(-6;-7)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $\overline{z}=6-7i \Rightarrow M(6;-7)$.

Câu 83. Cho số phức $z=6+7i$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn hình học của số phức $\overline{z}$.

A. $(-6;7)$. **B.** $(6;7)$. **C.** $(-6;-7)$. **D.** $(6;-7)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $z=6+7i \Rightarrow \overline{z}=6-7i$.

Câu 84. Cho 3 điểm A, B, C lần lượt biểu diễn cho các số phức z_1, z_2, z_3. Biết $|z_1|=|z_2|=|z_3|$ và $z_1+z_2=0$. Khi đó tam giác ABC là tam giác gì?

A. Tam giác ABC đều.
B. Tam giác ABC vuông tại C.
C. Tam giác ABC cân tại C.
D. Tam giác ABC vuông cân tại C.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Vì $z_1+z_2=0$ nên z_1, z_2 là hai số phức đối nhau, do đó hai điểm A, B đối xứng qua gốc O (tức O là trung điểm của đoạn thẳng AB).

Lại có $|z_1|=|z_2|=|z_3| \Leftrightarrow OA=OB=OC \Leftrightarrow CO=\dfrac{AB}{2}$.

Vậy ΔABC có độ dài đường trung tuyến bằng một nửa cạnh huyền nên vuông tại C.

Câu 85. Cho số phức z thỏa mãn $iz+2-i=0$. Khoảng cách từ điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ Oxy đến điểm $M(3;-4)$ là:

A. $\sqrt{13}$.
B. $2\sqrt{10}$.
C. $2\sqrt{2}$.
D. $2\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $iz+2-1=0 \Leftrightarrow iz=i-2 \Leftrightarrow \dfrac{i-2}{i}=\dfrac{(i-2)(-i)}{1}=1+2i$

Điểm biểu diễn của số phức z là $A(1;2)$, $AM=\sqrt{(3-1)^2+(-4-2)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

Câu 86. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z=2+5i$ và B là 1điểm biểu diễn của số phức $z=-2+5i$.

Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $y=x$.
B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành.
C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung.
D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc toạ độ O.

Câu 87. Số phức $z=4+2i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là M. Tìm tọa độ điểm M

A. $M(4;2)$.
B. $M(2;4)$.
C. $M(4;-2)$.
D. $M(-4;-2)$

.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Số phức $z=4+2i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $M(4;2)$.

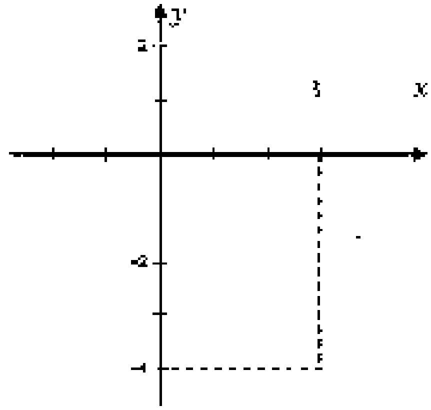
Câu 88. Cho số phức $z=1-2i$. Hãy tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức z.

A. $(-1;2)$.
B. $(-1;-2)$.
C. $(1;-2)$.
D. $(1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 89. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm z?

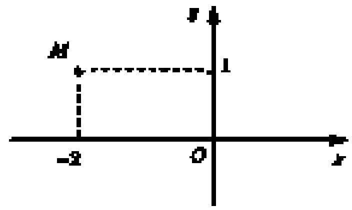


A. $z = 3 - 4i$. **B.** $z = -3 + 4i$. **C.** $z = -4 + 3i$. **D.** $z = 3 + 4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $M(3;-4)$. Vậy điểm M biểu diễn cho số phức $z = 3 - 4i$.

Câu 90. Trong mặt phẳng Oxy, điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z. Số phức $\overline{z}$ là



A. $-2 - i$ **B.** $1 + 2i$ **C.** $-2 + i$ **D.** $1 - 2i$

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z = -2 + i \Rightarrow \overline{z} = -2 - i$.

Câu 91. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$, $z_2 = -4 - 6i$ có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ lần lượt là hai điểm M và N. Gọi Z là số phức mà có điểm biểu diễn là trung điểm của đoạn MN. Hỏi Z là số phức nào trong các số phức dưới đây?

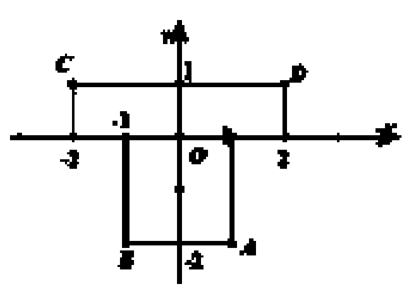
A. $z = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$. **B.** $z = -\frac{3}{2} - \frac{9}{2}i$. **C.** $z = -3 - 9i$. **D.** $z = -1 - 3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $M(1;-3)$, $N(-4;-6)$. Suy ra trung điểm I của MN là $\left(-\frac{3}{2};-\frac{9}{2}\right)$.

Do đó I là điểm biểu diễn của số phức $z = -\frac{3}{2} - \frac{9}{2}i$.

Câu 92. Cho số phức Z thỏa mãn điều kiện $z - (2 + 3i)\overline{z} = 1 - 9i$. Số phức $w = \frac{5}{iz}$ có điểm biểu diễn là điểm nào trong các điểm A, B, C, D ở hình bên?



A. Điểm A. **B.** Điểm C. **C.** Điểm B. **D.** Điểm D.

Hướng dẫn giải

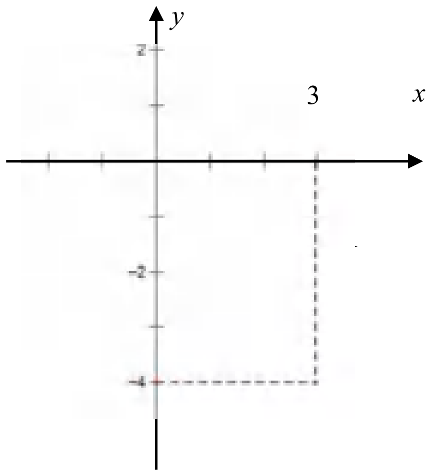
Chọn A. Gọi $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \overline{z} = a - bi$. Ta có $z - (2 + 3i)\overline{z} = 1 - 9i$

$\Leftrightarrow a+bi-(2+3i)(a-bi)=1-9i \Leftrightarrow a+bi-2a+2bi-3ai-3b=1-9i$

$\Leftrightarrow -a-3b-3ai+3bi=1-9i \Leftrightarrow \begin{cases}-a-3b=1\\-3a+3b=-9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases} \Rightarrow z=2-i$

Số phức $w=\dfrac{5}{iz}=\dfrac{5}{i(2-i)}=1-2i$. Vậy điểm biểu diễn của số phức w là $A(1;-2)$.

Câu 93. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm z?



A. $z=3+4i$. **B.** $z=3-4i$. **C.** $z=-3+4i$. **D.** $z=-4+3i$

.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $M(3;-4)$. Vậy điểm M biểu diễn cho số phức $z=3-4i$.

Câu 94. Số nào sau đây là số đối của số phức z, biết z có phần thực dương thỏa mãn $|z|=2$ và trong mặt phẳng phức thì z có điểm biểu diễn thuộc đường thẳng $y-\sqrt{3}x=0$.

A. $1+\sqrt{3}i$. **B.** $-1-\sqrt{3}i$. **C.** $-1+\sqrt{3}i$. **D.** $1-\sqrt{3}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$. Ta có $|z|=2$ nên $a^2+b^2=4$.

Vì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $y-\sqrt{3}x=0$ nên $b=a\sqrt{3}$.

Và vì $a>0$ nên $a=1$, $b=\sqrt{3}$.

Câu 95. Gọi A,B,C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1=2$, $z_2=4i$, $z_3=2+4i$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Tính diện tích tam giác ABC.

A. 6. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $A(2;0)$, $B(0;4)$, $C(2;4)$ suy ra $\overrightarrow{AC}=(0;4)$; $\overrightarrow{BC}=(2;0)\Rightarrow \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}=0$.

Do đó tam giác ABC là tam giác vuông tại C. Suy ra $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}CA.CB=\dfrac{1}{2}.4.2=4$.

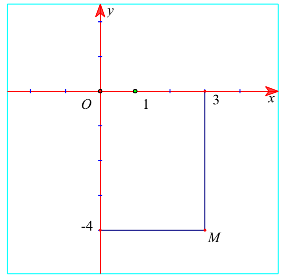
Câu 96. Cho số phức $z=3-3i$. Hỏi điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là điểm nào?

A. $M(3;-3)$. **B.** $M(-3;-3)$. **C.** $M(3;3)$. **D.** $M(-3;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z=3-3i\Rightarrow \overline{z}=3+3i$. Vậy điểm biểu điễn của số phức $\overline{z}$ là $M(3;3)$.

Câu 97. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z.



Tìm z?

A. $z=-3+4i$. **B.** $z=3-4i$. **C.** $z=3+4i$. **D.** $z=-4+3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Số phức z có phần thực $a=3$ và phần ảo $b=-4$ nên $z=3-4i$.

Câu 98. Cho A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $4-3i$, $(1+2i)i$, $\frac{1}{i}$. Số phức có điểm biểu diễn D sao cho $ABCD$ là hình bình hành là

A. $z=-6+3i$. **B.** $z=6-5i$. **C.** $z=4-2i$. **D.** $z=-6-4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. * Ta có:

A là điểm biểu diễn của số phức $4-3i$ nên $A(4;-3)$.

B là điểm biểu diễn của số phức $(1+2i)i=-2+i$ nên $B(-2;1)$.

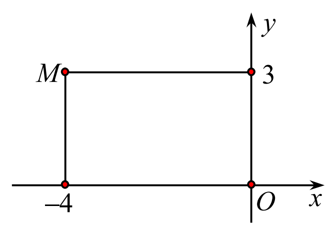
C là điểm biểu diễn của số phức $\frac{1}{i}=-i$ nên $C(0;-1)$.

* Để $ABCD$ là hình bình hành điều kiện là $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D-x_A=x_C-x_B \\ y_D-y_A=y_C-y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=x_C+x_A-x_B=6 \\ y_D=y_C+y_A-y_B=-5 \end{cases} \Rightarrow D(6;-5) \Rightarrow z=6-5i.$$

Câu 99. Cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức z.

Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.



A. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$. **B.** Phần thực là -4 và phần ảo là 3.

C. Phần thực là 3 và phần ảo là -4. **D.** Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 100. Cho số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$ và $z_1+z_2+z_3=0$. Tính $A=z_1^2+z_2^2+z_3^2$.

A. $A=1$. **B.** $A=1+i$. **C.** $A=-1$. **D.** $A=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. _Cách 1_: Chọn $z_1=1,\ z_2=\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i,\ z_3=\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. Khi đó:

$$A=1^2+\left(\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2+\left(\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2=0.$$

(Lí giải cách chọn là vì $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$ và $z_1+z_2+z_3=0$ nên các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 là ba đỉnh của tam giác đều nội tiếp đường tròn đơn vị nhận gốc O làm trọng tâm, nên ta chỉ việc giải nghiệm của phương trình $z^3=0$ để chọn ra các nghiệm là z_1, z_2, z_3).

Cách 2: Nhận thấy $z.\overline{z}=|z|^2=1 \Rightarrow z=\frac{1}{\overline{z}}$. Do đó $z_1=\frac{1}{\overline{z_1}}, z_2=\frac{1}{\overline{z_2}}, z_3=\frac{1}{\overline{z_3}}$. Khi đó.

$$A = z_1^{\ 2} + z_2^{\ 2} + z_3^{\ 2} = \left(z_1 + z_2 + z_3\right)^2 - 2\left(z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3\right)$$

$$= 0 - 2\left(\frac{1}{\overline{z_1}\,\overline{z_2}} + \frac{1}{\overline{z_1}\,\overline{z_3}} + \frac{1}{\overline{z_2}\,\overline{z_3}}\right) = -2\left(\frac{\overline{z_1} + \overline{z_2} + \overline{z_3}}{\overline{z_1}\,\overline{z_2}\,\overline{z_3}}\right) = -2\left(\frac{\overline{z_1 + z_2 + z_3}}{\overline{z_1}\,\overline{z_2}\,\overline{z_3}}\right) = -2.0 = 0.$$

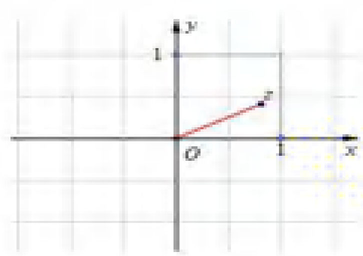
Cách 3: Vì $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ và $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ nên các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 là ba đỉnh của tam giác đều nội tiếp đường tròn đơn vị nhận gốc O làm trọng tâm.

Do đó ta có thể giả sử acgumen của z_1, z_2, z_3 lần lượt là $\phi_1, \phi_1 + \frac{2\pi}{3}, \phi_1 + \frac{4\pi}{3}$.

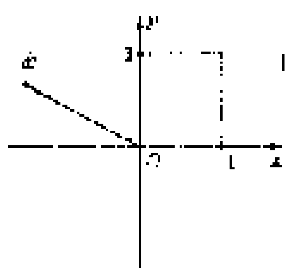
Nhận thấy acgumen của $z_1^{\ 2}$, $z_2^{\ 2}$, $z_3^{\ 2}$ lần lượt là $2\phi_1, 2\phi_1 + \frac{4\pi}{3}, 2\phi_1 + \frac{8\pi}{3} = 2\phi_1 + \frac{2\pi}{3}$ (vẫn lệch đều pha $\frac{2\pi}{3}$) và $\left|z_1^{\ 2}\right| = \left|z_2^{\ 2}\right| = \left|z_3^{\ 2}\right| = 1$ nên các điểm biểu diễn của $z_1^{\ 2}$, $z_2^{\ 2}$, $z_3^{\ 2}$ cũng là ba đỉnh của tam giác đều nội tiếp đường tròn đơn vị nhận gốc O làm trọng tâm. Từ đó $A = z_1^{\ 2} + z_2^{\ 2} + z_3^{\ 2} = 0$.

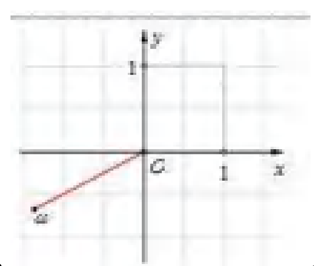
Lưu ý: Nếu $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow G$ là trọng tâm ΔABC.

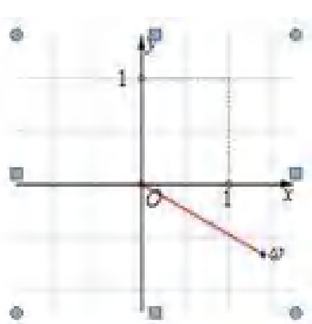
Câu 101. Số phức z được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ như hình vẽ:

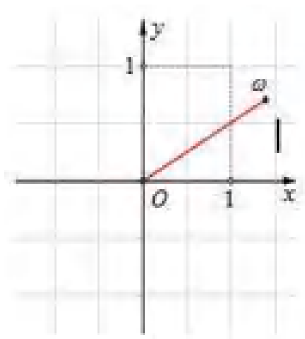


Hỏi hình nào biểu diễn cho số phức $\varpi = \frac{i}{z}$?

A. .

B. .

C. .

D. .

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z = a + bi; a, b \in \mathbb{R}$..

Từ giả thiết điểm biểu diễn số phức z nằm ở góc phần tư thứ nhất nên $a, b > 0$.

Ta có $\varpi = \frac{i}{z} = \frac{i}{a - bi} = \frac{i\left(a + bi\right)}{a^2 + b^2} = -\frac{b}{a^2 + b^2} + \frac{a}{a^2 + b^2} i$.

Do $a,b>0$ nên $\begin{cases} -\dfrac{b}{a^2+b^2}<0 \\ \dfrac{a}{a^2+b^2}>0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ điểm biểu diễn số phức ω nằm ở góc phần tư thứ hai.

Câu 102. Cho số phức $z=3-3i$. Hỏi điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là điểm nào?

A. $M(3;-3)$. **B.** $M(-3;-3)$. **C.** $M(3;3)$. **D.** $M(-3;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z=3-3i \Rightarrow \overline{z}=3+3i$. Vậy điểm biểu điễn của số phức $\overline{z}$ là $M(3;3)$.

Câu 103. Số phức $z=2-3i$ có điểm biểu diễn là:

A. $(-2;-3)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ là $M(2;-3)$.

Câu 104. Cho số phức z thoả mãn $(2-i)z = 1+i$. Điểm M biểu diễn số phức z trên mặt phẳng toạ độ Oxy là.

A. $M\left(\dfrac{3}{4};0\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{1}{5};\dfrac{3}{5}\right)$. **C.** $M\left(\dfrac{1}{5};\dfrac{3}{5}\right)$. **D.** $M\left(0;\dfrac{3}{5}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z=\dfrac{1+i}{2-i}=\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{5}i$. $M\left(\dfrac{1}{5};\dfrac{3}{5}\right)$.

Câu 105. Cho số phức z thỏa $(1+i)z=14-2i$. Điểm biểu diễn của số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy có tọa độ là:

A. $(8;6)$. **B.** $(6;8)$. **C.** $(6;-8)$. **D.** $(-8;6)$.

Hướng dẫn giải

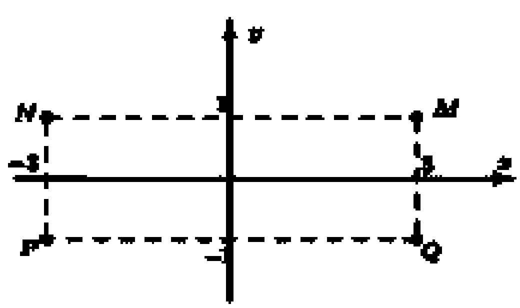
Chọn C. Từ giả thiết $(1+i)z=14-2i$ suy ra $z=\dfrac{14-2i}{1+i}=\dfrac{(14-2i)(1-i)}{2}=6-8i$.

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của $z=6-8i$ trong mp tọa độ Oxy suy ra $M(6;-8)$.

Câu 106. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi M là điểm biểu diễn số phức $z=3-4i$; M' là điểm biểu diễn cho số phức $z'=\dfrac{1+i}{2}z$. Tính diện tích tam giác OMM'.

A. $S_{\Delta OMM'}=\dfrac{15}{2}$. **B.** $S_{\Delta OMM'}=\dfrac{25}{2}$. **C.** $S_{\Delta OMM'}=\dfrac{15}{4}$. **D.** $S_{\Delta OMM'}=\dfrac{25}{4}$.

Câu 107. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z=7-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm *M, N, P, Q* ở hình dưới?



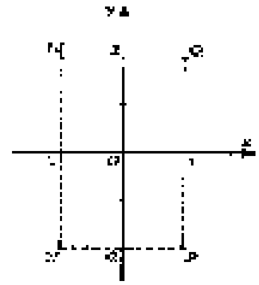
A. Điểm *P*. **B.** Điểm *N*. **C.** Điểm *M*. **D.** Điểm *Q*.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z=\dfrac{7-i}{2-i}=\dfrac{(7-i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\dfrac{15+5i}{5}=3+i$.

Do đó điểm biểu diễn z là điểm có tọa độ là $(3;1)$

Câu 108. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)\overline{z}=4+3i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên ?



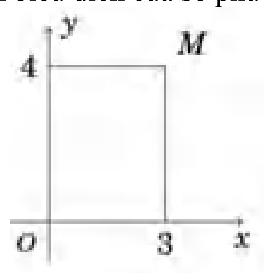
A. Điểm Q. **B.** Điểm M. **C.** Điểm N. **D.** Điểm P.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $(2-i)\overline{z}=4+3i \Leftrightarrow \overline{z}=\dfrac{4+3i}{2-i}=\dfrac{(4+3i)(2+i)}{5}=\dfrac{5+10i}{5}=1+2i \Rightarrow z=1-2i$.

Câu 109. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z.



Tìm phần thực và phần ảo cú số phức z.

A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3. **B.** Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $3i$.
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4. **D.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $4i$.

Hướng dẫn giải

Từ hình vẽ ta có $M(3;4)$ nên $z=3+4i$. Vậy Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4.

Câu 110. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho các điểm $A(4;0)$, $B(1;4)$ và $C(1;-1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Biết rằng G là điểm biểu diễn số phức z. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $z=2+i$. **B.** $z=2-i$. **C.** $z=3+\dfrac{3}{2}i$. **D.** $z=3-\dfrac{3}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Áp dụng công thức trọng tâm ta được toạ độ điểm $G(2;1)$. Vậy số phức $z=2+i$.

Câu 111. Tìm tọa độ điểm M là điểm biểu diễn số phức $z=3-4i$.

A. $M(-3;-4)$. **B.** $M(3;4)$. **C.** $M(3;-4)$. **D.** $M(-3;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có điểm $M(3;-4)$ biểu diễn số phức $z=3-4i$.

Câu 112. Trong mặt phẳng phức, cho số phức $z=1-2i$. Điểm biểu diễn cho số phức $\overline{z}$ là điểm nào sau đây

A. $M(-1;-2)$ **B.** $Q(1;2)$ **C.** $P(-1;2)$ **D.** $N(-2;1)$

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: $z=1-2i \Rightarrow \overline{z}=1+2i$ nên có điểm biểu diễn là $(1;2)$.

Câu 113. Số phức liên hợp của số phức $z=i(1-2i)$ có điểm biểu diễn là điểm nào dưới đây?

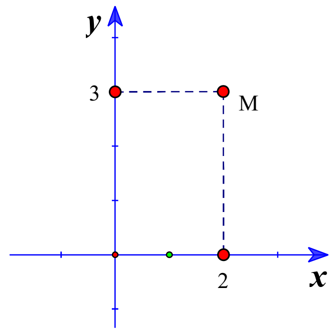
A. $A(1;2)$ **B.** $F(-2;1)$ **C.** $E(2;-1)$ **D.** $B(-1;2)$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $z = i(1-2i) = 2+i \Rightarrow \overline{z} = 2-i$ nên điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là $E(2;-1)$.

Câu 114. Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu diễn số phức z.



Số phức $\overline{z}+1$ bằng

A. $3-3i$. **B.** $4+2i$. **C.** $4-2i$. **D.** $3+3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Điểm $M(2;3)$ biểu diễn $z = 2+3i$ suy ra $\overline{z}+1 = \overline{2+3i}+1 = 3-3i$.

Câu 115. Điểm biểu diễn của số phức z thỏa: $(1+i)z = (1-2i)^2$ là:

A. $\left(-\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(-\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z = -\frac{7}{2} - \frac{1}{2}i$.

Câu 116. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

A. $M_1\left(\frac{1}{2};2\right)$. **B.** $M_4\left(\frac{1}{4};1\right)$. **C.** $M_3\left(-\frac{1}{4};1\right)$. **D.** $M_2\left(-\frac{1}{2};2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Xét phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$ có $\Delta' = 64 - 4.17 = -4 = (2i)^2$.

Phương trình có hai nghiệm $z_1 = \frac{8-2i}{4} = 2 - \frac{1}{2}i$, $z_2 = \frac{8+2i}{4} = 2 + \frac{1}{2}i$.

Do z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_0 = 2 + \frac{1}{2}i$.

Ta có $w = iz_0 = -\frac{1}{2} + 2i$. Điểm biểu diễn $w = iz_0$ là $M_2\left(-\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 117. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $z(1+i)$ là số thực là.

A. Đường thẳng $y = -x$. **B.** Đường tròn bán kính bằng 1.

C. Đường thẳng $y = x$. **D.** Trục Ox.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi số phức $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $z(1+i) = (x+yi)(1+i) = x + xi + yi + yi^2 = x - y + (x+y)i$.

$z(1+i)$ là số thực khi và chỉ khi $x + y = 0 \Leftrightarrow y = -x$.

Câu 118. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z + (i-2)z = 2+3i$. Điểm M là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy. Tọa độ của điểm M là

A. $M\left(-\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2};-\frac{5}{2}\right)$. **C.** $M\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)$. **D.** $M\left(-\frac{1}{2};-\frac{5}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

Ta có $z+(i-2)z=2+3i \Leftrightarrow (i-1)z=2+3i \Leftrightarrow z=\frac{2+3i}{i-1} \Leftrightarrow z=\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$. Vậy $M\left(\frac{1}{2};-\frac{5}{2}\right)$.

Câu 119. Cho số phức $z=-4+5i$. Biểu diễn hình học của z là điểm có tọa độ

A. $(4;5)$ **B.** $(-4;-5)$ **C.** $(4;-5)$ **D.** $(-4;5)$

Hướng dẫn giải

Chọn D. Số phức $z=-4+5i$ có phần thực $a=-4$; phần ảo $b=5$ nên điểm biểu diễn hình học của số phức z là $(-4;5)$.

Câu 120. Cho số phức $z=2-i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm điểm biểu diễn số phức $w=iz$.

A. $M(1;2)$. **B.** $M(2;-1)$. **C.** $M(2;1)$. **D.** $M(-1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $w=iz=1+2i \Rightarrow$ điểm biểu diễn cho $w=iz=1+2i$ là $M(1;2)$.

Câu 121. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, tìm tập hợp T các điểm biểu diễn của các số phức z thỏa $|z|=10$ và phần ảo của z bằng 6.

A. T là đường tròn tâm O bán kính $R=6$. **B.** T là đường tròn tâm O bán kính $R=10$.

C. $T=\{(6;8),(6;-8)\}$. **D.** $T=\{(8;6),(-8;6)\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Đặt $T=x+yi,\ (x,y\in\mathbb{R})$.

$$\begin{cases}|z|=10\\ \operatorname{Im}(z)=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}=10\\ y=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2=100\\ y=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2=64\\ y=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\pm 8\\ y=6\end{cases}.$$

$\Rightarrow T=(8;6)$ hoặc $T=(-8;6)$.

Câu 122. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $w=\frac{z-\overline{z}+1}{z^2}$, trong đó z là số phức thỏa mãn $(1-i)(z+2i)=2-i+3z$. Gọi N là điểm trong mặt phẳng sao cho $\left(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{ON}\right)=2\varphi$, trong đó $\varphi=\left(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{OM}\right)$ là góc lượng giác tạo thành khi quay tia Ox tới vị trí tia $\overrightarrow{OM}$. Điểm N nằm trong góc phần tư nào?

A. Góc phần tư thứ (III). **B.** Góc phần tư thứ (IV).

C. Góc phần tư thứ (II). **D.** Góc phần tư thứ (I).

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $(1-i)(z+2i)=2-i+3z \Rightarrow z=\frac{2-i-2i(1-i)}{-2-i}=\frac{3}{5}+\frac{6}{5}i$. $w=\frac{z-\overline{z}+1}{z^2}=\frac{11}{15}-\frac{56}{45}i$.

Ta có: $\left(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{ON}\right)=2\varphi=2\arg(w)\approx -118^\circ \Rightarrow N$ ở góc phần tư thứ (III).

Câu 123. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z+2w|=3$, $|2z+3w|=6$ và $|z+4w|=7$. Tính giá trị của biểu thức $P=z.\overline{w}+\overline{z}.w$.

A. $P=-14$. **B.** $P=-28$. **C.** $P=-14i$. **D.** $P=-28i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $|z+2w|=3 \Leftrightarrow |z+2w|^2=9 \Leftrightarrow (z+2w).\left(\overline{z+2w}\right)=9 \Leftrightarrow (z+2w).\left(\overline{z}+2\overline{w}\right)=9$

$\Leftrightarrow z.\bar{z}+2\left(z.\bar{w}+\bar{z}.w\right)+4w.\bar{w}=9 \Leftrightarrow |z|^2+2P+4|w|^2=9\ \ (1)$.

Tương tự:

$|2z+3w|=6 \Leftrightarrow |2z+3w|^2=36 \Leftrightarrow (2z+3w).\left(2\bar{z}+3\bar{w}\right)=36 \Leftrightarrow 4|z|^2+6P+9|w|^2=36\ \ (2)$.

$|z+4w|=7 \Leftrightarrow (z+4w).\left(\bar{z}+4\bar{w}\right)=49 \Leftrightarrow |z|^2+4P+16|w|^2=49\ \ (3)$.

Giải hệ phương trình gồm (1), (2), (3) ta có: $\begin{cases}|z|^2=33\\ P=-28 \Rightarrow P=-28.\\ |w|^2=8\end{cases}$

Câu 124. Cho số phức $z=-4+5i$. Điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ có tọa độ.

A. $(5;-4)$. **B.** $(-4;5)$. **C.** $(-4;-5)$. **D.** $(4;5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $z=-4+5i \Rightarrow \bar{z}=-4-5i$. Do đó điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ có tọa độ $(-4;-5)$.

Câu 125. Cho các số phức $z_1=-1+4i, z_2=-4+2i, z_3=1-i$ có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức là A, B, C. Tìm số phức z_4 có điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức là D, sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $z_4=-6+7i$. **B.** $z_4=1+i$. **C.** $z_4=4+i$. **D.** $z_4=-2-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Theo đề suy ra $A(-1;4), B(-4;2), C(1;-1)$. Gọi $D(a;b)$ với $a,b\in\mathbb{R}$.

Theo YCBT ta suy ra $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases}1-a=-3\\ -1-b=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=4\\ b=1\end{cases}$, vậy $z_4=4+i$.

Câu 126. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm H và A, B, C, D, H lần lượt là điểm biểu diễn cho các số phức a, b, c, d, h. Biết $a=-2+i$, $h=1+3i$ và số phức b có phần ảo dương. Khi đó, mô-đun của số phức b là

A. $\sqrt{37}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{26}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Do $ABCD$ là hình vuông và H là tâm hình vuông nên có $HB\perp AH, HB=AH$.

Do điểm A biểu diễn bởi số phức $a=-2+i \Rightarrow A(-2;1)$. Điểm H biểu diễn bởi $h=1+3i \Rightarrow H(1;3)$.

Đường thẳng BH nhận $\overrightarrow{AH}(3;2)$ làm VTPT nên có phương trình là:

$3(x-1)+2(y-3)=0 \Leftrightarrow 3x+2y-9=0$.

Do $B\in BH \Rightarrow B\left(\dfrac{9-2m}{3};m\right), m>0$.

Ta có: $AH^2=BH^2 \Leftrightarrow 3^2+2^2=\left(\dfrac{9-2m}{3}-1\right)^2+(m-3)^2$

$\Leftrightarrow 13m^2-78m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\\ m=6\end{array}\right. \Rightarrow m=6$.

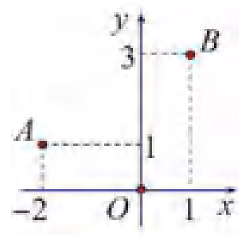
Vậy $b=-1+6i$, suy ra mô-đun của số phức b là: $\sqrt{37}$.

Câu 127. Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm A,B như hình vẽ bên. Trung điểm của đoạn thẳng AB biểu diễn số phức.

A. $-\dfrac{1}{2}+2i$. **B.** $-1+2i$. **C.** $2-i$. **D.** $2-\dfrac{1}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Trung điểm AB là $I\left(-\frac{1}{2};2\right)$, biểu diễn số phức $-\frac{1}{2}+2i$.

Câu 128. Cho số phức z thỏa mãn $(1+z)^2$ là số thự**c.** Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là.

A. Hai đường thẳng. **B.** Parabol. **C.** Đường tròn. **D.** Đường thẳng.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$ $(x;y\in\mathbb{R})$.

Ta có: $(1+z)^2=(1+x+yi)^2=(x+1)^2-y^2+2(x+1)yi$.

Để $(1+z)^2$ là số thực thì $2(x+1)y=0\Rightarrow x=-1; y=0$.

Câu 129. Trong mặt phẳng Oxy, cho $z_1=1-i, z_2=3+2i$, gọi các điểm M, N lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, gọi G là trọng tâm của tam giác OMN, với O là gốc tọa độ. Hỏi G là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

A. $\frac{4}{3}+\frac{1}{3}i$. **B.** $2+\frac{1}{2}i$. **C.** $5-i$. **D.** $4+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$M(1;-1)$, $N(3;2)\Rightarrow G\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)\Rightarrow z=\frac{4}{3}+\frac{1}{3}i$.

Câu 130. Cho số phức z có số phức liên hợp là $\overline{z}$. Gọi M và M' tương ứng, lần lượt là điểm biểu diễn hình học của z và $\overline{z}$. Hãy chọn mệnh đề đúng.

A. M và M' đối xứng qua trục thực. **B.** M và M' đối xứng qua gốc tọa độ.
C. M và M' trùng nhau. **D.** M và M' đối xứng qua trục ảo.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $z=a+bi\Rightarrow\overline{z}=a-bi$. Khi đó $M(a;b)$ và $M'(a;-b)$.

Vậy M và M' đối xứng với nhau qua trục thực.

Câu 131. Trong mặt phẳng phức, tìm điểm M biểu diễn số phức $z=\frac{i^{2017}}{3+4i}$.

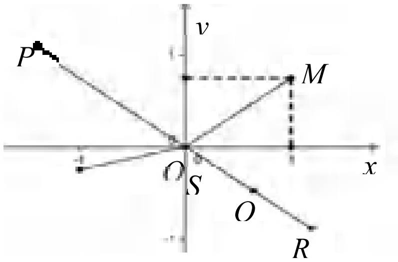
A. $M\left(\frac{4}{25};-\frac{3}{25}\right)$. **B.** $M\left(\frac{4}{25};\frac{3}{25}\right)$. **C.** $M\left(-\frac{4}{25};-\frac{3}{25}\right)$. **D.** $M\left(-\frac{4}{25};\frac{3}{25}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z=\frac{i^{2017}}{3+4i}=\frac{i.\left(i^2\right)^{1008}}{3+4i}=\frac{i.(-1)^{1008}}{3+4i}=\frac{i(3-4i)}{25}=\frac{4}{25}+\frac{3}{25}i$.

Suy ra $M\left(\frac{4}{25};\frac{3}{25}\right)$ là điểm biểu diễn cho số phức z.

Câu 132. Cho số phức z có điểm biểu diễn là M. Biết rằng số phức $w=\frac{1}{z}$ được biểu diễn bởi một trong bốn điểm P, Q, R, S như hình vẽ bên. Hỏi điểm biểu diễn của w là điểm nào?



A. S . **B.** P . **C.** Q . **D.** R .

Hướng dẫn giải

Chọn C. **Cách 1**: (Trắc nghiệm).

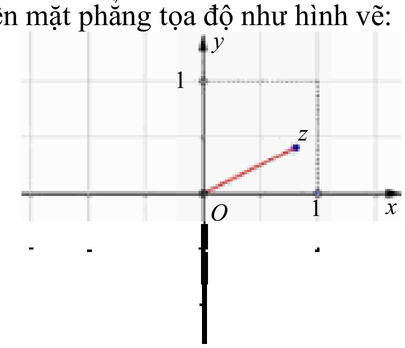
Ta có: $z = a + bi$ theo hình vẽ có $a = 1$, $0 < b < 1$ nên ta chọn $z = 1 + \frac{1}{2}i$.

Suy ra: $w = \frac{1}{z} = \frac{4}{5} - \frac{2}{5}i$ có điểm biểu diễn chính là điểm Q .

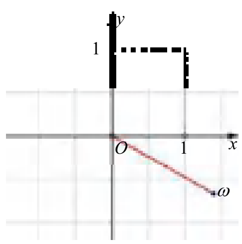
Cách 2: (Tự luận). Ta có: $z = a + bi$ theo hình vẽ có $a = 1$, $0 < b < 1$.

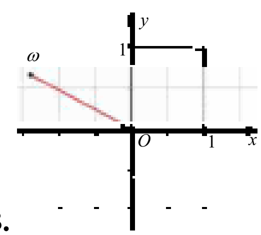
Ta có: $w = \frac{1}{z} = \frac{1}{a + bi} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2}i$ có phần thực dương bé hơn 1, phần ảo âm lớn hơn -1 nên ta chọn điểm Q là điểm biểu diễn số phức w .

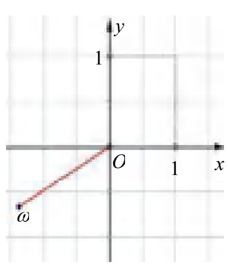
Câu 133. Số phức z được biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ như hình vẽ:

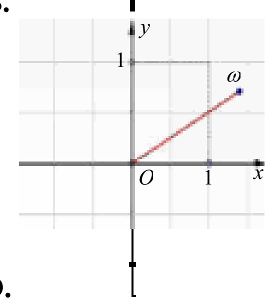


Hỏi hình nào biểu diễn cho số phức $\varpi = \frac{i}{z}$?

A. 

B. 

C. 

D. 

Hướng dẫn giải

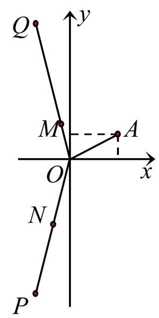
Chọn B. Gọi $z = a + bi; a, b \in \mathbb{R}$.

Từ giả thiết điểm biểu diễn số phức z nằm ở góc phần tư thứ nhất nên $a, b > 0$.

Ta có $\varpi = \frac{i}{z} = \frac{i}{a - bi} = \frac{i(a + bi)}{a^2 + b^2} = -\frac{b}{a^2 + b^2} + \frac{a}{a^2 + b^2}i$.

Do $a,b>0$ nên $\begin{cases}-\dfrac{b}{a^2+b^2}<0\\ \dfrac{a}{a^2+b^2}>0\end{cases}$ $\Rightarrow$ điểm biểu diễn số phức ω nằm ở góc phần tư thứ hai.

Câu 134. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ và điểm A trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của z. Biết rằng trong hình vẽ bên, điểm biểu diễn của số phức $w=\dfrac{1}{iz}$ là một trong bốn điểm M, N, P, Q Khi đó điểm biểu diễn của số phức w là.



A. điểm P. **B.** điểm M. **C.** điểm N. **D.** điểm Q.

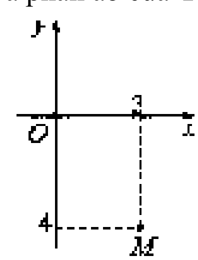
Hướng dẫn giải

Chọn A. Do điểm A là điểm biểu diễn của z nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng Oxy nên gọi $z=a+bi$ $(a,b>0)$. Do $|z|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ nên $\sqrt{a^2+b^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Lại có $w=\dfrac{1}{iz}=\dfrac{-b}{a^2+b^2}-\dfrac{a}{a^2+b^2}i$ nên điểm biểu diễn w nằm trong góc phần tư thứ ba của mặt phẳng Oxy.

$|w|=\left|\dfrac{1}{iz}\right|=\dfrac{1}{|i|.|z|}=\sqrt{2}=2|z|=2OA$. Vậy điểm biểu diễn của số phức w là điểm P.

Câu 135. Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của z.



A. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
B. Phần thực là 3 và phần ảo là -4.
C. Phần thực là -4 và phần ảo là 3.
D. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điểm M trong hệ trục Oxy có hoành độ $x=3$ và tung độ $y=-4$.

Vậy số phức z có phần thực là 3 và phần ảo là -4.

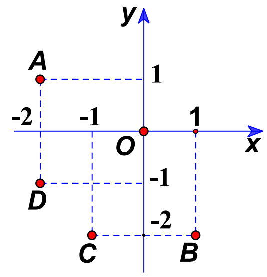
Câu 136. Cho số phức $\overline{z}=(1+2i)(4-3i)$. Tọa độ điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức là:

A. $(10;-5)$. **B.** $(-10;-5)$. **C.** $(10;5)$. **D.** $(-10;5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $\overline{z}=(1+2i)(4-3i)=10+5i\Rightarrow z=10=5i$. Vậy điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức có tọa độ là $(10;-5)$.

Câu 137. Cho bốn điểm A, B, C, D trên hình vẽ biểu diễn 4 số phức khác nhau. Chọn mệnh đề **sai**.



A. C là biểu diễn số phức $z=-1-2i$.
B. A là biểu diễn số phức $z=-2+i$.
C. B là biểu diễn số phức $z=1-2i$.
D. D là biểu diễn số phức $z=-1-2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Theo hình vẽ thì điểm D là biểu diễn số phức $z=-2-i$. Suy ra **B** sai.

Câu 138. Cho hai số phức $z=3-5i$ và $w=-1+2i$. Điểm biểu diễn số phức $z'=\overline{z}-w.z$ trong mặt phẳng Oxy có tọa độ là

A. $(4;6)$.
B. $(-6;-4)$.
C. $(-4;-6)$.
D. $(4;-6)$.

Hướng dẫn giải

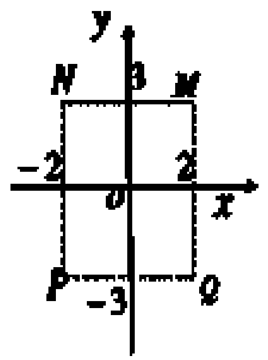
Chọn C. Ta có $z'=\overline{z}-w.z=3+5i-(-1+2i)(3-5i)=3+5i-(7+11i)=-4-6i$.

Câu 139. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z=8+i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào. trong các điểm *M, N, P, Q* ở hình dưới đây?

A. Điểm *N*.
B. Điểm *P*.
C. Điểm *M*.
D. Điểm *Q*.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có : $(1+2i)z=8+i \Leftrightarrow z=\dfrac{8+i}{2i+1}=\dfrac{(8+i)(1-2i)}{5}=2-3i$.

Vậy z được biểu diễn bởi điểm $(2;-3)$, suy ra $Q(2;-3)$.

Câu 140. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z_1=3+2i$, $z_2=3-2i$, $z_3=-3-2i$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

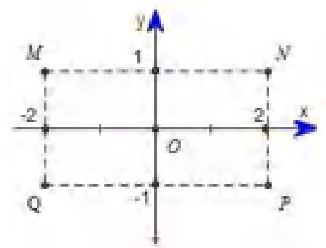
A. A,B,C nằm trên đường tròn tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{13}$.
B. A và B đối xứng nhau qua trục hoành.
C. B và C đối xứng nhau qua trục tung.
D. Trọng tâm của tam giác ABC là điểm $G\left(1;\dfrac{2}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $A(3;2)$, $B(3;-2)$, $C(-3;-2)$.

Trọng tâm tam giác ABC là $G\left(1;\dfrac{-2}{3}\right)$. Do đó, khẳng định trọng tâm của tam giác là $G\left(1;\dfrac{2}{3}\right)$ sai.

Câu 141. Cho số phức $z=2-0.5(1+i)^2$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?



A. Điểm N. **B.** Điểm M. **C.** Điểm P. **D.** Điểm Q.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $z=2-0.5(1+i)^2=2-0,5.(2i)=2-i$.

Câu 142. Cho số phức $z=6+7i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là.

A. $(-6;-7)$. **B.** $(-6;7)$. **C.** $(6;-7)$. **D.** $(6;7)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Số phức $z=6+7i$ có số phức liên hợp là $z=6-7i$ nên có điểm biểu diễn là $(6;-7)$.

Câu 143. Cho số phức z thỏa mãn $iz=1+2i-\dfrac{1+7i}{1-3i}$. Xác định điểm A biểu diễn số phức liên hợp $\overline{z}$.

A. $A(1;3)$. **B.** $A(1;-3)$. **C.** $A(-1;-3)$. **D.** $A(-1;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $iz=1+2i-\dfrac{1+7i}{1-3i} \Leftrightarrow iz=1+2i-(-2+i) \Leftrightarrow iz=3+i \Leftrightarrow z=\dfrac{3+i}{i}=1-3i \Rightarrow \overline{z}=1+3i$.

Câu 144. Tìm điểm M biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z=-3+2i$.

A. $M(-3;-2)$. **B.** $M(-3;2)$. **C.** $M(2;-3)$. **D.** $M(3;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có số phức liên hợp của số phức $z=-3+2i$ là $\overline{z}=-3-2i$ nên $\overline{z}$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng là $M(-3;-2)$.

Câu 145. Trong mặt phẳng phức cho hai điểm A, B lần lượt biểu diễn hai số phức $2+5i$, $-3i$. Tìm số phức có điểm biểu diễn là trung điểm của đoạn AB.

A. $3+3i$. **B.** $1+i$. **C.** $\dfrac{1}{3}+i$. **D.** $1+3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $A(2;5)$; $B(0;-3)$.

Trung điểm AB là $I(1;1) \Rightarrow$ Số phức biểu diễn cho I là $z=1+i$.

Câu 146. Cho số phức $z=-4+2i$. Trong mặt phẳng phức, điểm biểu diễn của z có tọa độ là.

A. $M(-4;2i)$. **B.** $M(-4;2)$. **C.** $M(2;-4)$. **D.** $M(-4i;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 147. Điểm biểu diễn hình học của số phức $z=2-3i$ là?

A. $(-2;3)$. **B.** $(-2;-3)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Vì số phức $z=a+bi$ có điểm biểu diễn là $(a;b)$ nên số phức $z=2-3i$ có điểm biểu diễn là $(2;-3)$.

Câu 148. Số phức $z=-2+4i$ tọa độ điểm biểu diễn hình học của số phức z là:

A. $(3;5)$. **B.** $(2;-6)$. **C.** $(-2;4)$. **D.** $(5;7)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Điểm biểu diễn hình học của số phức $z=-2+4i$ là $(-2;4)$.

Câu 149. Trong mặt phẳng phức gọi M là điểm biểu diễn cho số phức $z=a+bi$ ($a,b\in\mathbb{R}$, $ab\neq 0$), M' là điểm biễu diễn cho số phức $\overline{z}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M' đối xứng với M qua Ox **B.** M' đối xứng với M qua đường thẳng $y=x$

C. M' đối xứng với M qua O **D.** M' đối xứng với M qua Oy

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có M' là điểm biễu diễn cho số phức $\overline{z}=a-bi \Rightarrow M'(a;-b)$ nên M' đối xứng với M qua Ox.

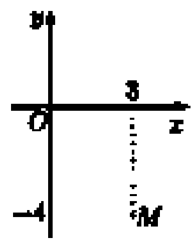
Câu 150. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $-1-2i$, $4-4i$, $-3i$. Số phức biểu diễn trọng tâm tam giác ABC là

A. $-1-3i$. **B.** $1-3i$. **C.** $-3+9i$. **D.** $3-9i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $A(-1;-2)$, $B(4;-4)$, $C(0;-3)$ nên trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là $G(1;-3)$. Do đó, số phức biểu diễn điểm G là $1-3i$.

Câu 151. Điểm M trong hình vẽ trên là điểm biểu diễn cho số phức z. Phần ảo của số phức $(1+i)z$ bằng?



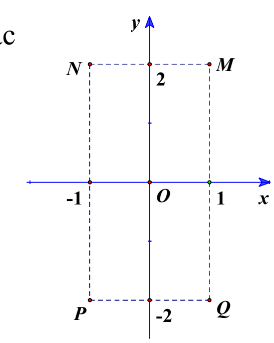
A. -1. **B.** 7. **C.** -7. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $M(3;-4)\Leftrightarrow z=3-4i$. Khi đó $(1+i)z=7-i$.

Vậy phần ảo của số phức $(1+i)z$ bằng -1.

Câu 152. Giả sử M, N, P, Q được cho ở hình vẽ bên là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2, z_3, z_4 trên mặt phẳng tọa độ. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Điểm M là điểm biểu diễn số phức $z_1=2+i$.

B. Điểm Q là điểm biểu diễn số phức $z_4=-1+2i$.

C. Điểm N là điểm biểu diễn số phức $z_2=2-i$.

D. Điểm P là điểm biểu diễn số phức $z_3=-1-2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $P(-1;-2)$ nên là điểm biểu diễn số phức $z_3=-1-2i$.

Câu 153. Cho A,B,C là các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn $z^3+i=0$. Tìm phát biểu **sai**:

A. Tam giác ABC có trọng tâm là $O(0;0)$. **B.** $S_{\Delta ABC}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

C. Tam giác ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp là $O(0;0)$ **D.** Tam giác ABC đều.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z^3+i=0 \Leftrightarrow (z-i)(z^2+iz-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=i \\ z=\dfrac{\pm\sqrt{3}-i}{2} \end{array}\right.$.

Vậy tọa độ các điểm biểu diễn số phức $z: A(0;1), B\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};-\dfrac{1}{2}\right); C\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$.

Tam giác ABC có $AB=AC=BC=\sqrt{3}$, trọng tâm $O(0;0)$ cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác và diện tích tam giác $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3}{4}$ (Với $a=\sqrt{3}$).

Câu 154. Cho số phức z thỏa mãn: $(4-i)z=3-4i$. Điểm biểu diễn của z là:

A. $M\left(\dfrac{16}{17};-\dfrac{13}{17}\right)$. **B.** $M\left(\dfrac{16}{15};-\dfrac{11}{15}\right)$. **C.** $M\left(\dfrac{9}{5};-\dfrac{4}{5}\right)$. **D.** $M\left(\dfrac{9}{25};-\dfrac{23}{25}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $(4-i)z=3-4i => z=\dfrac{3-4i}{4-i}=\dfrac{16}{17}-\dfrac{13}{17}i$ suy ra $M\left(\dfrac{16}{17};-\dfrac{13}{17}\right)$.

Câu 155. Kí hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $4z^2-16z+17=0$. Trên mặt phẳng tọa độ điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w=(1+2i)z_1-\dfrac{3}{2}i$?

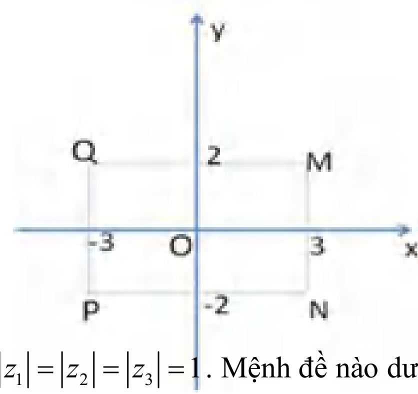
A. $M(-2;1)$. **B.** $M(3;-2)$. **C.** $M(3;2)$. **D.** $M(2;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $4z^2-16z+17=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=2-\dfrac{1}{2}i \\ z_2=2+\dfrac{1}{2}i \end{array}\right.$.

Khi đó: $w=(1+2i)z_1-\dfrac{3}{2}i=(1+2i)\left(2-\dfrac{1}{2}i\right)-\dfrac{3}{2}i=3+2i \Rightarrow$ tọa độ điểm biểu diễn số phức w là: $M(3;2)$.

Câu 156. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z=5-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?



A. Điểm N.
B. Điểm M.
C. Điểm P.
D. Điểm Q.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $(1-i)z=5-i \Leftrightarrow z=\dfrac{5-i}{1-i}=3+2i \Rightarrow M(3;2)$.

Câu 157. Cho ba số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $z_1+z_2+z_3=0$ và $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $|z_1^2+z_2^2+z_3^2|=|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$. **B.** $|z_1^2+z_2^2+z_3^2|<|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$.

C. $|z_1^2+z_2^2+z_3^2|\neq|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$. **D.** $|z_1^2+z_2^2+z_3^2|>|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Do $z_1+z_2+z_3=0$ và $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$ nên các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ Oxy là ABC đều thuộc đường tròn đơn vị và ABC tạo thành tam giác đều.

Do các phép toán cộng và nhân số phức phụ thuộc vào vị trí tương đối của các điểm biểu diễn nên ta có thể cho: $z_1 = 1$, $z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_3 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Thay vào ta được $\left|z_1^2 + z_2^2 + z_3^2\right| = 0$ và $\left|z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1\right| = 0$.

Câu 158. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $A(1;-2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào trong các số phức sau ?

A. $z = 1 + 2i$. **B.** $z = 1 - 2i$. **C.** $z = -1 - 2i$. **D.** $z = -2 + i$.

Hướng dẫn giải

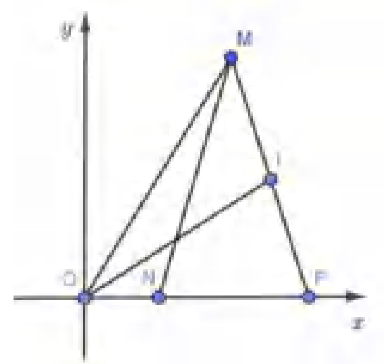
Chọn C. Điểm $A(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$.

Câu 159. Cho hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1| = 6, |z_2| = 2$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2. Biết $\widehat{MON} = 60°$. Tính $T = \left|z_1^2 + 9z_2^2\right|$.

A. $T = 36\sqrt{2}$. **B.** $T = 36\sqrt{3}$. **C.** $T = 18$. **D.** $T = 24\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $T = \left|z_1^2 + 9z_2^2\right| = \left|z_1^2 - (3iz_2)^2\right| = |z_1 - 3iz_2|.|z_1 + 3iz_2|$

Gọi P là điểm biểu diễn của số phức $3iz_2$.

Khi đó ta có $|z_1 - 3iz_2|.|z_1 + 3iz_2| = \left|\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OP}\right|.\left|\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OP}\right| = \left|\overrightarrow{PM}\right|.\left|2\overrightarrow{OI}\right| = 2PM.OI$.

Do $\widehat{MON} = 60°$ và $OM = OP = 6$ nên ΔMOP đều suy ra $PM = 6$ và $OI = 6.\frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$.

Vậy $T = 2PM.OI = 2.6.3\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$.

Câu 160. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$, $z_2 = -4 - 6i$ có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ lần lượt là hai điểm M và N. Gọi z là số phức mà có điểm biểu diễn là trung điểm của đoạn MN. Hỏi z là số phức nào trong các số phức dưới đây?

A. $z = -3 - 9i$. **B.** $z = -1 - 3i$. **C.** $z = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$. **D.** $z = -\frac{3}{2} - \frac{9}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $M(1;-3)$, $N(-4;-6)$. Suy ra trung điểm I của MN là $\left(-\frac{3}{2};-\frac{9}{2}\right)$.

Do đó I là điểm biểu diễn của số phức $z = -\frac{3}{2} - \frac{9}{2}i$.

Câu 161. Điểm biểu diễn của số phức z thỏa: $(1+i)z = (1-2i)^2$ là:

A. $\left(-\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(-\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z=-\frac{7}{2}-\frac{1}{2}i$.

Câu 162. Cho số phức z thỏa mãn $iz+2-i=0$. Tính khoảng cách từ điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ Oxy đến điểm $M(3;-4)$.

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $iz+2-i=0 \Leftrightarrow iz=-2+i \Rightarrow z=\frac{-2+i}{i}=\frac{-i(-2+i)}{1}=1+2i$.

Suy ra điểm biểu diễn số phức z là $A(1;2)$. Khi đó $AM=\sqrt{(3-1)^2+(-4-2)^2}=2\sqrt{10}$.

Câu 163. Trong mặt phẳng phức, cho số phức z được biểu diễn bởi điểm $M(2;3)$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$?

A. $M'(3;-2)$. **B.** $M'(-2;3)$. **C.** $M'(-2;-3)$. **D.** $M'(2;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: số phức z được biểu diễn bởi điểm $M(2;3) \Rightarrow z=2+3i \Rightarrow \overline{z}=2-3i$ có điểm biểu diễn là $M'(2;-3)$.

Câu 164. Trong mặt phẳng phức gọi $A,\ B,\ C$ là điểm biểu diễn số phức $i,\ 1+3i,\ a+5i$ với $a\in\mathbb{R}$. Biết tam giác ABC vuông tại B. Tìm tọa độ của C?

A. $C(3;\ 5)$. **B.** $C(-2;\ 5)$. **C.** $C(2;\ 5)$. **D.** $C(-3;\ 5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $A(0;1), B(1;3), C(a;5)$.

Tam giác ABC vuông tại B nên $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=0 \Leftrightarrow -1(a-1)+(-2)(2)=0 \Leftrightarrow a=-3$.

Câu 165. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+2z+3=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z_1?

A. $M\left(-1;-\sqrt{2}\right)$. **B.** $Q\left(-1;\sqrt{2}i\right)$. **C.** $N\left(-1;\sqrt{2}\right)$. **D.** $P\left(-1;-\sqrt{2}i\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z^2+2z+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-1+\sqrt{2}i \\ z=-1-\sqrt{2}i \end{array}\right.$.

z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm $\Rightarrow z_1=-1-\sqrt{2}i$.

Vậy $M\left(-1;-\sqrt{2}\right)$ là điểm biểu diễn số phức z_1.

Câu 166. Gọi A,B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+10=0$. Tính độ dài đoạn thẳng AB..

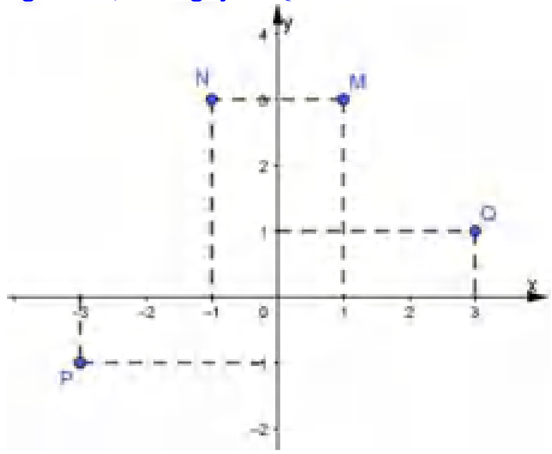
A. 6. **B.** 2. **C.** 12. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z^2+2z+10=0. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-1+3i \\ z=-1=3i \end{array}\right.$. Vậy tọa độ hai điểm là $A(-1;3), B(-1;-3)$

$\Rightarrow AB=\sqrt{(-1+1)^2+(-3-3)^2}=6$.

Câu 167. Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z=(1+i)(2-i)$?



A. P. **B.** M. **C.** N. **D.** Q.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z=(1+i)(2-i)\Leftrightarrow z=3+i$. Điểm biểu diễn của số phức z là $Q(3;1)$.

Câu 168. Cho các điểm A, B, C trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn các số phức $1+i$, $2+4i$, $6+5i$. Số phức z có điểm biểu diễn là D sao cho $ABCD$ là hình bình hành là.

A. $z=5+2i$. **B.** $z=-3$. **C.** $z=-3+8i$. **D.** $z=7+8i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Giả thiết suy ra $A(1;1)$, $B(2;4)$, $C(6;5)$. Giả sử $D(x;y)$.

$ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow \begin{cases}x-1=4\\y-1=1\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x=5\\y=2\end{cases}\Rightarrow z=5+2i$. Vậy $D(2;3)$.

Câu 169. Trong mặt phẳng phức, cho số phức z được biểu diễn bởi điểm $M(2;3)$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$?

A. $M'(3;-2)$. **B.** $M'(-2;3)$. **C.** $M'(-2;-3)$. **D.** $M'(2;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có số phức z được biểu diễn bởi điểm $M(2;3)\Rightarrow z=2+3i\Rightarrow \overline{z}=2-3i$ có điểm biểu diễn là $M'(2;-3)$.

Câu 170. Giả sử A, B theo thứ tự là điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2. Khi đó độ dài của $\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $|z_2+z_1|$. **B.** $|z_2-z_1|$. **C.** $|z_1|-|z_2|$. **D.** $|z_1|+|z_2|$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Giả sử $z_1=a+bi$, $z_2=c+di$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$.

Theo đề bài ta có: $A(a;b)$, $B(c;d)\Rightarrow AB=\sqrt{(c-a)^2+(d-b)^2}$.

$z_2-z_1=(a-c)+(d-b)i\Rightarrow |z_2-z_1|=\sqrt{(c-a)^2+(d-b)^2}$.

Câu 171. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi M là điểm biểu diễn cho số phức $z=3-4i$; M' là điểm biểu diễn cho số phức $z'=\frac{1+i}{2}z$. Tính diện tích tam giác OMM'.

A. $S_{\Delta OMM'}=\frac{25}{2}$. **B.** $S_{\Delta OMM'}=\frac{15}{4}$. **C.** $S_{\Delta OMM'}=\frac{25}{4}$. **D.** $S_{\Delta OMM'}=\frac{15}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Toạ độ điểm $M(3;-4)\to \overrightarrow{OM}(3;-4)$.

$z'=\frac{1+i}{2}z=\frac{7}{2}-\frac{1}{2}i$ suy ra điểm biểu diễn của $M'\left(\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)\Rightarrow \overrightarrow{OM'}\left(\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

Suy ra $S_{\Delta OMM'} = \frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} 3 & -4 \\ \frac{7}{2} & -\frac{1}{2} \end{matrix}\right\| = \frac{25}{4}$.

Câu 172. Trong mặt phẳng tọa độ, các điểm A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn cho các số phức $\frac{4i}{i-1}$, $(1-i)(1+2i)$, $-2i^3$. Khi đó tam giác ABC có tính chất là:

A. Tam giác đều. **B.** Vuông tại A. **C.** Vuông tại C. **D.** Vuông tại B.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\frac{4i}{i-1} = 2-2i \Rightarrow A(2;-2)$; $(1-i)(1+2i) = 3+i \Rightarrow B(3;1)$; $-2i^3 = 2i \Rightarrow C(0;2)$.

Suy ra: $\overrightarrow{AB}(1;3); \overrightarrow{BC}(-3;1)$. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = 0$. Vậy tam giác ABC vuông tại B.

Câu 173. Trên hệ trục tọa độ Oxy cho các điểm A, B, C, D có tọa độ như hình vẽ. Trong các điểm đó, điểm nào biểu diễn số phức $z = 3-2i$.

A. Điểm C. **B.** Điểm D. **C.** Điểm A. **D.** Điểm B.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Điểm biểu diễn số phức $z = 3-2i$ có tọa độ $(3;-2)$ là điểm D.

Câu 174. Số phức $z = 3i-2$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng phức là:

A. $(-2;3)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(3;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $z = 3i-2 = -2+3i$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng phức là $(-2;3)$.

Câu 175. Cho hai số phức z và z' lần lượt được biểu diễn bởi hai vecto $\vec{u}$ và $\overrightarrow{u'}$. Hãy chọn câu trả lời ***sai*** trong các câu sau:

A. $\vec{u}.\overrightarrow{u'}$ biểu diễn cho số phức $z.z'$.

B. $\vec{u}+\overrightarrow{u'}$ biểu diễn cho số phức $z+z'$.

C. Nếu $z = a+bi$ thì $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$, với $M(a;b)$.

D. $\vec{u}-\overrightarrow{u'}$ biểu diễn cho số phức $z-z'$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $\vec{u}.\overrightarrow{u'}$ bằng một số, nên nó không thể biểu diễn cho $z.z'$.

Câu 176. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi M là điểm biểu diễn cho số phức $z = 3-4i$; M' là điểm biểu diễn cho số phức $z' = \frac{1+i}{2}z$. Tính diện tích tam giác OMM'.

A. $S_{\Delta OMM'} = \frac{15}{4}$. **B.** $S_{\Delta OMM'} = \frac{15}{2}$. **C.** $S_{\Delta OMM'} = \frac{25}{2}$. **D.** $S_{\Delta OMM'} = \frac{25}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

M là điểm biểu diễn cho số phức $z = 3-4i \Rightarrow M(3;-4)$.

$z' = \frac{1+i}{2}z = \frac{1}{2}(1+i)(3-4i) = \frac{1}{2}(7-i) = \frac{7}{2}-\frac{1}{2}i. \Rightarrow M'\left(\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

Vậy $OM = 5$; $OM' = \frac{5\sqrt{2}}{2}$; $\overrightarrow{MM'} = \left(\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right) \Rightarrow MM' = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

$\Delta OMM'$ vuông cân tại M'. Suy ra $S_{\Delta OMM'} = \frac{1}{2}OM'.MM' = \frac{25}{4}$.

Chuyên đề 10. TẬP HỢP BIỂU DIỄN SỐ PHỨC

A. PHƯƠNG PHÁP

Trong dạng này, ta gặp các bài toán biểu diễn hình học của số phức hay còn gọi là tìm tập hợp điểm biểu diễn một số phức z trong đó số phức z thỏa mãn một hệ thức nào đó (thường là hệ thức liên quan đến $z, \overline{z}, z^2, \ldots$).

Khi đó ta giải bài toán này như sau: Đặt z = x+yi (x, y $\in$ R). Khi đó số phức z biểu diễn trên mặt phẳng phức bởi điểm M(x;y). Biến đổi điều kiện của bài toán thành :

$$f(a;b)+g(a;b)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(a;b)=0 \\ g(a;b)=0 \end{cases}$$

or

$$\left|f(a;b)+g(a;b)i\right|=k \Leftrightarrow \sqrt{\left(f(a;b)\right)^2+\left(g(a;b)\right)^2}=k$$

Giải phương trình hoặc hệ phương trình để tìm mối liên hệ giữa x và y từ đó suy ra tập hợp điểm M.

B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

DẠNG 1: TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN LÀ ĐƯỜNG THẲNG

Câu 1. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức z thoả mãn điều kiện $z^2=\left(\overline{z}\right)^2$ là.

A. Trục hoành. **B.** Trục tung.
C. Gồm cả trục hoành và trục tung. **D.** Đường thẳng $y=x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z=x+yi$. Ta có $z^2=\left(\overline{z}\right)^2 \Leftrightarrow (x+yi)^2=(x-yi)^2 \Leftrightarrow 4xyi=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ y=0 \end{array}\right.$.

Suy ra tập các điểm biểu diễn cho số phức z gồm cả trục hoành và trục tung.

Câu 2. Trong mặt phẳng phức tập hợp điểm $M(z)$ thoả mãn $z_o z+\overline{z_o z}+1=0$ với $z_o=1-i$ là đường thẳng có phương trình.

A. $2x+2y-1=0$. **B.** $-2x+2y-1=0$. **C.** $-2x-2y-1=0$. **D.** $2x-2y-1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi số phức $z=x+yi$. Từ điều kiện đề bài.

$(1-i)(x+yi)+\overline{(1-i)(x+yi)}+1=0 \Leftrightarrow y+x+(y-x)i+y+x-(y-x)i+1=0$.

$\Leftrightarrow y+x+1+(y-x)i=-y-x+(y-x)i$ (hai số phức bằng nhau).

$\Leftrightarrow y+x+1=-y-x \Leftrightarrow 2x+2y+1=0 \Leftrightarrow -2x-2y-1=0$.

Câu 3. Cho các số phức z thỏa mãn $|z+1-i|=|z-1+2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

A. $4x-6y-3=0$ **B.** $4x+6y+3=0$ **C.** $4x-6y+3=0$ **D.** $4x+6y-3=0$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $z=x+yi$. Ta có $|z+1-i|=|z-1+2i| \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}$

$\Leftrightarrow 4x-6y-3=0$.

Câu 4. Tìm tập hợp những điểm M biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức, biết số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2i|=|\overline{z}+1|$.

A. Tập hợp những điểm M là đường thẳng có phương trình $4x+2y+3=0$.

B. Tập hợp những điểm M là đường thẳng có phương trình $4x-2y+3=0$.

C. Tập hợp những điểm M là đường thẳng có phương trình $2x+4y+3=0$.

D. Tập hợp những điểm M là đường thẳng có phương trình $2x+4y-3=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z=x+yi$, $(x,y\in\mathbb{R})$. Ta có: $|z-2i|=|\overline{z}+1|$

$\Leftrightarrow |x+(y-2)i|=|(x+1)-yi| \Leftrightarrow x^2+(y-2)^2=(x+1)^2+y^2 \Leftrightarrow 2x+4y-3=0$.

Câu 5. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z|^2=z^2$ là.

A. một đường tròn. **B.** một điểm. **C.** một đường thẳng. **D.** một đoạn thẳng.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z=a+bi$.

Ta có $|z|^2=z^2 \Leftrightarrow a^2+b^2=a^2-b^2+2abi \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=a^2-b^2 \\ 0=2ab \end{cases} \Leftrightarrow b=0$. Suy ra $z=a$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z|^2=z^2$ là một đường thẳng.

Câu 6. Trong mặt phẳng phức với hệ tọa độ Oxy, điểm biểu diễn của các số phức $z=3+bi$ với $b\in\mathbb{R}$ luôn nằm trên đường có phương trình là:

A. $y=3$. **B.** $y=x+3$. **C.** $x=3$. **D.** $y=x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Điểm biểu diễn của $z=3+bi$ là $(3;b)$ luôn thuộc đường thẳng $x=3$.

Câu 7. Tìm tập hợp điểm biểu diễn của số phức z biết $|z-1|=|z+2i|$.

A. Hypebol. **B.** Đường tròn. **C.** Đường thẳng. **D.** Parabol.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi điểm $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi;(x;y\in\mathbb{R})$. Ta có

$|z-1|=|z+2i| \Leftrightarrow |x+yi-1|=|x+yi+2i| \Leftrightarrow (x-1)^2+y^2=x^2+(y+2)^2 \Leftrightarrow 2x+y+3=0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $2x+y+3=0$.

Câu 8. Cho số phức $z=6+7i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là

A. $(-6;7)$. **B.** $(-6;-7)$. **C.** $(6;7)$. **D.** $(6;-7)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 9. Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2|=|i-z|$ là đường thẳng Δ có phương trình.

A. $4x-2y+3=0$ **B.** $4x+2y+3=0$ **C.** $2x+4y+13=0$ **D.** $-2x+4y-13=0$

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có

$|z+2|=|i-z| \Leftrightarrow |x+yi+2|=|i-x-yi| \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2+y^2}=\sqrt{x^2+(1-y)^2} \Leftrightarrow 4x+2y+3=0$.

Câu 10. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-i|=|\overline{z}+3|$ trong mặt phẳng Oxy là:

A. Đường thẳng $\Delta: 3x-y+4=0$. **B.** Đường thẳng $\Delta: x+y+4=0$.

C. Đường thẳng $\Delta: 3x+y+4=0$. **D.** Đường thẳng $\Delta: x+y-4=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z=x+yi$ với x, $y\in\mathbb{R}$. Khi đó điểm $M(x;y)$ là điểm biểu diễn cho số phức z.

Ta có $|z-i|=|\overline{z}+3| \Leftrightarrow |x+yi-i|=|x-yi+3|$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x+3)^2+y^2} \Leftrightarrow 6x+2y+8=0 \Leftrightarrow 3x+2y+4=0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $\Delta : 3x + y + 4 = 0$.

Câu 11. Cho số phức $w = (1+i)z + 2$ biết $|1+iz| = |z-2i|$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng

A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường tròn.
B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường elip.
C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là 2 điểm.
D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường thẳng.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $w = a + bi\,(a, b \in \mathbb{R})$

$\Rightarrow a + bi = (1+i)z + 2 \Leftrightarrow z = \dfrac{a-2+bi}{1+i} \Leftrightarrow z = \dfrac{a+b-2}{2} + \dfrac{b-a+2}{2}i$.

Thay vào biểu thức ở đề ta được:

$\left|\dfrac{a+b}{2} + \dfrac{b-a+2}{2}i\right| = \left|\dfrac{a+b-2}{2} + \dfrac{b-a-2}{2}i\right| \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 = a^2 + b^2 + 4 - 2ab - 4b + 4a$.

$\Leftrightarrow a - b + 1 = 0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường thẳng.

Câu 12. Cho các số phức z thỏa mãn $|z+1-i| = |z-1+2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Viết phương trình đường thẳng đó.

A. $4x + 6y - 3 = 0$. **B.** $4x + 6y + 3 = 0$. **C.** $4x - 6y + 3 = 0$. **D.** $4x - 6y - 3 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi số phức $z = x + yi\ (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z+1-i| = |z-1+2i| \Leftrightarrow |(x+1) + (y-1)i| = |(x-1) + (y+2)i|$.

$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = (x-1)^2 + (y+2)^2 \Leftrightarrow 4x - 6y - 3 = 0$

Câu 13. Cho số phức z thỏa: $2|z-2+3i| = |2i-1-2\overline{z}|$. Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z là

A. Một đường thẳng có phương trình: $20x - 16y - 47 = 0$.
B. Một đường có phương trình: $3y^2 + 20x + 2y - 20 = 0$.
C. Một đường thẳng có phương trình: $20x + 16y + 47 = 0$.
D. Một đường thẳng có phương trình: $-20x + 32y + 47 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$. Ta có.

$2|z-2+3i| = |2i-1-2\overline{z}| \Leftrightarrow 2|(x-2) + (y+3)i| = |(-1-2x) + (2y+2)i|$.

$\Leftrightarrow 2\sqrt{(x-2)^2 + (y+3)^2} = \sqrt{(-1-2x)^2 + (2y+2)^2}$.

$\Leftrightarrow 4(x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13) = 4x^2 + 4y^2 + 4x + 8y + 5 \Leftrightarrow 20x - 16y - 47 = 0$

Vậy tập hợp điểm $M(x; y)$ là đường thẳng $20x - 16y - 47 = 0$.

Câu 14. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-3+2i| = |\overline{z}+2+3i|$. Tập hợp các điểm M biểu diễn cho z là đường thẳng có phương trình

A. $y = x + 1$. **B.** $y = x$. **C.** $y = x - 1$. **D.** $y = -x + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $z = x + yi\ (x, y \in R)$. Từ giả thiết ta có $(x-3)^2 + (y+2)^2 = (x+2)^2 + (3-y)^2 \Leftrightarrow y = x$.

Câu 15. Cho số phức z thỏa mãn $2|z-2+3i| = |2i-1-2\overline{z}|$. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường thẳng có phương trình nào sau đây:

A. $20x - 16y - 47 = 0$ **B.** $20x + 16y + 47 = 0$ **C.** $20x + 16y - 47 = 0$ **D.** $20x - 16y + 47 = 0$

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z = x + yi\ \left(x, y \in \mathbb{R}\right)$.

Ta có: $2\left|z - 2 + 3i\right| = \left|2i - 1 - 2\overline{z}\right| \Leftrightarrow 2\left|x + yi - 2 + 3i\right| = \left|2i - 1 - 2\left(x - yi\right)\right|$.

$\Leftrightarrow 2\left|\left(x-2\right) + \left(y+3\right)i\right| = \left|-\left(2x+1\right) + \left(2y+2\right)i\right|$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{\left(x-2\right)^2 + \left(y+3\right)^2} = \sqrt{\left(2x+1\right)^2 + \left(2y+2\right)^2} \Leftrightarrow 20x - 16y - 47 = 0$.

Câu 16. Trên mặt phẳng phức tập hợp các 2018 phức $z = x + yi$ thỏa mãn $\left|z + 2 + i\right| = \left|\overline{z} - 3i\right|$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = -x - 1$. **B.** $y = x - 1$. **C.** $y = x + 1$. **D.** $y = -x + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Từ $z = x + yi \Rightarrow \overline{z} = x - yi.$

Do đó $\left|x + yi + 2 + i\right| = \left|x - yi - 3i\right| \Leftrightarrow \left|\left(x+2\right) + \left(y+1\right)i\right| = \left|x - \left(y+3\right)i\right|$

$\Leftrightarrow \left(x+2\right)^2 + \left(y+1\right)^2 = x^2 + \left(y+3\right)^2 \Leftrightarrow 4x + 2y + 5 = 6y + 9 \Leftrightarrow y = x - 1$.

Câu 17. Số nào sau đây là số đối của số phức z, biết z có phần thực dương thỏa mãn $\left|z\right| = 2$ và trong mặt phẳng phức thì z có điểm biểu diễn thuộc đường thẳng $y - \sqrt{3}x = 0.$

A. $1 + \sqrt{3}i.$ **B.** $-1 - \sqrt{3}i.$ **C.** $-1 + \sqrt{3}i.$ **D.** $1 - \sqrt{3}i.$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $z = a + bi\ \left(a, b \in \mathbb{R}\right)$. Ta có $\left|z\right| = 2$ nên $a^2 + b^2 = 4$. Vì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $y - \sqrt{3}x = 0$ nên $b = a\sqrt{3}$. Và vì $a > 0$ nên $a = 1, b = \sqrt{3}$.

Câu 18. Trong nặt phẳng phức, xét $M\left(x; y\right)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi\left(x; y \in \mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $\dfrac{z+i}{z-i}$ là số thực. Tập hợp các điểm M là

A. Trục thực

B. Đường tròn trừ hai điểm trên trục ảo

C. Trục ảo trừ điểm $\left(0;1\right)$

D. Parabol

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có

$\dfrac{z+i}{z-i} = \dfrac{\left(z+i\right)^2}{z^2 - i^2} = \dfrac{z^2 + 2zi + i^2}{z^2 - i^2} = \dfrac{x^2 + y^2 - 1 + 2\left(x + yi\right)i}{x^2 + y^2 + 1} = \dfrac{x^2 + y^2 - 2y - 1}{x^2 + y^2 + 1} + \dfrac{2x}{x^2 + y^2 + 1}i$ là một số thực $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y \neq 1 \end{cases}$.

Câu 19. Cho số phức z thỏa $\left|z - 1 + i\right| = 2$. **Chọn** mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

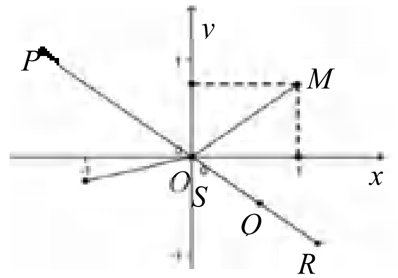
A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 4.
B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng.
C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 2.
D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường Parabol.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z = x + yi\left(x, y \in R\right)$. Khi đó: $\left|z - 1 + i\right| = 2 \Leftrightarrow \left(x-1\right)^2 + \left(y+1\right)^2 = 4$.

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 2.

Câu 20. Cho số phức z có điểm biểu diễn là M. Biết rằng số phức $w=\frac{1}{z}$ được biểu diễn bởi một trong bốn điểm P, Q, R, S như hình vẽ bên. Hỏi điểm biểu diễn của w là điểm nào?



A. R. **B.** S. **C.** P. **D.** Q.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1: Ta có: $z=a+bi$ theo hình vẽ có $a=1$, $0<b<1$ nên ta chọn $z=1+\frac{1}{2}i$.

Suy ra: $w=\frac{1}{z}=\frac{4}{5}-\frac{2}{5}i$ có điểm biểu diễn chính là điểm Q.

Cách 2: Ta có: $z=a+bi$ theo hình vẽ có $a=1$, $0<b<1$.

Ta có: $w=\frac{1}{z}=\frac{1}{a+bi}=\frac{a}{a^2+b^2}-\frac{b}{a^2+b^2}i$ có phần thực dương bé hơn 1, phần ảo âm lớn hơn -1 nên ta chọn điểm Q là điểm biểu diễn số phức w.

Câu 21. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i|=|2-3i-z|$.

A. Đường tròn có phương trình $x^2+y^2=4$. **B.** Elip có phương trình $x^2+4y^2=4$.
C. Đường thẳng có phương trình $x-2y-3=0$. **D.** Đường thẳng có phương trình $x+2y+1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có: $|z-i|=|2-3i-z|\Leftrightarrow|x+yi-i|=|2-3i-x-yi|\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=(2-x)^2+(3+y)^2$.

$\Leftrightarrow 4x-8y-12=0\Leftrightarrow x-2y-3=0$.

Câu 22. Cho số phức $z=m+(m-3)i$, $m\in\mathbb{R}$. Tìm m để điểm biểu diễn của số phức z nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ hai và thứ tư.

A. $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=\frac{2}{3}$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z=m+(m-3)i\Rightarrow M(m;m-3)\in d: y=-x\Leftrightarrow m=\frac{3}{2}$.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\frac{z-i}{z+i}\right|=1$.

A. Hình chữ nhật giới hạn bởi các đường thẳng $x=\pm1$; $y=\pm1$.
B. Trục Ox.
C. Đường tròn $(x+1)^2+(y-1)^2=1$.
D. Hai đường thẳng $y=\pm1$, trừ điểm $(0;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có: $\left|\frac{z-i}{z+i}\right|=1 \Leftrightarrow |z-i|=|z+i|$ với $z\neq -i \Leftrightarrow (x;y)\neq(0;-1)$.

$\Leftrightarrow |x+yi-i|=|x+yi+i| \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-1)^2}=\sqrt{x^2+(y+1)^2} \Leftrightarrow -2y=2y \Leftrightarrow y=0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là trục Ox.

Câu 24. Trong mặt phẳng phức Oxy, các số phức z thỏa $|z+2i-1|=|z+i|$. Tìm số phức z được biểu diễn bởi điểm M sao cho MA ngắn nhất với $A(1,3)$.

A. $3+i$. **B.** $1+3i$. **C.** $2-3i$. **D.** $-2+3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $M(x,y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi\,(x,y\in R)$

Gọi $E(1,-2)$ là điểm biểu diễn số phức $1-2i$. Gọi $F(0,-1)$ là điểm biểu diễn số phức $-i$

Ta có: $|z+2i-1|=|z+i| \Leftrightarrow ME=MF \Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường trung trực $EF: x-y-2=0$. Để MA ngắn nhất khi $MA\perp EF$ tại $M \Leftrightarrow M(3,1)\Rightarrow z=3+i$.

Câu 25. Trên mặt phẳng tạo độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i|=|iz|$ là

A. Đường thẳng $y=-\frac{1}{2}$. **B.** Đường thẳng $y=\frac{1}{2}$.

C. Đường tròn tâm $I(0;\,1)$. **D.** Đường thẳng $y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi số phức $z=a+bi\ \ (a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có: $|z-i|=|iz| \Leftrightarrow |a+bi-i|=|i(a+bi)| \Leftrightarrow |a+(b-1)i|=|-b+ai|$

$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+(b-1)^2}=\sqrt{b^2+a^2} \Leftrightarrow -2b+1=0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện bài toán là đường thẳng $y=\frac{1}{2}$.

Câu 26. Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z|=|\bar{z}-3+4i|$ là?

A. Parabol $y^2=4x$. **B.** Đường thẳng $6x+8y-25=0$.

C. Đường tròn $x^2+y^2-4=0$. **D.** Elip $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của z.

Ta có $\begin{cases}|z|=\sqrt{x^2+y^2}\\ \bar{z}-3+4i=x-iy-3+4i=(x-3)(-y+4)i\end{cases} \Rightarrow |\bar{z}-3+4i|=\sqrt{(x-3)^2+(-y+4)^2}$.

Vậy $|z|=|\bar{z}-3+4i| \Leftrightarrow x^2+y^2=(x-3)^2+(-y+4)^2 \Leftrightarrow 6x+8y-25=0$.

Câu 27. Cho số phức $w=(1+i)z+2$ biết $|1+iz|=|z-2i|$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng

A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường thẳng.
B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường tròn.
C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường elip.
D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là 2 điểm.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $w=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$

$\Rightarrow a+bi=(1+i)z+2 \Leftrightarrow z=\dfrac{a-2+bi}{1+i} \Leftrightarrow z=\dfrac{a+b-2}{2}+\dfrac{b-a+2}{2}i$.

Thay vào biểu thức ở đề ta được:

$\left|\dfrac{a+b}{2}+\dfrac{b-a+2}{2}i\right|=\left|\dfrac{a+b-2}{2}+\dfrac{b-a-2}{2}i\right| \Leftrightarrow a^2-2ab+b^2=a^2+b^2+4-2ab-4b+4a$.

$\Leftrightarrow a-b+1=0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường thẳng.

Câu 28. Trong mặt phẳng phức Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức Z thỏa mãn $\left|z^2+\left(\overline{z}\right)^2+2|z|^2\right|=16$ là hai đường thẳng d_1,d_2. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng d_1,d_2 là bao nhiêu?

A. $d\left(d_1,d_2\right)=4$. **B.** $d\left(d_1,d_2\right)=1$. **C.** $d\left(d_1,d_2\right)=6$. **D.** $d\left(d_1,d_2\right)=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $M(x,y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi\left(x,y\in R\right)$

Ta có: $\left|z^2+\left(\overline{z}\right)^2+2|z|^2\right|=16 \Leftrightarrow \left|x^2+2xyi-y^2+x^2-2xyi-y^2+2x^2+2y^2\right|=16$

$\Leftrightarrow \left|4x^2\right|=16 \Leftrightarrow x=\pm 2 \Rightarrow d\left(d_1,d_2\right)=4$

Ở đây lưu ý hai đường thẳng x = 2 và x = -2 song song với nhau.

Câu 29. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $z+3\overline{z}=\left(2+\sqrt{3}i\right)|\overline{z}|$ là:

A. Là một phần của đường thẳng $y=3x$. **B.** Là một phần của đường thẳng $y=\sqrt{3}x$.

C. Là một phần của đường thẳng $y=-3x$. **D.** Là một phần của đường thẳng $y=-\sqrt{3}x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Đặt $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$ suy ra $\overline{z}=x-yi$. Khi đó ta được:

$$4x-2yi=2\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{3\left(x^2+y^2\right)}i \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}=2x\\ \sqrt{3\left(x^2+y^2\right)}=-2y\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 0, y\le 0\\ 3\left(x^2+y^2\right)=4y^2\end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge 0, y\le 0\\ 3x^2=y^2\end{cases} \Rightarrow y=-\sqrt{3}x,\left(x\ge 0\right).$$

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i|=|2-3i-z|$ là

A. đường tròn $x^2+y^2=4$ **B.** đường thẳng $x-2y-3=0$

C. đường thẳng $x+2y+1=0$ **D.** đường tròn $x^2+y^2=2$

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$, với $x,y\in\mathbb{R}$.

Ta có $|z-i|=|2-3i-z| \Leftrightarrow |x+(y-1)i|=|(2-x)-(3+y)i|$

$\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=(2-x)^2+(3+y)^2 \Leftrightarrow 4x-8y-12=0 \Leftrightarrow x-2y-3=0$

Câu 31. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\dfrac{z+2-3i}{\overline{z}-4+i}\right|=1$ là

A. Đường tròn tâm $I(-2;3)$ bán kính 1. **B.** Đường tròn tâm $I(-4;1)$ bán kính 1.

C. Đường thẳng $3x+y1=0$. **D.** Đường thẳng $3xy1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z = x + yi \Rightarrow \overline{z} = x - yi$.

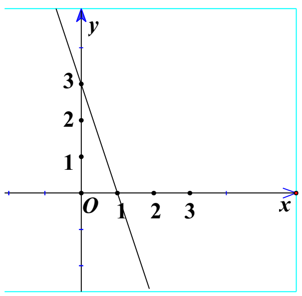
$\left|\dfrac{z+2-3i}{\overline{z}-4+i}\right| = 1 \Rightarrow |z+2-3i| = |\overline{z}-4+i| \Rightarrow |(x+2)+(y-3)i| = |(x-4)+(1-y)i|$.

$\Rightarrow (x+2)^2 + (y-3)^2 = (x-4)^2 + (y-1)^2$.

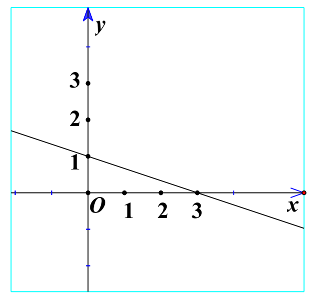
$\Rightarrow 3x - y - 1 = 0$. Tập hợp các điểm M là đường thẳng $3x - y - 1 = 0$.

DẠNG 2: TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN LÀ ĐƯỜNG TRÒN, HÌNH TRÒN

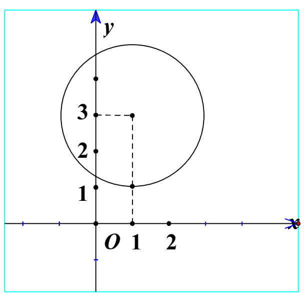
Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $|iz - (-3+i)| = 2$. Trong mặt phẳng phức, quỹ tích điểm biểu diễn số phức z là hình vẽ nào dưới đây?

A. 

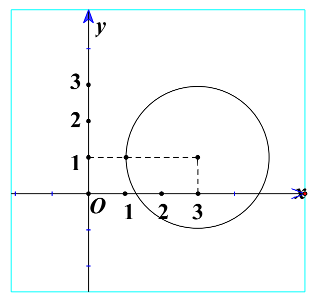
.

B. 

.

C. 

.

D. 

.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

$|iz - (-3+i)| = 2 \Leftrightarrow |i(x+yi) - (-3+i)| = 2 \Leftrightarrow |xi - y + 3 - i| = 2 \Leftrightarrow |(-y+3) + (x-1)i| = 2$.

$\Leftrightarrow \sqrt{(-y+3)^2 + (x-1)^2} = 2 \Leftrightarrow (y-3)^2 + (x-1)^2 = 4$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(1;3)$ bán kính $R = 2$.

Câu 33. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức thỏa $|zi + 1| = 1$ là một đường tròn. Tìm tâm I của đường tròn đó.

A. $I(0;-1)$. **B.** $I(0;1)$. **C.** $I(-1;0)$. **D.** $I(1;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó $|zi + 1| = 1 \Leftrightarrow |xi - y + 1| = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 1$.

Vậy tâm của đường tròn là $I(0;1)$.

Câu 34. Trên mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + i| = |2\overline{z} - i|$ là một đường tròn có bán kính là R. Tính giá trị của R.

A. $R = 1$. **B.** $R = \dfrac{1}{9}$. **C.** $R = \dfrac{2}{3}$. **D.** $R = \dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow\overline{z}=x-yi$. Ta được:

$\left|z+i\right|=\left|2\overline{z}-i\right|\Leftrightarrow\left|x+yi+i\right|=\left|2\left(x-yi\right)-i\right|\Leftrightarrow x^2+\left(y+1\right)^2=4x^2+\left(2y+1\right)^2$.

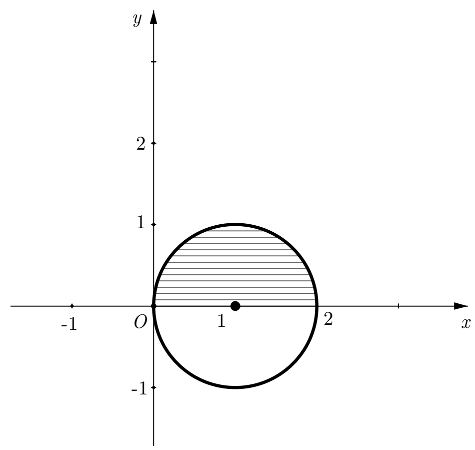
$\Leftrightarrow x^2+\left(y+1\right)^2=4x^2+\left(2y+1\right)^2\Leftrightarrow 3x^2+3y^2+2y=0\Leftrightarrow x^2+y^2+\frac{2}{3}y=0\Rightarrow R=\frac{1}{3}$.

Câu 35. Biết số phức z thõa mãn $\left|z-1\right|\le 1$ và $z-\overline{z}$ có phần ảo không âm. Phần mặt phẳng biểu diễn số phức z có diện tích là:

A. 2π . **B.** π^2. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** π .

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đặt $z=x+yi\Rightarrow\overline{z}=x+yi$ khi đó ta có: $\left|z-1\right|\le 1\Leftrightarrow\left|\left(x+yi\right)-1\right|\le 1$.

$\Leftrightarrow\left|\left(x-1\right)+yi\right|\le 1\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2+y^2\le 1\ \left(1\right)$.

$z-\overline{z}=\left(x+yi\right)-\left(x-yi\right)=2yi$ có phần ảo không âm suy ra $y\ge 0\ \left(2\right)$.

Từ (1) và (2) ta suy ra phần mặt phẳng biểu diễn số phức z là nửa hình tròn tâm $I\left(1;0\right)$ bán kính $r=1$, diện tích của nó bằng $\frac{1}{2}\cdot r^2\pi=\frac{\pi}{2}$ (đvdt).

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z-3+4i\right|=2$ và $w=2z+1-i$. Trong mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm I , bán kính R . Khi đó:

A. $I(-7;9),R=4$. **B.** $I(7;-9),R=16$. **C.** $I(7;-9),R=4$. **D.** $I(-7;9),R=16$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Giả sử $z=x+yi\ \left(x,y\in\mathbb{R}\right)$.

Từ giả thuyết $\left|z-3+4i\right|=2\Leftrightarrow\left|x+yi-3+4i\right|=2\Leftrightarrow\left(x-3\right)^2+\left(y+4\right)^2=4$ (*).

Từ $w=2z+1-i=2\left(x+yi\right)+1-i=\left(2x+1\right)+\left(2y-1\right)i$.

Giả sử $w=a+bi\ \left(a,b\in\mathbb{R}\right)$. Ta có $a+bi=\left(2x+1\right)+\left(2y-1\right)i\Leftrightarrow\begin{cases}2x+1=a\\2y-1=b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{a-1}{2}\\y=\dfrac{b+1}{2}\end{cases}$.

Thay x,y vào phương trình $\left(*\right)$: $\left(\frac{a-1}{2}-3\right)^2+\left(\frac{b+1}{2}+4\right)^2=4\Leftrightarrow\left(a-7\right)^2+\left(b+9\right)^2=16$.

Suy ra w chạy trên đường tròn tâm $I\left(7;-9\right)$, bán kính $R=4$.

Câu 37. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$ thỏa điều kiện $|z+1+2i|=1$ nằm trên đường tròn có tâm là

A. $I(1;-2)$. **B.** $I(-1;2)$. **C.** $I(1;2)$. **D.** $I(-1;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$ suy ra $\overline{z}=x-yi$. Khi đó ta có $|(x+1)+(2-y)i|=1$.

$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=1$. Vậy tập hợp số phức $\overline{z}$ nằm trên đường tròn có tâm $I(-1;2)$.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-3+4i|\le 2$. Trong mặt phẳng Oxy tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=2z+1-i$ là hình tròn có diện tích

A. $S=9\pi$. **B.** $S=12\pi$. **C.** $S=16\pi$. **D.** $S=25\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $w=2z+1-i\Rightarrow z=\dfrac{w-1+i}{2}$

$|z-3+4i|\le 2\Leftrightarrow\left|\dfrac{w-1+i}{2}-3+4i\right|\le 2\Leftrightarrow|w-1+i-6+8i|\le 4\Leftrightarrow|w-7+9i|\le 4\ (1)$

Giả sử $w=x+yi\ \ (x,y\in\mathbb{R})$, khi đó $(1)\Leftrightarrow(x-7)^2+(y+9)^2\le 16$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức w là hình tròn tâm $I(7;-9)$, bán kính $r=4$.

Vậy diện tích cần tìm là $S=\pi.4^2=16\pi$.

Câu 39. Cho số phức z có $|z|=4$. Tập hợp các điểm M trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức $w=\overline{z}+3i$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** 4. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Theo giả thiết ta có : $w-3i=\overline{z}\Rightarrow|w-3i|=|\overline{z}|$. Do đó : $|w-3i|=4$.

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn cho số phức W là đường tròn có bán kính bằng 4.

Câu 40. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa $|z-2+i|=2$.

A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $x^2+y^2-4x-2y-4=0$.

B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $x^2+y^2-4x-2y+1=0$.

C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $x^2+y^2-4x+2y-4=0$.

D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $x^2+y^2-4x+2y+1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$.

$|z-2+i|=2\Leftrightarrow(x-2)^2+(y+1)^2=4\Leftrightarrow x^2+y^2-4x+2y+1=0$.

Câu 41. Trong mặt phẳng phức Oxy, tập hợp biểu diễn số phức Z thỏa $1\le|z+1-i|\le 2$ là hình vành khăn. Chu vi P của hình vành khăn là bao nhiêu?

A. $P=2\pi$. **B.** $P=3\pi$. **C.** $P=4\pi$. **D.** $P=\pi$.

Hướng dẫn giải

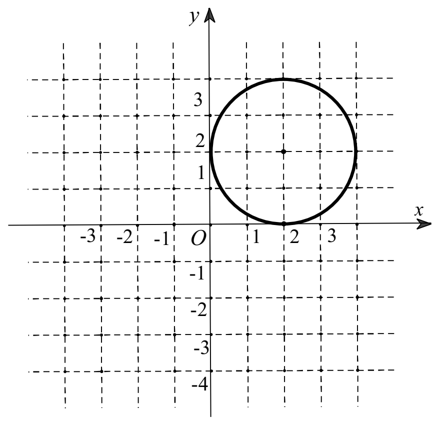
Chọn A. Gọi $M(x,y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi(x,y\in R)$

Gọi $A(-1,1)$ là điểm biểu diễn số phức $-1+i$

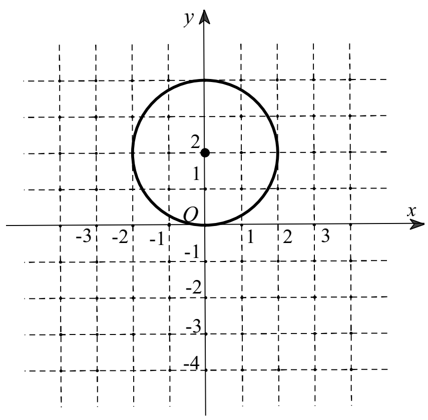
$1\le|z+1-i|\le 2\Leftrightarrow 1\le MA\le 2$. Tập hợp điểm biểu diễn là hình vành khăn giới hạn bởi 2 đường tròn đồng tâm có bán kính lần lượt là $R_1=2,R_2=1\Rightarrow P=P_1-P_2=2\pi(R_1-R_2)=2\pi$

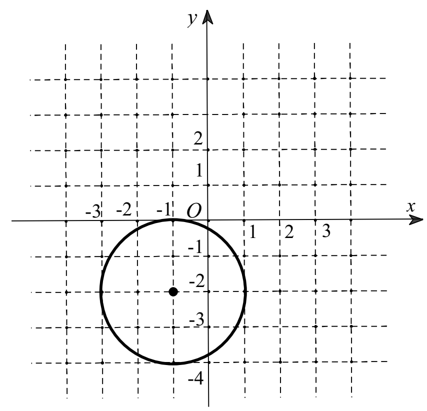
Lưu ý cần nắm vững lý thuyết và hình vẽ của dạng bài này khi học trên lớp tránh nhầm lẫn sang tính diện tích hình tròn.

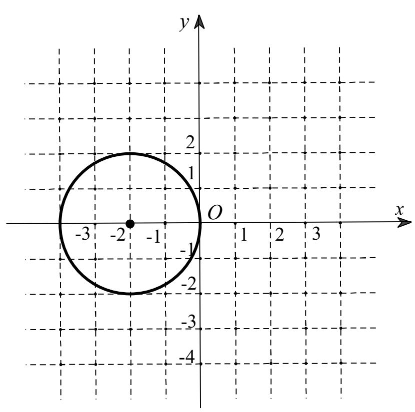
Câu 42. Biết tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn cho bởi hình vẽ bên. Hỏi tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $z-3-4i$ được thể hiện bởi đường tròn trong hình vẽ nào trong bốn hình vẽ dưới đây?

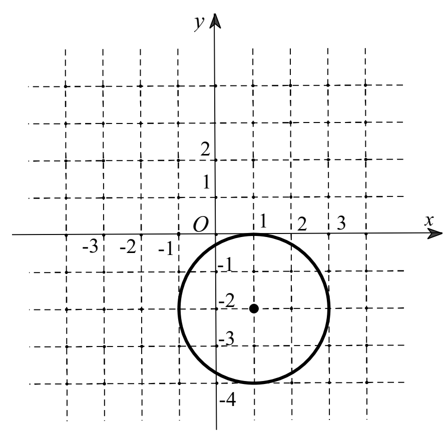


.

A.  .

B.  .

C.  .

D.  .

Hướng dẫn giải

Chọn B. Dựa vào hình vẽ, tập hợp tất cả các điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ là đường tròn có phương trình: $(x-2)^2+(y-2)^2=4$.

Ta có: $z-3-4i=(x-3)+(y-4)i$ có điểm $M'(x-3;y-4)$ biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ. Ta biểu diễn: $(x-2)^2+(y-2)^2=4 \Leftrightarrow [(x-3)+1]^2+[(y-4)+2]^2=4$.

$\Rightarrow M' \in (C'):(x+1)^2+(y+2)^2=4$.

Với phương trình như vậy, ta thấy đáp án B thỏa mãn.

Câu 43. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2-5i|=6$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là:

A. $I(2;-5), R=6$. **B.** $I(-2;5), R=36$. **C.** $I(2;-5), R=36$. **D.** $I(-2;5), R=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Giả sử $z=x+yi; x,y\in\mathbb{R}; i^2=-1$. Khi đó :

$|z+2-5i|=6 \Leftrightarrow |x+2+(y-5)i|=6 \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2+(y-5)^2}=6 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y-5)^2=36$.

Đường tròn có tâm $I(-2;5), R=6$.

Câu 44. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=3-2i+(2-i)z$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=\sqrt{6}$. **B.** $r=20$. **C.** $r=\sqrt{20}$. **D.** $r=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức $w=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có: $w=3-2i+(2-i)z \Rightarrow z=\dfrac{\mathrm{w}-3+2i}{2-i}$.

Theo đề: $|z|=2 \Leftrightarrow \left|\dfrac{\mathrm{w}-3+2i}{2-i}\right|=2 \Leftrightarrow \dfrac{|\mathrm{w}-3+2i|}{|2-i|}=2 \Leftrightarrow \dfrac{|\mathrm{w}-3+2i|}{\sqrt{5}}=2 \Leftrightarrow |\mathrm{w}-3+2i|=2\sqrt{5}$.

$\Leftrightarrow |x-3+(y+2)i|=10 \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2+(y+2)^2}=10 \Leftrightarrow (x-3)^2+(y+2)^2=20$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn tâm $I(3;-2)$, bán kính $R=\sqrt{20}$.

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=2; w=(1+\sqrt{3}i)z+2$. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn, tính bán kính đường tròn đó.

A. $R=5$. **B.** $R=2$. **C.** $R=3$. **D.** $R=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $w=(1+\sqrt{3}i)z+2 \Leftrightarrow w-(3+\sqrt{3}i)=(1+\sqrt{3}i)(z-1)$

$\Rightarrow \left|w-(3+\sqrt{3}i)\right|=\left|(1+\sqrt{3}i)(z-1)\right|=\left|(1+\sqrt{3}i)\right|\left|(z-1)\right|=4$

Do đó, tập hợp điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn có bán kính bằng 4.

Câu 46. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số z phức thoả mãn điều kiện $|z-1+2i|=4$ là

A. Một đoạn thẳng. **B.** Một đường thẳng. **C.** Một hình vuông. **D.** Một đường tròn.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Giả sử $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}; i^2=-1\right)$.

$|z-1+2i|=4 \Leftrightarrow |x+yi-1+2i|=4 \Leftrightarrow |x-1+(y+2)i|=4 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}=4$.

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2=16$. Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức là một đường tròn.

Câu 47. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thoả mãn $|z-2+5i|=4$ là:

A. Đường tròn tâm $I(2;-5)$ và bán kính bằng 4.

B. Đường tròn tâm $I(2;-5)$ và bán kính bằng 2.

C. Đường tròn tâm $I(-2;5)$ và bán kính bằng 4.

D. Đường tròn tâm O và bán kính bằng 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$z=x+yi, (x,y\in\mathbb{R})$.

$|z-2+5i|=4 \Leftrightarrow |x-2+(y+5)i|=4 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2+(y+5)^2}=4 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y+5)^2=16$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức là đường tròn tâm $I(2;-5)$, bán kính $R=4$.

Câu 48. Trong mp tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|z-i|=|(1+i)z|$.

A. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.

B. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

C. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.

D. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(2;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z=x+yi, (x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó.

$|z-i|=|(1+i)z| \Leftrightarrow |x+(y-1)i|=|(1+i)(x+yi)|$

$\Leftrightarrow |x+(y-1)i|=|(x-y)+(x+y)i| \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-y)^2+(x+y)^2}$.

$\Leftrightarrow x^2+y^2+2y-1=0 \Leftrightarrow x^2+(y+1)^2=2$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm I(0, –1), bán kính $R=\sqrt{2}$.

Câu 49. Xét các số phức z thỏa điều kiện $|z-3+2i|=5$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=z+1-i$ là?

A. Đường tròn tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=5$. **B.** Đường tròn tâm $I(4;-3)$, bán kính $R=5$.

C. Đường tròn tâm $I(-4;3)$, bán kính $R=5$. **D.** Đường tròn tâm $I(3;-2)$, bán kính $R=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z-3+2i|=5 \Leftrightarrow |w-1+i-3+2i|=2 \Leftrightarrow |x+yi-4+3i|=6 \Leftrightarrow (x-4)^2+(y+3)^2=25$.

Vậy tập hợp điểm cần tìm là đường tròn tâm $I(4;-3)$, bán kính $R=5$.

Câu 50. Cho số phức z thỏa $|z-1+i|=2$. Chọn phát biểu đúng:

A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 4.
B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng.
C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường Parabol.
D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng 2.

Câu 51. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i|=|(1+i)z|$ là một đường tròn, đường tròn đó có phương trình là:

A. $x^2+y^2+2x+2y-1=0$. **B.** $x^2+y^2+2x+1=0$.

C. $x^2+y^2+2x-1=0$. **D.** $x^2+y^2+2y-1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R}), M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng Oxy.

Ta có: $|z-i|=|(1+i)z| \Leftrightarrow |x+(y-1)i|=|(x-y)+(x+y)i|$.

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x-y)^2+(x+y)^2} \Leftrightarrow x^2+y^2+2y-1=0$.

Câu 52. Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=5$ là

A. Một đường Elip. **B.** Một đường tròn.

C. Một đường thẳng. **D.** Một đường parabol.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z là đường tròn tâm $I\left(3;-4\right)$, bán kính $R=5$

Câu 53. Cho số phức z thỏa mãn $\left|iz-2i\right|=\left|1-2i\right|$. Biết rằng trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn. Hãy xác định tọa độ tâm I của đường tròn đó.

A. $I\left(2;0\right)$ **B.** $y'=\dfrac{-2x-1}{2\sqrt{6-x-x^2}}$ **C.** $I\left(0;2\right)$ **D.** $I\left(0;-2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Giả sử $z=x+iy$ suy ra là $M\left(x;y\right)$ điểm biểu diễn cho số phức z.

Ta có $\left|iz-2i\right|=\left|1-2i\right|\Leftrightarrow\left|i\left(x+iy\right)-2i\right|=\left|1-2i\right|\Leftrightarrow\left|-y+\left(x-2\right)i\right|=\left|1-2i\right|$.

$\Leftrightarrow\sqrt{\left(x-2\right)^2+y^2}=\sqrt{1^2+2^2}\Leftrightarrow\left(x-2\right)^2+y^2=5.$.

Câu 54. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Tập hợp những điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|z-i\right|=\left|\left(1+i\right)z\right|$ là.

A. Đường tròn có phương trình $x^2+\left(y+1\right)^2=2$.

B. Hai đường thẳng có phương trình $x=1, x=-2$.

C. Đường thẳng có phương trình $x+y-1=0$.

D. Đường tròn có phương trình $\left(x+1\right)^2+y^2=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z=x+yi;\ x,y\in\mathbb{R}$.

$\left|z-i\right|=\left|\left(1+i\right)z\right|\Leftrightarrow\left|x+yi-i\right|=\left|\left(1+i\right)\left(x+yi\right)\right|$

$\Leftrightarrow\left|x+yi-i\right|=\left|x-y+\left(x+y\right)i\right|\Leftrightarrow\sqrt{x^2+\left(y-1\right)^2}=\sqrt{\left(x-y\right)^2+\left(x+y\right)^2}$.

$\Leftrightarrow x^2+y^2-2y+1=x^2+y^2-2xy+x^2+y^2+2xy\Leftrightarrow x^2+y^2+2y-1=0\Leftrightarrow x^2+\left(y+1\right)^2=2$

Tập hợp những điểm biểu diễn số phức z cần tìm là đường tròn có phương trình $x^2+\left(y+1\right)^2=2$.

Câu 55. Cho A, B, C, D là bốn điểm trong mặt phẳng tọa độ theo thứ tự biểu diễn các số phức $1+2i;\ 1+\sqrt{3}+i;\ 1+\sqrt{3}-i;\ 1-2i$. Biết $ABCD$ là tứ giác nội tiếp tâm I. Tâm I biểu diễn số phức nào sau đây?

A. $z=1$. **B.** $z=-1$. **C.** $z=\sqrt{3}$. **D.** $z=1-\sqrt{3}i$.

Hướng dẫn giải

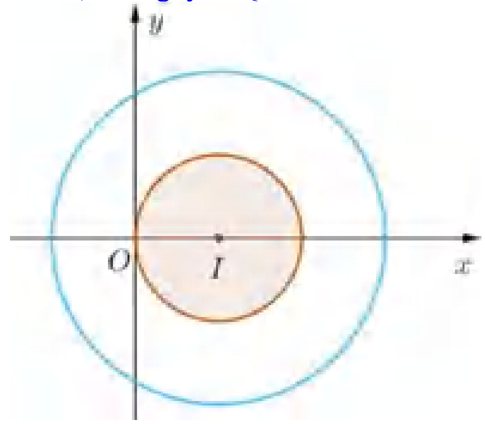
Chọn A. Ta có $\overrightarrow{AB}$ biểu diễn số phức $\sqrt{3}-i$; $\overrightarrow{DB}$ biểu diễn số phức $\sqrt{3}+3i$. Mặt khác $\dfrac{\sqrt{3}+3i}{\sqrt{3}-i}=\sqrt{3}i$ nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DB}=0$. Tương tự (hay vì lí do đối xứng qua Ox), $\overrightarrow{DC}.\overrightarrow{AC}=0$. Từ đó suy ra AD là một đường kính của đường tròn đi qua A, B, C, D. Vậy $I\left(1;0\right)\Rightarrow z=1$.

Câu 56. Gọi $\left(H\right)$ là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa $1\le\left|z-1\right|\le2$ trong mặt phẳng phức. Tính diện tích hình $\left(H\right)$.

A. 5π **B.** 2π **C.** 3π **D.** 4π

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đặt $z = x + yi$, $|z-1| = |x-1+yi| = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$.

Do đó $1 \le |z-1| \le 2 \Leftrightarrow 1 \le \sqrt{(x-1)^2 + y^2} \le 2 \Leftrightarrow 1 \le (x-1)^2 + y^2 \le 4$.

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là hình phẳng nằm trong đường tròn tâm $I(1;0)$ bán kính $R=2$ và nằm ngoài đường tròn $I(1;0)$ bán kính $r=1$.

Diện tích hình phẳng $S = \pi.2^1 - \pi.1^2 = 3\pi$.

Câu 57. Cho các số phức z thỏa mãn $|z-1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = \left(1+i\sqrt{3}\right)z + 2$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r = 9$. **B.** $r = 16$. **C.** $r = 25$. **D.** $r = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có:

$w = \left(1+i\sqrt{3}\right)z + 2 \Leftrightarrow w - \left(1+i\sqrt{3}\right) - 2 = \left(1+i\sqrt{3}\right)(z-1) \Leftrightarrow \left|w - \left(3+i\sqrt{3}\right)\right| = \left|\left(1+i\sqrt{3}\right)(z-1)\right|$.

$\Leftrightarrow \left|w - \left(3+i\sqrt{3}\right)\right| = 4$. Vậy số phức w nằm trên đường tròn có bán kính $r = 4$.

Câu 58. Cho các số phức z_1, z_2 với $z_1 \ne 0$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = z_1.z + z_2$ là đường tròn tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng 1. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường nào sau đây?

A. Đường tròn tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng $\dfrac{1}{|z_1|}$.

B. Đường tròn tâm là điểm biểu diễn số phức $\dfrac{z_2}{z_1}$, bán kính bằng $\dfrac{1}{|z_1|}$.

C. Đường tròn tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng $|z_1|$.

D. Đường tròn tâm là điểm biểu diễn số phức $-\dfrac{z_2}{z_1}$, bán kính bằng $\dfrac{1}{|z_1|}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $|w| = |z_1.z + z_2| \Leftrightarrow 1 = |z_1|\left|z + \dfrac{z_2}{z_1}\right| \Leftrightarrow \left|z + \dfrac{z_2}{z_1}\right| = \dfrac{1}{|z_1|}$

Nên tập hợp điểm là đường tròn có tâm là điểm biểu diễn số phức $-\dfrac{z_2}{z_1}$, bán kính bằng $\dfrac{1}{|z_1|}$.

Câu 59. Trong mp tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|z-i| = |(1+i)z|$.

A. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.

B. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(2;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

C. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.

D. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R},i^2=-1)$..

Ta có: $|z-i|=|(1+i)z|\Leftrightarrow|x+(y-1)i|=|(x-y)+(x+y)i|$.

$\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=(x-y)^2+(x+y)^2\Leftrightarrow x^2+y^2+2y-1=0$.

Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Câu 60. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+2-i|=3$.

A. Đường tròn tâm $I(2;-1)$, bán kính $R=1$.

B. Đường tròn tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=3$.

C. Đường tròn tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=\sqrt{3}$.

D. Đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

$|z+2-i|=3\Leftrightarrow|x+yi+2-i|=3\Leftrightarrow\sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}=3\Leftrightarrow(x+2)^2+(y-1)^2=9$.

Vậy tập hợp là đường tròn tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=3$.

Câu 61. Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-5-3i|=5$, đồng thời $|z_1-z_2|=8$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w=z_1+z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình nào dưới đây?

A. $(x-10)^2+(y-6)^2=36$.

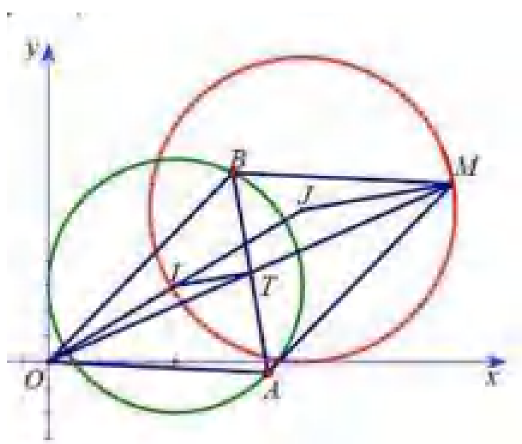
B. $(x-10)^2+(y-6)^2=16$.

C. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=9$.

D. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi A, B, M là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, w. Khi đó A, B thuộc đường tròn $(C):(x-5)^2+(y-3)^2=25$ và $AB=|z_1-z_2|=8$.

(C) có tâm $I(5;3)$ và bán kính $R=5$, gọi T là trung điểm của AB khi đó T là trung điểm của OM và $IT=\sqrt{IA^2-TA^2}=3$.

Gọi J là điểm đối xứng của O qua I suy ra $J(10;6)$ và IT là đường trung bình của tam

giác OJM, do đó $JM = 2IT = 6$.
Vậy M thuộc đường tròn tâm J bán kính bằng 6 và có phương trình
$(x-10)^2 + (y-6)^2 = 36$.

Câu 62. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|iz-1+2i| = 4$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

A. $I(2;1)$. **B.** $I(1;2)$. **C.** $I(-1;-2)$. **D.** $I(-2;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $|iz-1+2i| = 4 \Leftrightarrow |i|.|z+2+i| = 4 \Leftrightarrow |z+2+i| = 4 \Leftrightarrow IM = 4$, với $I(-2;-1)$.

$\Rightarrow$ tập hợp biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-2;-1)$ bàn kính $R=4$.

Câu 63. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng toạ độ biểu diễn các số phức z thoả mãn $|z+4-8i| = 2\sqrt{5}$ là đường tròn có phương trình:

A. $(x+4)^2 + (y-8)^2 = 20$. **B.** $(x+4)^2 + (y-8)^2 = 2\sqrt{5}$.

C. $(x-4)^2 + (y+8)^2 = 2\sqrt{5}$. **D.** $(x-4)^2 + (y+8)^2 = 20$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1)$.

$|z+4-8i| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |x+yi+4-8i| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow (x+4)^2 + (y-8)^2 = 20$.

Câu 64. Cho số phức $z = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$. Tập hợp các điểm biểu diễn của Z sao cho $\dfrac{z+i}{z-i}$ là một số thực âm là?

A. Các điểm trên trục tung với $-1 < y < 1$. **B.** Các điểm trên trục hoành với $-1 < x < 1$.

C. Các điểm trên trục tung với $-1 \le y < 1$. **D.** Các điểm trên trục tung với $\left[\begin{array}{l} y \le -1 \\ y \ge 1 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Giả sử $z = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$. Ta có.

$$\frac{z+i}{z-i} = \frac{x+yi+i}{x+yi-i} = \frac{[x+(y+1)i][x-(y-1)i]}{x^2+(y-1)^2} = \frac{x^2+(y^2-1)+[x(y+1)-x(y-1)]i}{x^2+(y-1)^2}.$$

$$= \frac{x^2+(y^2-1)+2xi}{x^2+(y-1)^2}$$

Số phức $\dfrac{z+i}{z-i}$ là số thực âm khi chỉ khi $\begin{cases} 2x = 0 \\ x^2 + (y^2-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -1 < y < 1 \end{cases}$.

Tập hợp các điểm biểu diễn của Z cần tìm là các điểm trên trục tung với $-1 < y < 1$.

Câu 65. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3+4i| = 2$ và $w = 2z + 1 - i$. Trong mặt phẳng phức, tập hợp điểm biểu diễn số phức W là đường tròn tâm I, bán kính R là.

A. $I(-7;9), R = 4$. **B.** $I(-7;9), R = 16$. **C.** $I(7;-9), R = 4$. **D.** $I(7;-9), R = 16$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ giả thiết $w = 2z + 1 - i \Leftrightarrow z = \dfrac{w-1+i}{2}$, thế z vào đẳng thức $|z-3+4i| = 2$, ta được:

$\left|\dfrac{w-1+i}{2}-3+4i\right|=2 \Leftrightarrow \left|\dfrac{w-7+9i}{2}\right|=2 \Leftrightarrow |w-7+9i|=4$.

Giả sử $w=x+yi\left(x,y\in R\right)$ và M là điểm biểu diễn cho w trong mặt phẳng phức $\Rightarrow M\left(x;y\right)$.

$|w-7+9i|=4 \Leftrightarrow \sqrt{\left(x-7\right)^2+\left(y+9\right)^2}=4 \Leftrightarrow \left(x-7\right)^2+\left(y+9\right)^2=16$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I\left(7;-9\right)$, bán kính $R=4$.

Câu 66. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=\left(1-i\right)\overline{z}+2i$ là

A. Một Elip.
B. Một parabol hoặc hyperbol.
C. Một đường tròn.
D. Một đường thẳng.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $w=\left(1-i\right)\overline{z}+2i \Leftrightarrow w-2i=\left(1-i\right)\overline{z} \Leftrightarrow |w-2i|=|(1-i)||\overline{z}| \Leftrightarrow |w-2i|=2\sqrt{2}$.

Do đó, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I\left(0;2\right)$ và bán kính $2\sqrt{2}$.

Câu 67. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=5$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức w xác định bởi $w=\left(2+3i\right)\overline{z}+3+4i$ là một đường tròn bán kính R. Tính R.

A. $R=5\sqrt{10}$
B. $R=5\sqrt{5}$
C. $R=5\sqrt{13}$
D. $R=5\sqrt{17}$

Hướng dẫn giải

Chọn C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1|=5$ là đường tròn $\left(C\right)$ tâm $I\left(1;0\right)$ và bán kính $R=5$. Ta có $\left(C\right)$ nhận trục hoành là trục đối xứng nên tọa độ điểm biểu diễn $\overline{z}$ cũng nằm trên đường tròn này hay $|\overline{z}-1|=5$.

Ta có

$w=\left(2+3i\right)\overline{z}+3+4i \Leftrightarrow w=\left(2+3i\right)\left(\overline{z}-1\right)+\left(2+3i\right)+3+4i \Leftrightarrow w-\left(5+7i\right)=\left(2+3i\right)\left(\overline{z}-1\right)$

$\Leftrightarrow \left|w-\left(5+7i\right)\right|=\left|\left(2+3i\right)\right|\left|\left(\overline{z}-1\right)\right| \Leftrightarrow \left|w-\left(5+7i\right)\right|=5\sqrt{13}$.

Câu 68. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z|=3$. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $w=3-2i+\left(2-i\right)z$ là một đường tròn. Hãy tính bán kính của đường tròn đó.

A. $3\sqrt{5}$.
B. $3\sqrt{2}$.
C. $3\sqrt{7}$.
D. $3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $w=x+iy; x,y\in\mathbb{R}$.

$w=3-2i+\left(2-i\right)z \Leftrightarrow z=\dfrac{w-3+2i}{2-i}=\dfrac{x-iy-3+2i}{2-i}$. Thay vào $|z|=3$ ta được :

$\left|\dfrac{x-iy-3+2i}{2-i}\right|=3 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{\left(x-3\right)^2+\left(y-2\right)^2}}{\sqrt{2^2+1}}=3 \Leftrightarrow \left(x-3\right)^2+\left(y-2\right)^2=45$. Vậy $R=3\sqrt{5}$.

Câu 69. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, tập hợp điểm M biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-i+1|=2$ là :

A. Đường tròn tâm $I\left(-1\,;1\right)$, bán kính $R=2$.
B. Đường tròn tâm $I\left(-1\,;1\right)$, bán kính $R=4$.
C. Đường tròn tâm $I\left(1\,;-1\right)$, bán kính $R=2$.
D. Hình tròn tâm $I\left(1\,;-1\right)$, bán kính $R=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có : $z=xi+y\ \left(x,y\in\mathbb{R}, i^2=-1\right)$.

$|z-i+1|=2 \Leftrightarrow |(x+1)+(y-1)i|=2 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-1)^2=4$.

Vậy tập hợp điểm M biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-i+1|=2$ là đường tròn tâm $I(-1;1)$, bán kính $R=2$.

Câu 70. Tập hợp các số phức $w=(1+i)z+1$ với z là số phức thỏa mãn $|z-1|\le 1$ là hình tròn. Tính diện tích hình tròn đó.

A. 4π . **B.** π . **C.** 3π. **D.** 2π .

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $w=x+yi; x; y\in\mathbb{R}$. Ta có $w=(1+i)z+1 \Leftrightarrow z=\dfrac{w-1}{1+i}$.

Do đó $|z-1|\le 1 \Leftrightarrow \left|\dfrac{w-1}{1+i}-1\right|\le 1 \Leftrightarrow \left|\dfrac{w-2-i}{1+i}\right|\le 1 \Leftrightarrow \left|\dfrac{(x-2)+(y-1)i}{1+i}\right|\le 1$.

$\Leftrightarrow \left|\dfrac{(x-2)+(y-1)i}{1+i}\right|\le 1 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-1)^2\le 2$. Vậy diện tích hình tròn đó là $S=2\pi$.

Câu 71. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|-2+i(z-1)|=5$. Phát biểu nào sau đây là **sai** ?

A. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là hình tròn có bán kính $R=5$.
B. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn có đường kính bằng 10.
C. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(1;-2)$.
D. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn có bán kính $R=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z=x+yi\,(x;y\in\mathbb{R})$.

Theo giả thiết, ta có: $|-2+i(x+yi-1)|=5 \Leftrightarrow |(-y-2)+(x-1)i|=5$.

$\Leftrightarrow \sqrt{(-y-2)^2+(x-1)^2}=5 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2=25$.

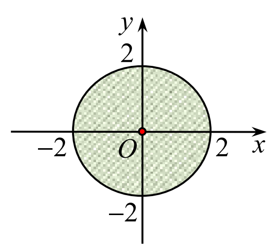
Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=5$.

Câu 72. Cho số phức $z=a+bi$, với a và b là hai số thực. Để điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ Oxy nằm hẳn bên trong hình tròn tâm O bán kính $R=2$ như hình bên thì điều kiện cần và đủ của a và b là.

A. $a+b<4$. **B.** $a^2+b^2<2$. **C.** $a+b<2$. **D.** $a^2+b^2<4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phần bên trong hình tròn tâm O bán kính $R=2$ có dạng: $x^2+y^2<4$ mà điểm biểu diễn của $z=a+bi$ là $M(a;b)$ nằm bên trong đường tròn nên $a^2+b^2<4$.

Câu 73. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(1-i)z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=2$. **B.** $r=4$. **C.** $r=\sqrt{2}$. **D.** $r=2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $w=(1-i)z+i \Leftrightarrow z=\dfrac{w-i}{1-i}$; đặt $w=x+yi$; $x,y\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow z=\dfrac{x+yi-i}{1-i}$. Ta có $|z-2|=2 \Leftrightarrow\Rightarrow \left|\dfrac{x+yi-i}{1-i}-2\right|=2 \Leftrightarrow \left|\dfrac{(x+yi-i)(1+i)}{2}-2\right|=2$.

$\Leftrightarrow \left|\dfrac{(x+yi-i)(1+i)}{2}-2\right|=2 \Leftrightarrow |x+xi+yi-y-i+1-4|=4 \Leftrightarrow |x-y-3+(x+y-1)i|=4$

$\Leftrightarrow (x-y-3)^2+(x+y-1)^2=16 \Leftrightarrow x^2+y^2+9-2xy+6y-6x+x^2+y^2+1+2xy-2y-2x=16$

$\Leftrightarrow 2x^2+2y^2-8x+4y-6=0 \Leftrightarrow x^2+y^2-4x+2y-3=0$

Đường tròn có bán kính là $R=\sqrt{2^2+1^2+3}=2\sqrt{2}$.

Câu 74. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\dfrac{z}{z-i}\right|=3$ là đường nào?

A. Một đường thẳng. **B.** Một đường parabol.
C. Một đường tròn. **D.** Một đường elip.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z=x+yi$, $x,y\in\mathbb{R}$.

$\left|\dfrac{z}{z-i}\right|=3 \Leftrightarrow |z|=3|z-i| \Leftrightarrow |x+yi|=3|x+yi-i| \Leftrightarrow \sqrt{x^2+y^2}=3\sqrt{x^2+(y-1)^2}$

$\Leftrightarrow x^2+y^2-\dfrac{9}{4}y+\dfrac{9}{8}=0$. Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn.

Câu 75. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|zi-(2+i)|=2$ là.

A. $2x-y=2$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2=4$. **D.** $x-3y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z=x+yi\,(x,y\in R)$. Ta có:

$|zi-(2+i)|=2 \Leftrightarrow |(x+yi)i-(2+i)|=2 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2=4.$.

Câu 76. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1-2i|=5$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z. Điểm M thuộc đường tròn nào sau đây?

A. $(x-1)^2+(y-2)^2=25$ **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2=5$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2=5$ **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2=25$

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $|z-1-2i|=5 \Leftrightarrow |x-1+(y-2)i|=5 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2=25$.

Vậy điểm M thuộc đường tròn $(x-1)^2+(y-2)^2=25$.

Câu 77. Cho w là số phức thay đổi thỏa mãn $|w|=2$. Trong mặt phẳng phức, các điểm biểu diễn số phức $z=3w+1-2i$ chạy trên đường nào?

A. Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=6$. **B.** Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=2$.

C. Đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=2$. **D.** Đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|w|=2 \Leftrightarrow \left|\dfrac{z+2i-1}{3}\right|=2 \Leftrightarrow |z+2i-1|=6 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2=36$.

Vậy tập hợp điểm cần tìm là đường tròn tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=6$.

Câu 78. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thõa mãn $|\overline{z}-4+3i|=2$ là đường tròn có tâm I, bán kính R :

A. $I(4;-3), R=4$. **B.** $I(-4;3), R=4$. **C.** $I(4;-3), R=2$. **D.** $I(4;3), R=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi số phức $z=x+yi \Rightarrow \overline{z}=x-yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$|x-yi-4+3i|=2 \Leftrightarrow |x-4+(3-y)i|=2 \Leftrightarrow x^2-8x+16+9-6y+y^2=4$.

$\Leftrightarrow x^2+y^2-8x-6y+21=0, (1)$. (1) là phương trình đường tròn có tâm $I(4;3), R=2$.

Câu 79. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+2-i|=3$ trong mặt phẳng Oxy là:

A. Đường tròn tâm $I(-2;1)$ bán kính $R=\sqrt{3}$. **B.** Đường tròn tâm $I(2;-1)$ bán kính $R=3$.

C. Đường tròn tâm $I(-2;1)$ bán kính $R=3$. **D.** Đường tròn tâm $I(2;-1)$ bán kính $R=\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

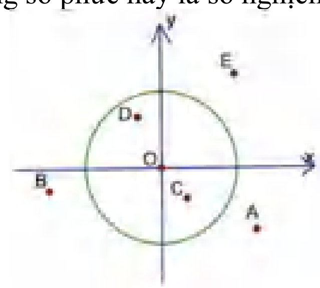
Chọn C. Gọi $z=x+yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó điểm $M(x;y)$ là điểm biểu diễn cho số phức z.

Ta có

$|z+2-i|=3 \Leftrightarrow |x+yi+2-i|=3 \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}=3 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y-1)^2=9$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-2;1)$ bán kính $R=3$.

Câu 80. Hình bên ghi lại việc biểu diễn vài số phức trong mặt phẳng số phức. Đường tròn đơn vị có tâm là gốc tọa độ. Một trong số những số phức này là số nghịch đảo của E. Số đó là số nào?



A. C. **B.** A. **C.** B. **D.** D.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Số phức z bởi điểm $M(a;b)$.

Số phức nghịch đảo của $z^{-1}=\dfrac{1}{a+bi}=\dfrac{a}{a^2+b^2}-\dfrac{b}{a^2+b^2}i$ có biểu diễn là $M'\left(\dfrac{a}{a^2+b^2};\dfrac{-b}{a^2+b^2}\right)$.

Ta có: $|z.z^{-1}|=1$ và $|z|>1$ nên $|z^{-1}|<1$ nên điểm biểu diễn z^{-1} phải nằm trong đường tròn.

Kết hợp $y_{M'}<0$ nên ta có điểm biểu diễn là số phức z_{-1} là điểm C.

Câu 81. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=2$ là?

A. Đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính 2. **B.** Đường tròn tâm $I(-1;1)$, bán kính 2.

C. Đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính 4. **D.** Đường thẳng $x+y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $z=x+yi\,(x;y\in\mathbb{R})$. Khi đó $|z-1+i|=2\Leftrightarrow|x+yi-1+i|=2\Leftrightarrow|(x-1)+(y+1)i|=2$.

$\Leftrightarrow\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}=2\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+1)^2=4$.

Vậy tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số phức z thỏa $|z-1+i|=2$ là đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính bằng 2.

Câu 82. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $\varpi=\dfrac{2z+\overline{z}+1-i}{z^2+i}$, trong đó z là số phức thỏa mãn $(1-i)(z-i)=2-i+z$. Gọi N là điểm trong mặt phẳng sao cho $\left(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{ON}\right)=2\varphi$, trong đó $\varphi=\left(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{OM}\right)$ là góc lượng giác tạo thành khi quay tia Ox tới vị trí tia OM. Điểm N nằm trong góc phần tư nào?

A. Góc phần tư thứ (II). **B.** Góc phần tư thứ (III).
C. Góc phần tư thứ (IV). **D.** Góc phần tư thứ (I).

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $(1-i)(z-i)=2-i+z\Rightarrow z=3i\Rightarrow w=-\dfrac{7}{82}-\dfrac{19}{82}i\Rightarrow M\left(-\dfrac{7}{82};-\dfrac{19}{82}\right)\Rightarrow\tan\varphi=\dfrac{19}{7}$.

Lúc đó: $\sin 2\varphi=\dfrac{2\tan\varphi}{1+\tan^2\varphi}=\dfrac{133}{205}>0$; $\cos 2\varphi=\dfrac{1-\tan^2\varphi}{1+\tan^2\varphi}=-\dfrac{156}{205}<0$.

Câu 83.] Cho số phức z thỏa mãn $(z+1)(\overline{z}-2i)$ là một số thuần ảo. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có diện tích bằng.

A. $\dfrac{5\pi}{4}$. **B.** 25π. **C.** $\dfrac{5\pi}{2}$. **D.** 5π.

Hướng dẫn giải

Chọn A

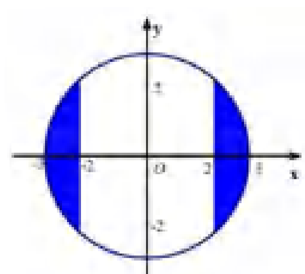
Đặt $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$, ta có: $(x+yi+1)(x-yi-2i)=x^2+y^2+2y+x+(-2x-y-2)i$.

Do $(z+1)(\overline{z}-2i)$ là một số thuần ảo nên có phần thực bằng 0 hay $x^2+y^2+2y+x=0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+(y+1)^2=\dfrac{5}{4}$ có bán kính $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Do đó, diện tích hình tròn là $\pi\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)^2=\dfrac{5\pi}{4}$.

Câu 84. Trong mặt phẳng phức Oxy, số phức $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa điều kiện nào thì có điểm biểu diễn thuộc phần tô đậm trong hình vẽ (kể cả biên)?



A. $a\in(-3;2)\cup(2;3)$ và $|z|\le 3$. **B.** $a\in[-3;2]\cup[2;3]$ và $|z|>3$.
C. $a\in[-3;-2]\cup[2;3]$ và $|z|\le 3$. **D.** $a\in[-3;2]\cup[2;3]$ và $|z|<3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ hình vẽ ta có $a\in[-3;-2]\cup[2;3]$ và $|z|\le 3$.

Câu 85. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1+2i|=4$ là

A. Một đoạn thẳng. **B.** Một đường tròn **C.** Một đường thẳng **D.** Một hình vuông.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z = x + yi$. Khi đó ta có:

$|z-1+2i| = 4 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$ là phương trình đường tròn tâm $I(1;-2)$ bán kính $R = 4$.

Câu 86. Trong mặt phẳng xOy, gọi M là điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z+3-\sqrt{3}i| = \sqrt{3}$. Tìm phần ảo của z trong trường hợp góc $\widehat{xOM}$ nhỏ nhất.

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** 0. **D.** $2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $M(x;y)$ biểu diễn số phức z.

Ta có $|z+3-\sqrt{3}i| = \sqrt{3} \Leftrightarrow (x+3)^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 3$ (C).

$\widehat{xOM}$ nhỏ nhất hoặc lớn nhất khi đường thẳng OM là tiếp tuyến của đường tròn (C).

Khi đó phương trình đường thẳng chứa OM là $d_1: y=0;\ d_2:\ y=-\sqrt{3}x$.

Trường hợp 1: $d_1: y=0$ góc $\widehat{xOM} = 180°$.

Trường hợp 2: $d_2:\ y=-\sqrt{3}x$ góc $\widehat{xOM} = 150°$ khi đó số phức $z = -\dfrac{3}{2} + \dfrac{3\sqrt{3}}{2}i$.

Vậy phần ảo của z trong trường hợp góc $\widehat{xOM}$ nhỏ nhất là $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 87. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-i| = |(1+i)z|$ là:

A. Đường tròn tâm $I(0;-1)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

B. Đường tròn tâm $I(0;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

C. Đường tròn tâm $I(-1;0)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

D. Đường tròn tâm $I(0;1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Giả sử $z = a + bi$ $(a,b \in \mathbb{R})$.

$z - i = a + (b-1)i; (1+i)z = (a-b) + (a+b)i$.

$|z-i| = |(1+i)z| \Leftrightarrow a^2 + (b+1)^2 = 2$.

Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-i| = |(1+i)z|$ là đường tròn tâm $I(0;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 88. Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1+i| = 2$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = z+2-i$ là

A. Đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính $R=2$. **B.** Đường tròn tâm $I(3;-2)$, bán kính $R=2$.

C. đường tròn tâm $I(-3;2)$, bán kính $R=2$. **D.** đường tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $w = z+2-i \Leftrightarrow z = w-2+i$

Khi đó $|z-1+i|=2 \Leftrightarrow |w-2+i-1+i|=2 \Leftrightarrow |w-3+2i|=2 \Leftrightarrow IM=2$, với M là điểm biểu diễn số phức w và $I(3;-2)$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(3;-2)$ bán kính $R=2$.

Câu 89. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-2+i|=3$..

A. $(x-2)^2+(y+1)^2=4$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2=16$.

C. $(x-2)^2+(y+1)^2=9$. **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$, khi đó z có điểm biểu diễn $M(x;y)$.

Theo bài ra ta có $|x+yi-2+i|=3 \Leftrightarrow |x-2+(y+1)i|=3 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y+1)^2=9$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là đường tròn $(x-2)^2+(y+1)^2=9$.

Câu 90. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=2z-i$ là một đường tròn. Tìm bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=2$. **B.** $r=4$. **C.** $r=-2$. **D.** $r=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $w=a+bi\left(a,b\in R,i^2=-1\right)$; Ta có: $w=a+bi \Rightarrow z-1=\dfrac{a-2}{2}+\left(\dfrac{b+1}{2}\right)i$.

Mà $|z-1|=2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{(a-2)^2+(b+1)^2}=2 \Leftrightarrow (a-2)^2+(b+1)^2=16$.

Theo giả thiết, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=2z-i$ là một đường tròn nên ta có $r=\sqrt{16}=4$.

Câu 91. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-(3-4i)|=2$ trong mặt phẳng Oxy là.

A. Đường tròn $x^2+y^2-6x+8y+21=0$. **B.** Đường thẳng $2x+y+1=0$.

C. Parabol $y=2x^2-3x$. **D.** Đường tròn $(x-3)^2+(y+4)^2=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi số phức $z=x+yi$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ:

Theo đề bài ta có: $|x+yi-(3-4i)|=2 \Leftrightarrow |x-3+(y+4)i|=2$.

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2+(y+4)^2}=\sqrt{2^2} \Leftrightarrow x^2+y^2-6x+8y+21=0$.

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-(3-4i)|=2$ trong mặt phẳng Oxy là Đường tròn $x^2+y^2-6x+8y+21=0$..

Câu 92. . Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|\bar{z}+2-i|=4$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là:

A. $I(2;-1)$; $R=4$. **B.** $I(2;-1)$; $I(2;-1)$.

C. $I(-2;-1)$; $R=4$. **D.** $I(-2;-1)$; $R=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi số phức $z=x+iy(x,y\in\mathbb{R})$

Ta có:

$|\bar{z}+2-i|=4 \Leftrightarrow |(x+2)+(-y-1)i|=4 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y+1)^2=16$

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $\left|\overline{z}+2-i\right|=4$ là đường tròn có tâm $I\left(-2;-1\right)$ và có bán kính $R=4$.

Câu 93. Cho số phức z thỏa mãn $\left|iz-2i\right|=\left|1-2i\right|$. Biết rằng trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn. Hãy xác định tọa độ tâm I của đường tròn đó.

A. $I\left(0;2\right)$. **B.** $I\left(0;-2\right)$. **C.** $I\left(2;0\right)$. **D.** $I\left(-2;0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Giả sử $z=x+iy$ suy ra là $M\left(x;y\right)$ điểm biểu diễn cho số phức z.

Ta có $\left|iz-2i\right|=\left|1-2i\right|\Leftrightarrow\left|i\left(x+iy\right)-2i\right|=\left|1-2i\right|\Leftrightarrow\left|-y+\left(x-2\right)i\right|=\left|1-2i\right|$.

$\Leftrightarrow\sqrt{\left(x-2\right)^2+y^2}=\sqrt{1^2+2^2}\Leftrightarrow\left(x-2\right)^2+y^2=5.$

Câu 94. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|z+3i-2\right|=10$ là.

A. Đường tròn $\left(x-3\right)^2+\left(y+2\right)^2=100$. **B.** Đường thẳng $2x-3y=100$.

C. Đường thẳng $3x-2y=100$. **D.** Đường tròn $\left(x-2\right)^2+\left(y+3\right)^2=100$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Giả sử: $z=x+yi\left(x;y\in\mathbb{R}\right)$. $\left|x+yi+3i-2\right|=10\Leftrightarrow\left|x-2+\left(y+3\right)i\right|=10$.

$\Leftrightarrow\sqrt{\left(x-2\right)^2+\left(y+3\right)^2}=10\Leftrightarrow\left(x-2\right)^2+\left(y+3\right)^2=100$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn thỏa mãn điều kiện đầu bài là đường tròn
$\left(x-2\right)^2+\left(y+3\right)^2=100$.

Câu 95. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|z+2i\right|^2+2\left|1-\overline{z}\right|^2+3\left|z-2+i\right|^2=2018$ là một đường tròn. Tìm tâm I của đường tròn đó.

A. $\left(1;1\right)$. **B.** $\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{-7}{6}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{4}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{-4}{3};\dfrac{5}{6}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $M\left(x;y\right)$ biểu diễn số phức z. Khi đó

$\left|z+2i\right|^2+2\left|1-\overline{z}\right|^2+3\left|z-2+i\right|^2=2018$

$\Leftrightarrow x^2+\left(y+2\right)^2+2\left(x-1\right)^2+2y^2+3\left(x-2\right)^2+3\left(y+1\right)^2=2018$

$\Leftrightarrow 6x^2+6y^2-16x+10y-1997=0\Leftrightarrow x^2+y^2-\dfrac{8}{3}x+\dfrac{5}{3}y-\dfrac{1997}{6}=0$.

Tâm của đường tròn là $\left(\dfrac{4}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$.

Câu 96. Cho số phức z thỏa mãn $\left(z-2+i\right)\left(\overline{z}-2-i\right)=25$. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $w=2\overline{z}-2+3i$ là đường tròn tâm $I\left(a;b\right)$ và bán kính c. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 10. **B.** 18. **C.** 17. **D.** 20.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Giả sử $z=a+bi$ $\left(a;b\in\mathbb{R}\right)$ và $w=x+yi$ $\left(x;y\in\mathbb{R}\right)$.

$\left(z-2+i\right)\left(\overline{z}-2-i\right)=25\Leftrightarrow\left[a-2+\left(b+1\right)i\right]\left[a-2-\left(b+1\right)i\right]=25$

$\Leftrightarrow\left(a-2\right)^2+\left(b+1\right)^2=25\ \left(1\right)$

Theo giả thiết: $w=2\overline{z}-2+3i\Leftrightarrow x+yi=2\left(a-bi\right)-2+3i\Leftrightarrow x+yi=2a-2+\left(3-2b\right)i$.

$\Rightarrow \begin{cases} x = 2a - 2 \\ y = 3 - 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{x+2}{2} \\ b = \dfrac{3-y}{2} \end{cases} (2)$.

Thay (2) vào (1) ta được: $\left(\dfrac{x+2}{2} - 2\right)^2 + \left(\dfrac{3-y}{2} + 1\right)^2 = 25 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-5)^2 = 100$.

Suy ra, tập hợp điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn tâm $I(2;5)$ và bán kính $R = 10$. Vậy $a+b+c=17$.

Câu 97. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z+3+2i| = 3|z+2+3i|$. Tập hợp các điểm M biểu diễn cho số phức z là đường có phương trình.

A. $\left(x - \dfrac{15}{8}\right)^2 + \left(y - \dfrac{25}{8}\right)^2 = \dfrac{9}{32}$.

B. $\left(x + \dfrac{15}{8}\right)^2 + \left(y + \dfrac{25}{8}\right)^2 = \dfrac{9}{32}$.

C. $\left(x + \dfrac{15}{8}\right)^2 + \left(y - \dfrac{25}{8}\right)^2 = \dfrac{9}{32}$.

D. $\left(x - \dfrac{15}{8}\right)^2 + \left(y + \dfrac{25}{8}\right)^2 = \dfrac{9}{32}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z = x + yi\,(x, y \in R)$.

Từ giả thiết ta có $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 9\left((x+2)^2 + (y+3)^2\right) \Leftrightarrow \left(x + \dfrac{15}{8}\right)^2 + \left(y + \dfrac{25}{8}\right)^2 = \dfrac{9}{32}$.

Câu 98. Cho số phức $w = (1 + i\sqrt{3})z + 2$ biết rằng $|z-1| = 2$. Khi đó khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng.

A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường thẳng.
B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một parabol.
C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một đường tròn.
D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là một elip.

Hướng dẫn giải

Chọn C

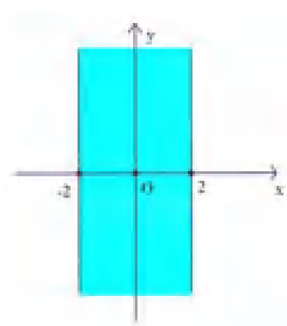
Đặt $w = a + bi\,(a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow z = \dfrac{a - 2 + bi}{1 + i\sqrt{3}} = \dfrac{a - 2 + b\sqrt{3}}{4} - \dfrac{a\sqrt{3} - b - 2\sqrt{3}}{4}i$.

Theo giả thiết $|z-1| = 2 \Leftrightarrow \left(\dfrac{a - 6 + b\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{3} - b - 2\sqrt{3}}{4}\right)^2 = 4$.

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 6a - 2\sqrt{3}b - 4 = 0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là một đường tròn.

Câu 99. Cho số phức $z = a + bi;\ a, b \in \mathbb{R}$. Để điểm biểu diễn của z nằm trong dải $(-2;2)$ (Hình vẽ) điều kiện của a , b là.



A. $-2 < a < 2;\ b \in \mathbb{R}$.

B. $a, b \in (-2;2)$.

C. $\begin{cases} a \le -2 \\ b \le -2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a \ge 2 \\ b \ge 2 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Dựa vào hình vẽ ta có $-2 < a < 2;\ b \in \mathbb{R}$.

Câu 100. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số z thỏa mãn điều kiện: $|z-i| = |(1+i)z|$ là đường tròn có bán kính là.

A. $R=1$. *B.* $R=2$. *C.* $R=4$. **D.** $R=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x+iy;(x,y\in\mathbb{R})$ trong mặt phẳng phức.

$|z-i| = |x+(y-1)i| = \sqrt{x^2+(y-1)^2}$.

$(1+i)z = (1+i)(x+iy) = (x-y)+(x+y)i \Rightarrow |(1+i)z| = \sqrt{(x-y)^2+(x+y)^2}$.

Khi đó $|z-i| = |(1+i)z| \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-1)^2} = \sqrt{(x-y)^2+(x+y)^2} \Leftrightarrow x^2+y^2+2y-1=0$ (*).

(*) là phương trình đường tròn tâm $I(0;-1)$ bán kính $R = \sqrt{1^2-(-1)} = \sqrt{2}$.

Câu 101. Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z^2+1| = |z-i|$ là một hình (H) chứa điểm nào trong số bốn điểm sau?

A. $M_1(0;-1)$. **B.** $M_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **C.** $M_3(1;1)$. **D.** $M_4\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $|z^2+1| = |z-i| \Leftrightarrow |z^2-i^2| - |z-i| = 0 \Leftrightarrow |(z-i)(z+i)| - |z-i| = 0$.

$\Leftrightarrow |z-i|(|z+i|-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |z-i| = 0 \\ |z+i| = 1 \end{array}\right.$.

Với $|z-i| = 0 \Leftrightarrow z = i \Rightarrow M(0;1)$ là điểm biểu diễn của z.

Với $|z+i| = 1 \Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn z là đường tròn tâm $I(0;-1)$ bán kính $R=1$.

Thay tọa độ các điểm tương ứng ta được $M_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2}\right)$ nằm trên đường tròn này.

Câu 102. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (5-12i)z+1-2i$ trong mặt phẳng Oxy là

A. Đường tròn $(C):(x+1)^2+(y-2)^2=169$. **B.** Đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+2)^2=169$.

C. Đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+2)^2=13$. **D.** Đường tròn $(C):(x+1)^2+(y-2)^2=13$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $w = x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$ $\quad x+yi = (5\text{-}12i)z+1\text{-}2i \quad x-1+(y+2)i = (5-12i)z$

$$\Rightarrow z = \frac{(x-1)+(y+2)i}{5-12i} = \frac{[(x-1)+(y+2)i](5+12i)}{13} = \frac{5(x-1)-12(y+2)}{13} + \frac{(y+2)5+(x-1)12}{13}i$$

$$z = \frac{5x-12y-29}{13} + \frac{12x+5y-2}{13}i$$

Mà $|z| = 1$ nên $\left(\frac{5x-12y-29}{13}\right)^2 + \left(\frac{12x+5y-2}{13}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2 = 169$

Câu 103. Cho z là số phức thay đổi thỏa mãn số phức $w=\dfrac{z+2+3i}{z-i}$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z là

A. đườngthẳng bỏ đi một điểm. **B.** đường elip bỏ đi một điểm.

C. đường thẳng song song với trục tung. **D.** đường tròn bỏ đi một điểm.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Điều kiện $z \neq i$. Giả sử $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $w=\dfrac{z+2+3i}{z-i}=\dfrac{x+2+(y+3)i}{x+(y-1)i}=\dfrac{\left[(x+2)+(y+3)i\right]\left[x-(y-1)i\right]}{x^2+(y-1)^2}$

$=\dfrac{x(x+2)+(y+3)(y-1)}{x^2+(y-1)^2}-\dfrac{(x+2)(y-1)-x(y+3)}{x^2+(y-1)^2}i$.

Do w là số thuần ảo nên $\dfrac{x(x+2)+(y+3)(y-1)}{x^2+(y-1)^2}=0 \Leftrightarrow x^2+2x+y^2+2y-3=0$

$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y+1)^2=5$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn bỏ đi một điểm.

Câu 104. Xét các số phức z thỏa mã điều kiện $|z-3+2i|=5$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=z+1-i$ là:

A. đường tròn tâm $I(4;-3)$, bán kính $R=5$. **B.** đường tròn tâm $I(3;-2)$, bán kính $R=5$.

C. đường tròn tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=5$. **D.** đường tròn tâm $I(-4;3)$, bán kính $R=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $w=z+1-i$ $z=w-1+i$ nên $|Z-3+2i|=5 \Leftrightarrow |w-1+i-3+2i|=5$

$\Rightarrow |w-4+3i|=5$

gọi $w=x+yi$

$\Rightarrow |(x-4)+(y+3)i|=5 \Rightarrow \sqrt{(x-4)^2+(y+3)^2}=5 \Rightarrow (x-4)^2+(y+3)^2=25$

$\Rightarrow$ đường tròn tâm $I(4;-3)$, bán kính $R=5$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(4;-3)$, bán kính $R=5$.

Câu 105. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=2$ là?

A. Đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính 2. **B.** Đường tròn tâm $I(-1;1)$, bán kính 2.

C. Đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính 4. **D.** Đường thẳng $x+y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $z=x+yi(x;y\in\mathbb{R})$. Khi đó $|z-1+i|=2 \Leftrightarrow |x+yi-1+i|=2 \Leftrightarrow |(x-1)+(y+1)i|=2$.

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}=2 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+1)^2=4$.

Vậy tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn các số phức z thỏa $|z-1+i|=2$ là đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính bằng 2.

Câu 106. Cho số phức z thoả mãn $|z+3-4i|=5$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng toạ độ biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tìm toạ độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

A. $I(-3;4)$, $R=\sqrt{5}$. **B.** $I(3;-4)$, $R=5$.

C. $I(-3;4)$, $R=5$. **D.** $I(3;-4)$, $R=\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó $|z+3-4i|=5\Leftrightarrow(x+3)^2+(y-4)^2=25$.

Vậy tập điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-3;4)$, bán kính $R=5$.

Câu 107. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z-2i|=|(1+i)z|$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn.

A. $I(0;1)$. **B.** $I(-1;0)$. **C.** $I(0;-2)$. **D.** $I(1;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z=x+yi(x;y\in\mathbb{R})$.

$|z-2i|=|(1+i)z|\Leftrightarrow|x+yi-2i|=|(1+i)(x+yi)|$.

$\Leftrightarrow|x+yi-2i|=|(1+i)(x+yi)|\Leftrightarrow|x+(y-2)i|=|(x-y)+(x+y)i|$.

$\Leftrightarrow x^2+(y-2)^2=(x-y)^2+(x+y)^2\Leftrightarrow x^2+y^2+4y-4=0$. Khi đó tâm $I(0;-2)$.

Câu 108. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z+m-1+\sqrt{3}i|=4$. Tìm tất cả các số thực m sao cho tập hợp các điểm M là đường tròn tiếp xúc với trục Oy.

A. $m=-5;\ m=3$. **B.** $m=5;\ m=-3$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z=x+yi$, $(x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó.

$|z+m-1+\sqrt{3}i|=4\Leftrightarrow|x+yi+m-1+\sqrt{3}i|=4$.

$\Leftrightarrow\left|(x+m-1)+\left(y+\sqrt{3}\right)i\right|=4\Leftrightarrow\sqrt{(x+m-1)^2+\left(y+\sqrt{3}\right)^2}=4\Leftrightarrow(x+m-1)^2+\left(y+\sqrt{3}\right)^2=16$.

Do đó tập hợp các điểm M biểu diễn của số phức z là đường tròn tâm $I\left(1-m;-\sqrt{3}\right)$ và bán kính $R=4$. Để đường tròn này tiếp xúc với trục Oy thì $|1-m|=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-m=4\\1-m=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-3\\m=5\end{array}\right.$.

Vậy $m=5;\ m=-3$.

Câu 109. Cho thỏa mãn $z\in\mathbb{C}$ thỏa mãn $(2+i)|z|=\dfrac{\sqrt{10}}{z}+1-2i$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w=(3-4i)z-1+2i$ là đường tròn I, bán kính R. Khi đó.

A. $I(-1;-2),R=\sqrt{5}$. **B.** $I(-1;2),R=5$.

C. $I(1;2),R=\sqrt{5}$. **D.** $I(1;-2),R=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z=a+bi$ và $|z|=c>0$, với $a;b;c\in\mathbb{R}$.

Lại có $w=(3-4i)z-1+2i\Leftrightarrow z=\dfrac{w+1-2i}{3-4i}$. Gọi $w=x+yi$ với $x;y\in\mathbb{R}$.

Khi đó $|z|=c\Rightarrow\left|\dfrac{w+1-2i}{3-4i}\right|=c\Leftrightarrow\dfrac{|w+1-2i|}{|3-4i|}=c\Leftrightarrow|x+yi+1-2i|=5c$.

$\Leftrightarrow\sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2}=5c\Leftrightarrow(x+1)^2+(y-2)^2=25c^2$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn $I(-1;2)$.

Khi đó chỉ có đáp án C có khả năng đúng và theo đó $R=5\Rightarrow5c=5\Rightarrow c=1$.

Thử $c=1$ vào phương trình (1) thì thỏa mãn.

Câu 110. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức z thoả mãn điều kiện $|z-1+2i|=4$ là.

A. Một hình vuông. **B.** Một đường thẳng. **C.** Một đoạn thẳng. **D.** Một đường tròn.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Đặt $z=a+bi\left(a,b\in R\right)$. Ta có.

$|z-1+2i|=4\Leftrightarrow\left|(a-1)+(b+2)i\right|=4\Leftrightarrow(a-1)^2+(b+2)^2=16$.

Câu 111. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi (H) là tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=\left(1+\sqrt{3}i\right)z+2$ thỏa mãn $|z-1|\le 2$. Tính diện tích của hình (H).

A. 8π. **B.** 18π. **C.** 16π. **D.** 4π .

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $w=\left(1+\sqrt{3}i\right)z+2\Leftrightarrow w-3-\sqrt{3}i=\left(1+\sqrt{3}i\right)(z-1)$.

$\Leftrightarrow\left|w-3-\sqrt{3}i\right|=\left|1+\sqrt{3}i\right||z-1|\le 4$.

Vậy điểm biểu diễn số phức w nằm trên hình tròn có bán kính $r=4$.

Diện tích hình (H) là $S=\pi r^2=16\pi$.

Câu 112. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(3+4i)z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=20$. **B.** $r=4$. **C.** $r=5$. **D.** $r=22$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $w=x+yi,\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$.

Khi đó, điểm M biểu diễn số phức w có tọa độ là $M(x;y)$.

Ta có: $w=(3+4i)z+i$.

$$\Leftrightarrow z=\frac{w-i}{3+4i}=\frac{\left[x+(y-1)i\right](3-4i)}{(3+4i)(3-4i)}=\frac{3x+4(y-1)+\left[3(y-1)-4x\right]i}{25}.$$

Giả thiết bài toán: $|z|=4\Leftrightarrow|z|^2=16\Leftrightarrow\left[\frac{3x+4(y-1)}{25}\right]^2+\left[\frac{3(y-1)-4x}{25}\right]^2=16$.

$$\Leftrightarrow\left[\frac{3x+4(y-1)}{25}\right]^2+\left[\frac{3(y-1)-4x}{25}\right]^2=16\Leftrightarrow\left[\frac{-3x+4y-4}{25}\right]+\left[\frac{3y-3-4x}{25}\right]=16.$$

$\Leftrightarrow 9x^2+16y^2+16+24xy-32y-24x+9y^2+9+16x^2-18y+24x-24xy=100^2$.

$\Leftrightarrow 9x^2+16y^2+16+9y^2+9+16x^2=100^2\quad\Leftrightarrow 25x^2+25y^2-50y+25=100^2$.

$\Leftrightarrow x^2+y^2-2y+1=400\quad\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=20^2$.

$\Rightarrow M(x;y)$ thuộc đường tròn tâm $I(0;1)$ và có bán kính $r=20$.

Câu 113. Biết số phức z thỏa điều kiện $3\le|z-3i+1|\le 5$. Tập hợp các điểm biểu diễn của z tạo thành 1 hình phẳng. Diện tích của hình phẳng đó bằng:

A. 16π. **B.** 25. **C.** 4π . **D.** 9π.

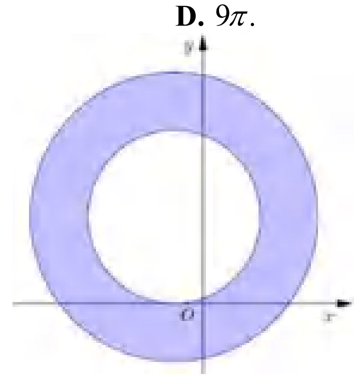
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $z=x+yi$ (với $x,y\in\mathbb{R}$)

$\Rightarrow 3\le|z-3i+1|\le 5\Leftrightarrow 9\le(x+1)^2+(y-3)^2\le 25$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức là hình vành khăn giới hạn bởi hai đường



tròn bán kính $R=5$ và $r=3$.
Diện tích $S=\pi\left(R^2-r^2\right)=16\pi$.

Câu 114. Cho các số phức z thỏa mãn $|z-1|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(1+i\sqrt{3})z+2$ là một đường tròn. Bán kính r của đường tròn đó là:

A. $r=8$. **B.** $r=16$. **C.** $r=2$. **D.** $r=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z=a+bi\left(a,b\in R\right)$ và $w=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$.

Ta có : $|z-1|=2\Leftrightarrow(a-1)^2+b^2=4$ (1).

Từ $w=(1+i\sqrt{3})z+2\Rightarrow x+yi=\left(1+i\sqrt{3}\right)\left(a+bi\right)+2$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=a-b\sqrt{3}+2\\ y=\sqrt{3}a+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-3=a-1-b\sqrt{3}\\ y-\sqrt{3}=\sqrt{3}(a-1)+b\end{cases}.$$

Từ đó : $(x-3)^2+(y-\sqrt{3})^2=4\left[\left(a-1\right)^2+b^2\right]=16$. (do (1)). Suy ra $r=4$.

Câu 115. Cho các số phức z thoả mãn $|z-i|=5$. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=iz+1-i$ là đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $r=22$. **B.** $r=4$. **C.** $r=5$. **D.** $r=20$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $w=iz+1-i\Leftrightarrow w-1+i=i\left(z-i\right)-1\Leftrightarrow w+i=i\left(z-i\right)$. Lấy module hai vế ta được:

$|w+i|=\left|i\left(z-i\right)\right|\Leftrightarrow|w+i|=5$. Vậy với $w=x+yi$, ta có $x^2+\left(y+1\right)^2=25$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn có bán kính $r=5$.

Câu 116. Tìm tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $z=x+yi$ $\left(x,\ y\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $\left|\dfrac{z+2i}{z-i}\right|=2$.

A. Đường tròn tâm $I\left(2;0\right)$ bán kính $R=2$. **B.** Đường tròn tâm $I\left(0;2\right)$ bán kính $R=2$.

C. Đường tròn tâm $I\left(0;-2\right)$ bán kính $R=2$. **D.** Đường tròn tâm $I\left(-2;0\right)$ bán kính $R=2$.

Hướng dẫn giải

$$\left|\frac{z+2i}{z-i}\right|=\frac{|z+2i|}{|z-i|}=2\Leftrightarrow|z+2i|=2|z-i|\Leftrightarrow\left|x+\left(y+2\right)i\right|=2\left|x+\left(y-1\right)i\right|$$

Chọn B. $\Leftrightarrow x^2+\left(y+2\right)^2=4\left[x^2+\left(y-1\right)^2\right]$.

$\Leftrightarrow 3x^2+3y^2-12y=0\Leftrightarrow x^2+\left(y-2\right)^2=4.$

Đây là phương trình đường tròn tâm $I\left(0;\,2\right)$ bán kính $R=2$.

DẠNG 3: TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN LÀ MỘT CÔNIC

Câu 117. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2|+|z+2|=10$.

A. Đường tròn $\left(x-2\right)^2+\left(y+2\right)^2=10$. **B.** Elip $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{21}=1$.

C. Đường tròn $\left(x-2\right)^2+\left(y+2\right)^2=100$. **D.** Elip $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$, $x,y\in\mathbb{R}$. Gọi A là điểm biểu diễn số phức 2. Gọi B là điểm biểu diễn số phức -2.

Ta có: $|z+2|+|z-2|=10\Leftrightarrow MB+MA=10$.

Ta có $AB=4$. Suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là Elip với tiêu điểm là $A(2;0)$, $B(-2;0)$, tiêu cự $AB=4=2c$, độ dài trục lớn là $10=2a$, độ dài trục bé là

$2b=2\sqrt{a^2-c^2}=2\sqrt{25-4}=2\sqrt{21}$. Vậy, tập hợp là Elip có phương trình $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{21}=1$.

Câu 118. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z-1|=|z+\overline{z}+2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một

A. parabol. **B.** hypebol. **C.** đường thẳng. **D.** đường tròn.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Giả sử $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=x-yi\Rightarrow z+\overline{z}=2x$.

Bài ra ta có $2|x-1+yi|=|2x+2|\Leftrightarrow 2\sqrt{(x-1)^2+y^2}=|2x+2|$

$\Leftrightarrow(x-1)^2+y^2=(x+1)^2\Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2=x^2+2x+1\Leftrightarrow y^2=4x$.

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z-1|=|z+\overline{z}+2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một parabol.

Câu 119. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng biểu diễn cho số phức z thoả mãn điều kiện $2|z-i|=|z-\overline{z}+2i|$ là.

A. Một elip. **B.** Một parabol. **C.** Một đường tròn. **D.** Một đường thẳng.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z=x+iy(x,y\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=x-iy$. Ta có:

$$2|x+iy-i|=|x+iy-x+iy+2i|$$
$$\Leftrightarrow 2|x+i(y-1)|=|2iy+2i|$$
$$\Leftrightarrow|x+i(y-1)|=|i(y+1)|$$
$$\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=(y+1)^2$$
$$\Leftrightarrow y=\frac{x^2}{4}$$

Câu 120. Tìm tập hợp các điểm M biểu diễn hình học số phức z trong mặt phẳng phức, biết số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z+4|+|z-4|=10$.

A. Tập hợp các điểm cần tìm là những điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng Oxy thỏa mãn phương trình $\sqrt{(x+4)^2+y^2}+\sqrt{(x-4)^2+y^2}=12$.

B. Tập hợp các điểm cần tìm là đường elip có phương trình $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

C. Tập hợp các điểm cần tìm là đường tròn có tâm $O(0;0)$ và có bán kính $R=4$..

D. Tập hợp các điểm cần tìm là đường elip có phương trình $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có: Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=x+yi$.

Gọi $A(4;0)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=4$.

Gọi $B(-4;0)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=-4$.

Khi đó: $|z+4|+|z-4|=10 \Leftrightarrow MA+MB=10.(*)$

Hệ thức trên chứng tỏ tập hợp các điểm M là elip nhận A,B là các tiêu điểm.

Gọi phương trình của elip là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,\left(a>b>0,a^2=b^2+c^2\right)$

Từ (*) ta có: $2a=10 \Leftrightarrow a=5$. $AB=2c \Leftrightarrow 8=2c \Leftrightarrow c=4 \Rightarrow b^2=a^2-c^2=9$

Vậy quỹ tích các điểm M là elip: $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 121. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2|+|z+2|=10$.

A. Elip $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$.

B. Đường tròn $(x-2)^2+(y+2)^2=10$.

C. Elip $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{21}=1$.

D. Đường tròn $(x-2)^2+(y+2)^2=100$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$, $x,y\in\mathbb{R}$.

Gọi A là điểm biểu diễn số phức 2. Gọi B là điểm biểu diễn số phức -2

Ta có: $|z+2|+|z-2|=10 \Leftrightarrow MB+MA=10$.

Ta có $AB=4$. Suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là Elip với 2 tiêu điểm là $A(2;0)$, $B(-2;0)$, tiêu cự $AB=4=2c$, độ dài trục lớn là $10=2a$, độ dài trục bé là $2b=2\sqrt{a^2-c^2}=2\sqrt{25-4}=2\sqrt{21}$.

Vậy, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2|+|z+2|=10$ là Elip có phương trình $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{21}=1$.

Câu 122. Tập hợp các điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|$ là hình gì?

A. Một đường Elip.

B. Một đường thẳng.

C. Một đường tròn.

D. Một đường Parabol.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Đặt $z=x+yi \Rightarrow \bar{z}=x-yi$ điểm biểu diễn của z là $M(x;y)$. Ta có:

$2|z-i|=|z-\bar{z}+2i| \Leftrightarrow 2|x+yi-i|=|(x+yi)-(x-yi)+2i|$

$\Leftrightarrow 2|x+(y-1)i|=|2(y+1)i| \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+(y-1)^2}=2|y+1| \Leftrightarrow y=\frac{1}{4}x^2$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường Parabol.

Câu 123. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|$ là

A. Một điểm **B.** Một đường thẳng. **C.** Một đường tròn. **D.** Một Parabol.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z=x+yi\Rightarrow \bar{z}=x-yi$, $x,y\in\mathbb{R}$.

$2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|\Leftrightarrow 2|x+(y-1)i|=|(2y+2)i|\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+(y-1)^2}=\sqrt{0^2+(2y+2)^2}$

$\Leftrightarrow 4(x^2+y^2-2y+1)=4y^2+8y+4\Leftrightarrow 4x^2=16y\Leftrightarrow y=\frac{1}{4}x^2$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|$ là một Parabol (P) có phương trình: $y=\frac{1}{4}x^2$.

Câu 124. Gọi H là hình biểu diễn tập hợp các số phức z trong mặt phẳng tọa độ $0xy$ sao cho $|2z-\bar{z}|\le 3$, và số phức z có phần ảo không âm. Tính diện tích hình H.

A. 3π. **B.** $\frac{3\pi}{2}$. **C.** $\frac{3\pi}{4}$. **D.** 6π.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z=x+yi,\ (x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|2(x+yi)-(x-yi)|\le 3\Leftrightarrow\sqrt{x^2+9y^2}\le 3\Leftrightarrow x^2+9y^2\le 9\Leftrightarrow\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}\le 1$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là miền trong của Elip $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}\le 1$.

Ta có $a=3,\ b=1$, nên diện tích hình H cần tìm bằng $\frac{1}{4}$ diện tích Elip.

Vậy $S=\frac{1}{4}.\pi.a.b=\frac{3\pi}{4}$.

Câu 125. Cho số phức $z=a+a^2i$, với $a\in\mathbb{R}$. Khi đó điểm biểu diễn của số phức z nằm trên :

A. Parabol $y=x^2$. **B.** Parabol $y=-x^2$.

C. Đường thẳng $y=2x$. **D.** Đường thẳng $y=-x+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z=a+a^2i\Rightarrow M(a;a^2)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

Khi đó $y=x^2$ là tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z.

Câu 126. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z+4|+|z-4|=10$. Tập hợp các điểm M biểu diễn cho số phức z là đường có phương trình.

A. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{25}=1$. **B.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $M(x;y)$ biểu diễn số phức $z=x+yi\ (x,y\in R)$.

Từ giả thiết ta có $\sqrt{(x+4)^2+y^2}+\sqrt{(x-4)^2+y^2}=10\Leftrightarrow MF_1+MF_2=10$ với $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$.

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn cho số phức z là đường Elip có phương trình $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 127. Cho số phức z thay đổi thỏa mãn $|z-i|+|z+i|=6$. Gọi S là đường cong tạo bởi tất cả các điểm biểu diễn số phức $(z-i)(i+1)$ khi z thay đổi. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong S.

A. BF. **B.** 12π. **C.** $12\pi\sqrt{2}$. **D.** $9\pi\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

□ Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z-i|+|z+i|=6 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-1)^2}+\sqrt{x^2+(y+1)^2}=6 \Leftrightarrow MF_1+MF_2=6=2a$ trong đó $F_1(0;-1)$, $F_1(0;1)$ suy ra $M(x;y)$ nằm trên Elip có $a=3;c=1;b=2\sqrt{2}$.

Diện tích của Elip $S=\pi.a.b=6\pi\sqrt{2}$.

□ Phép biến đổi "hợp thành"

$$z\xrightarrow{T_{\vec{v}=(0;-1)}}z-i\xrightarrow{Q_{\left(O,\frac{\pi}{4}\right)}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i\right)(z-i)\xrightarrow{V_{(O,\sqrt{2})}}(1+i)(z-i)$$

Diện tích qua biến đổi phép tịnh tiến, phép quay giữ nguyên. Qua phép quay $Q_{(O,\sqrt{2})}$ gấp 2 lần.

Suy ra $S=6\sqrt{2}\pi.2=12\sqrt{2}\pi$.

Câu 128. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $3|z+i|=|2\bar{z}+-z+3i|$. Tìm tập hợp tất cả những điểm M như vậy.

A. Một đường tròn. **B.** Một đường thẳng. **C.** Một parabol. **D.** Một elip.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi số phức $z=x+yi$ có điểm biểu diễn là $M(x,y)$ trên mặt phẳng tọa độ:

Theo đề bài ta có: $3|z+i|=|2\bar{z}-z+3i| \Leftrightarrow |3(x+yi)+3i|=|2(x-yi)-(x+yi)+3i| \Leftrightarrow$.

$|3x+(3y+3)i|=|x+(3-3y)| \Leftrightarrow \sqrt{9x^2+(3y+3)^2}=\sqrt{x^2+(3-3y)^2} \Leftrightarrow$.

$9x^2+(3y+3)^2=x^2+(3-3y)^2 \Leftrightarrow 8x^2+36y=0 \Rightarrow y=-\frac{2}{9}x^2$.

Vậy tập hợp các điểm $M(x,y)$ biểu diễn số phức z theo yêu cầu của đề bài là Một parabol $y=-\frac{2}{9}x^2$.

Câu 129. Cho số phức z thỏa mãn $|z+2|+|z-2|=8$. Trong mặt phẳng phức tập hợp những điểm M biểu diễn cho số phức z là?

A. $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$. **B.** $(E):\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{16}=1$.

C. $(C):(x+2)^2+(y-2)^2=8$. **D.** $(C):(x+2)^2+(y-2)^2=64$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $M(x;y)$, $F_1(-2;0)$, $F_2(2;0)$.

Ta có $|z+2|+|z-2|=8 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y+2)^2}+\sqrt{x^2+(y-2)^2}=8 \Leftrightarrow MF_1+MF_2=8$.

Do đó điểm $M(x;y)$ nằm trên elip (E) có $2a=8 \Leftrightarrow a=4$, ta có $F_1F_2=2c \Leftrightarrow 4=2c \Leftrightarrow c=2$. Ta có $b^2=a^2-c^2=16-4=12$.

Vậy tập hợp các điểm M là elip $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$.

Câu 130. Tìm tập hợp các điểm M biểu diễn hình học số phức z trong mặt phẳng phức, biết số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z+4|+|z-4|=10$..

A. Tập hợp các điểm cần tìm là đường elip có phương trình $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

B. Tập hợp các điểm cần tìm là những điểm $M\left(x;y\right)$ trong mặt phẳng Oxy thỏa mãn phương trình $\sqrt{\left(x+4\right)^2+y^2}+\sqrt{\left(x-4\right)^2+y^2}=12$.

C. Tập hợp các điểm cần tìm là đường tròn có tâm $O\left(0;0\right)$ và có bán kính $R=4$.

D. Tập hợp các điểm cần tìm là đường elip có phương trình $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{25}=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: Gọi $M\left(x;y\right)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=x+yi.$.

Gọi $A\left(4;0\right)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=4.$

Gọi $B\left(-4;0\right)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=-4.$

Khi đó: $\left|z+4\right|+\left|z-4\right|=10 \Leftrightarrow MA+MB=10.$(*).

Hệ thức trên chứng tỏ tập hợp các điểm M là elip nhận A,B là các tiêu điểm.

Gọi phương trình của elip là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1,\left(a>b>0,a^2=b^2+c^2\right)$.

Từ (*) ta có: $2a=10 \Leftrightarrow a=5.$. $AB=2c \Leftrightarrow 8=2c \Leftrightarrow c=4 \Rightarrow b^2=a^2-c^2=9$.

Vậy quỹ tích các điểm M là elip: $\left(E\right):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1.$

Câu 131. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z-4\right|+\left|z+4\right|=10$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn.
B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một elip.
C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường thẳng.
D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một parabol.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$, $M\left(x;y\right)$ là điểm biểu diễn số phức z.

Hai điểm $F_1\left(4;0\right)$, $F_2\left(-4;0\right)$.

Theo đề ra: $\left|z-4\right|+\left|z+4\right|=10 \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{MF_1}\right|+\left|\overrightarrow{MF_2}\right|=10 \Leftrightarrow MF_1+MF_2=2.5$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một elip có phương trình $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

DẠNG 4: TẬP HỢP ĐIỂM BIỂU DIỄN LÀ TẬP HỢP KHÁC

Câu 132. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $\varpi=\dfrac{z+2\overline{z}-3i}{z^2+2}$, trong đó z là số phức thỏa mãn $\left(2+i\right)\left(z+i\right)=3-i+z$. Gọi N là điểm trong mặt phẳng sao cho $\left(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{ON}\right)=2\varphi$, trong đó $\varphi=\left(\overrightarrow{Ox},\overrightarrow{OM}\right)$ là góc lượng giác tạo thành khi quay tia Ox tới vị trí tia OM. Điểm N nằm trong góc phần tư nào?

A. Góc phần tư thứ (III). **B.** Góc phần tư thứ (IV).
C. Góc phần tư thứ (I). **D.** Góc phần tư thứ (II).

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có

$$\left(2+i\right)\left(z+i\right)=3-i+z\Rightarrow z=1-i\Rightarrow w=\frac{5}{4}+\frac{1}{4}i\Rightarrow M\left(\frac{5}{4};\frac{1}{4}\right)\Rightarrow \tan\varphi=\frac{1}{5}.$$

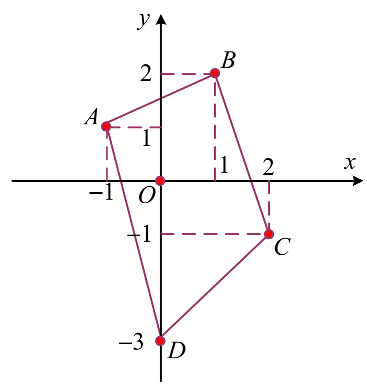
Lúc đó: $\sin 2\varphi=\dfrac{2\tan\varphi}{1+\tan^2\varphi}=\dfrac{5}{13}>0$; $\cos 2\varphi=\dfrac{1-\tan^2\varphi}{1+\tan^2\varphi}=\dfrac{12}{13}>0$.

Câu 133. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C, D lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1=-1+i$, $z_2=1+2i$, $z_3=2-i$, $z_4=-3i$. Gọi S là diện tích tứ giác $ABCD$. Tính S.

A. $S=\dfrac{21}{2}$. **B.** $S=\dfrac{17}{2}$. **C.** $S=\dfrac{19}{2}$. **D.** $S=\dfrac{23}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $z_1=-1+i\Rightarrow A\left(-1;1\right)$, $z_2=1+2i\Rightarrow B\left(1;2\right)$, $z_3=2-i\Rightarrow C\left(2;-1\right)$, $z_4=-3i\Rightarrow D\left(0;-3\right)$



$\overrightarrow{AC}=\left(3;-2\right)\Rightarrow AC=\sqrt{13}$, $\vec{n}=\left(2;3\right)$ là véc tơ pháp tuyến của AC, phương trình AC: $2\left(x+1\right)+3\left(y-1\right)=0\Leftrightarrow 2x+3y-1=0$.

Khoảng cách từ B đến AC là: $d\left(B;AC\right)=\dfrac{\left|2+3.2-1\right|}{\sqrt{13}}=\dfrac{7}{\sqrt{13}}\Rightarrow$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}d\left(B;AC\right).AC=\frac{1}{2}.\sqrt{13}.\frac{7}{\sqrt{13}}=\frac{7}{2}.$$

Khoảng cách từ D đến AC là: $d\left(D;AC\right)=\dfrac{\left|0-9-1\right|}{\sqrt{13}}=\dfrac{10}{\sqrt{13}}$

$\Rightarrow S_{\Delta ADC}=\dfrac{1}{2}.d\left(D;AC\right).AC=\dfrac{1}{2}.\dfrac{10}{\sqrt{13}}.\sqrt{13}=5$. Vậy $S=S_{\Delta ABC}+S_{\Delta ADC}=\dfrac{7}{2}+5=\dfrac{17}{2}$.

Câu 134. Các điểm A, B, C và A', B', C' lần lượt biểu diễn các số phức z_1, z_2, z_3 và z_1', z_2', z_3' trên mặt phẳng tọa độ (A, B, C và A', B', C' đều không thẳng hàng). Biết $z_1+z_2+z_3=z_1'+z_2'+z_3'$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng trọng tâm.
B. Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng tâm đường tròn ngoại tiếp.
C. Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ bằng nhau.
D. Hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng trực tâm.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z_1 = x_1 + y_1 i;\ z_2 = x_2 + y_2 i;\ z_3 = x_3 + y_3 i;\ \left(x_k';\ y_k' \in \mathbb{R};\ k = \overline{1;3}\right)$.

Khi đó: $A\left(x_1; y_1\right);\ B\left(x_2; y_2\right);\ C\left(x_3; y_3\right)$, gọi G là trọng tâm

$\Delta ABC \Rightarrow G\left(\dfrac{x_1 + x_2 + x_3}{3}; \dfrac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$.

Tương tự, gọi $z_1' = x_1' + y_1' i;\ z_2' = x_2' + y_2' i;\ z_3' = x_3' + y_3' i;\ \left(x_k';\ y_k' \in \mathbb{R};\ k = \overline{1;3}\right)$.

Khi đó: $A'\left(x_1'; y_1'\right);\ B'\left(x_2'; y_2'\right);\ C'\left(x_3'; y_3'\right)$,

gọi G' là trọng tâm $\Delta A'B'C' \Rightarrow G'\left(\dfrac{x_1' + x_2' + x_3'}{3}; \dfrac{y_1' + y_2' + y_3'}{3}\right)$.

Do $z_1 + z_2 + z_3 = z_1' + z_2' + z_3' \Leftrightarrow \left(x_1 + x_2 + x_3\right) + \left(y_1 + y_2 + y_3\right)i = \left(x_1' + x_2' + x_3'\right) + \left(y_1' + y_2' + y_3'\right)i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = x_1' + x_2' + x_3' \\ y_1 + y_2 + y_3 = y_1' + y_2' + y_3' \end{cases} \Rightarrow G \equiv G'.$$

Câu 135. Trong mặt phẳng Oxy. Cho tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|-2 + i\left(z - 1\right)\right| = 5$. Phát biểu nào **sai**?

A. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I\left(1; -2\right)$.

B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có bán kính $R = 5$.

C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một hình nón.

D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có đường kính 10.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}$.

$\left|zi - \left(2 + i\right)\right| = 5 \Leftrightarrow \left|-y - 2 + \left(x - 1\right)i\right| = 5 \Leftrightarrow \left(x - 1\right)^2 + \left(y + 2\right)^2 = 25$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn $I\left(1; -2\right)$ bán kính $R = 5$.

CHUYÊN ĐỀ 11: MAX - MIN CỦA MÔĐUN

I. CÁC BÀI TOÁN QUI VỀ BÀI TOÁN TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, NHỎ NHẤT CỦA HÀM MỘT BIẾN

Bài toán: Trong các số phức z thoả mãn điều kiện T. Tìm số phức z để biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất, lớn nhất
Từ điều kiện T, biến đổi để tìm cách rút ẩn rồi thế vào biểu thức P để được hàm một biến.
Tìm giá trị lớn nhất (hoặc nhỏ nhất) tuỳ theo yêu cầu bài toán của hàm số một biến vừa tìm được.

II. CÁC BÀI TOÁN QUI VỀ BÀI TOÁN TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, NHỎ NHẤT CỦA MỘT BIỂU THỨC HAI BIẾN MÀ CÁC BIẾN THOẢ MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

BÀI TOÁN CÔNG CỤ 1:

Cho đường tròn (T) cố định có tâm I bán kính R và điểm A cố định. Điểm M di động trên đường tròn (T). Hãy xác định vị trí điểm M sao cho AM lớn nhất, nhỏ nhất.

Giải:

TH1: A thuộc đường tròn (T)

Ta có: AM đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0 khi M trùng với A
AM đạt giá trị lớn nhất bằng 2R khi M là điểm đối xứng với A qua I

TH2: A không thuộc đường tròn (T)

Gọi B, C là giao điểm của đường thẳng qua A,I và đường tròn (T); Giả sử $AB < AC$.

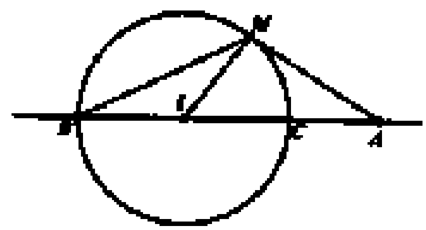
+) Nếu A nằm ngoài đường tròn (T) thì với điểm M bất kì trên (T), ta có:

$AM \geq AI - IM = AI - IB = AB$.

Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv B$

$AM \leq AI + IM = AI + IC = AC$.

Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv C$



+) Nếu A nằm trong đường tròn (T) thì với điểm M bất kì trên (T), ta có:

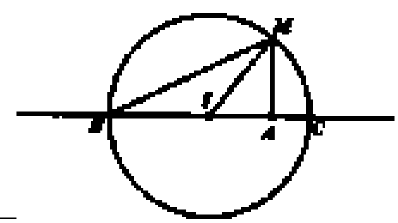
$AM \geq IM - IA = IB - IA = AB$.

Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv B$

$AM \leq AI + IM = AI + IC = AC$.

Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv C$

Vậy khi M trùng với B thì AM đạt gía trị nhỏ nhất.
Vậy khi M trùng với C thì AM đạt gía trị lớn nhất.



BÀI TOÁN CÔNG CỤ 2:

Cho hai đường tròn (T_1) có tâm I, bán kính R$_1$; đường tròn (T_2) có tâm J, bán kính R$_2$. Tìm vị trí của điểm M trên (T_1), điểm N trên (T_2) sao cho MN đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.

Giải:

Gọi d là đường thẳng đi qua I, J; d cắt đường tròn (T_1) tại hai điểm phân biệt A, B (giả sử JA > JB) ; d cắt (T_2) tại hai điểm phân biệt C, D (giả sử ID > IC).

Với điểm M bất khì trên (T_1) và điểm N bất kì trên (T_2).

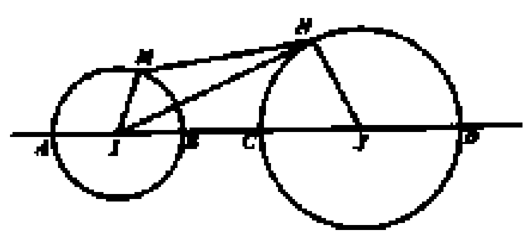
Ta có $MN \leq IM + IN \leq IM + IJ + JN = R_1 + R_2 + IJ = AD$.

Đẳng thức xảy ra khi M trùng với A và N trùng với D

$MN \geq |IM - IN| \geq |IJ - IM - JN| = |IJ - R_1 + R_2| = BC$.

Đẳng thức xảy ra khi M trùng với B và N trùng với C.

Vậy khi M trùng với A và N trùng với D thì MN đạt giá trị lớn nhất; khi M trùng với B và N trùng với C thì MN đạt giá trị nhỏ nhất.



BÀI TOÁN CÔNG CỤ 3:

Cho hai đường tròn (T) có tâm I, bán kính R; đường thẳng Δ không có điểm chung với (T). Tìm vị trí của điểm M trên (T), điểm N trên Δ sao cho MN đạt giá trị nhỏ nhất.

Giải:

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên d

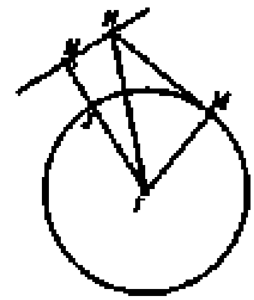
Đoạn IH cắt đường tròn (T) tại J

Với M thuộc đường thẳng Δ, N thuộc đường tròn (T), ta có:

$MN \ge IN - IM \ge IH - IJ = JH = const$.

Đẳng thức xảy ra khi $M \equiv H; N \equiv I$

Vậy khi M trùng với H; N trùng với J thì MN đạt giá trị nhỏ nhất.



III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z+3i| = |z+2-i|$. Tìm số phức có môđun nhỏ nhất?

A. $z = -\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$. **B.** $z = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$. **C.** $z = -1+2i$. **D.** $z = 1-2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. **Phương pháp tự luận:** Giả sử $z = x + yi\,(x, y \in \mathbb{R})$

$|z+3i| = |z+2-i| \Leftrightarrow |x+(y+3)i| = |(x+2)+(y-1)i| \Leftrightarrow x^2+(y+3)^2 = (x+2)^2+(y-1)^2$

$\Leftrightarrow 6y+9 = 4x+4-2y+1 \Leftrightarrow 4x-8y-4=0 \Leftrightarrow x-2y-1=0 \Leftrightarrow x = 2y+1$

$$|z| = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(2y+1)^2+y^2} = \sqrt{5y^2+4y+1} = \sqrt{5\left(y+\frac{2}{5}\right)^2+\frac{1}{5}} \ge \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Suy ra $|z|_{\min} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ khi $y = -\frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{1}{5}$. Vậy $z = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i.$

Phương pháp trắc nghiệm: Giả sử $z = x+yi \quad (x, y \in \mathbb{R})$

$|z+3i| = |z+2-i| \Leftrightarrow |x+(y+3)i| = |(x+2)+(y-1)i| \Leftrightarrow x^2+(y+3)^2 = (x+2)^2+(y-1)^2$

$\Leftrightarrow 6y+9 = 4x+4-2y+1 \Leftrightarrow 4x-8y-4=0 \Leftrightarrow x-2y-1=0$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa điều kiện $|z+3i| = |z+2-i|$ là đường thẳng $d: x-2y-1=0$.

Phương án A: $z = 1-2i$ có điểm biểu diễn $(1;-2) \notin d$ nên loại A.

Phương án B: $z = -\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$ có điểm biểu diễn $\left(-\frac{1}{5};\frac{2}{5}\right) \notin d$ nên loại B.

Phương án D: $z = -1+2i$ có điểm biểu diễn $(-1;2) \notin d$ nên loại B.

Phương án C: $z = \frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$ có điểm biểu diễn $\left(\frac{1}{5};-\frac{2}{5}\right) \in d$

Câu 2. Trong các số phức z thỏa mãn $|z-2-4i|=|z-2i|$. Số phức z có môđun nhỏ nhất là

A. $z=3+2i$ **B.** $z=-1+i$ **C.** $z=-2+2i$ **D.** $z=2+2i$

Hướng dẫn giải

Chọn D. Đặt $z=a+bi$. Khi đó $|z-2-4i|=|z-2i|$ $\Leftrightarrow$ $|(a-2)+(b-4)i|=|a+(b-2)i|$

$\Leftrightarrow$ $(a-2)^2+(b-4)^2=a^2+(b-2)^2$ $\Leftrightarrow$ $a+b=4$ (1)

Mà $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$. Mà $(a^2+b^2)(1^2+1^2)\overset{BCS}{\geq}(a+b)^2$ $\Leftrightarrow$ $a^2+b^2\geq\dfrac{(a+b)^2}{2}=8$ (Theo (1))

$\Leftrightarrow$ $\sqrt{a^2+b^2}\geq 2\sqrt{2}$ $\Leftrightarrow$ $|z|\geq 2\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ $\min|z|=2\sqrt{2}$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow$ $\dfrac{a}{1}=\dfrac{b}{1}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ $\begin{cases}a=2\\b=2\end{cases}$ $\Rightarrow$ $z=2+2i$.

Câu 3. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=|z-i|$. Tìm mô đun nhỏ nhất của số phức $\text{w}=2z+2-i$.

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Giả sử $z=a+bi\Rightarrow\bar{z}=a-bi$. Khi đó $|z-1|=|z-i|\Leftrightarrow|a-1+bi|=|a+(b-1)i|$.

$\Leftrightarrow(a-1)^2+b^2=a^2+(b-1)^2\Leftrightarrow a-b=0$.

Khi đó $\text{w}=2z+2-i=2(a+ai)+2-i=(2a+2)+i(a-1)$.

$\Rightarrow|\text{w}|=\sqrt{(2a+2)^2+(2a-1)^2}=\sqrt{8a^2+4a+5}\geq\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy mô đun nhỏ nhất của số phức w là $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 4. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3-4i|=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $1=|z-(3+4i)|\geq|3+4i|-|z|=5-|z|\Leftrightarrow|z|\geq 5-1=4$.

Câu 5. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-3i+5|=2$ và $|iz_2-1+2i|=4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|2iz_1+3z_2|$.

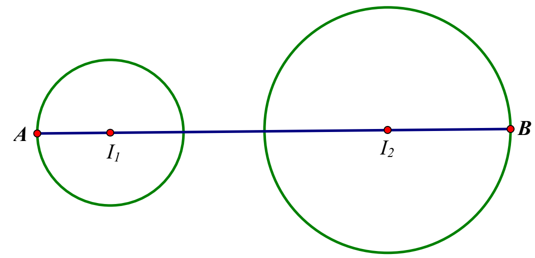
A. $\sqrt{313}+16$. **B.** $\sqrt{313}$. **C.** $\sqrt{313}+8$. **D.** $\sqrt{313}+2\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $|z_1-3i+5|=2\Leftrightarrow|2iz_1+6+10i|=4$ (1); $|iz_2-1+2i|=4\Leftrightarrow|(-3z_2)-6-3i|=12$ (2).

Gọi A là điểm biểu diễn số phức $2iz_1$, B là điểm biểu diễn số phức $-3z_2$. Từ (1) và (2) suy ra điểm A nằm trên đường tròn tâm $I_1(-6;-10)$ và bán kính $R_1=4$; điểm B nằm trên đường tròn tâm $I_2(6;3)$ và bán kính $R_2=12$.



Có $T=|2iz_1+3z_2|=AB\le I_1I_2+R_1+R_2=\sqrt{12^2+13^2}+4+12=\sqrt{313}+16$. Vậy $\max T=\sqrt{313}+16$.

Câu 6. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2-3i|=|\overline{z}+1-2i|$, hãy tìm phần ảo của số phức có môđun nhỏ nhất?

A. $\frac{10}{13}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** -2. **D.** $-\frac{2}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z=a+bi,(a,b\in R)$.

$|z+2-3i|=|\overline{z}+1-2i|\Leftrightarrow|a+bi+2-3i|=|a-bi+1-2i|$

$\Leftrightarrow(a+2)^2+(b-3)^2=(a+1)^2+(b+2)^2\Leftrightarrow 2a-10b+8=0$

$|z|^2=a^2+b^2=(5b-4)^2+b^2=26b^2-40b+16\ge\frac{8}{13}$.

Suy ra: z có môđun nhỏ nhất khi $b=\frac{10}{13}$.

Câu 7. Xét các số phức $z_1=3-4i$ và $z_2=2+mi$, $(m\in\mathbb{R})$. Giá trị nhỏ nhất của môđun số phức $\frac{z_2}{z_1}$ bằng?

A. $\frac{2}{5}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $\frac{z_2}{z_1}=\frac{2+mi}{3-4i}=\frac{(2+mi)(3+4i)}{(3-4i)(3+4i)}=\frac{6-4m+(3m+8)i}{25}=\frac{6-4m}{25}+\frac{3m+8}{25}i$

$\Rightarrow\left|\frac{z_2}{z_1}\right|=\sqrt{\left(\frac{6-4m}{25}\right)^2+\left(\frac{3m+8}{25}\right)^2}\Rightarrow\left|\frac{z_2}{z_1}\right|=\sqrt{\frac{36-48m+16m^2+9m^2+48m+64}{25^2}}$

$\Rightarrow\left|\frac{z_2}{z_1}\right|=\sqrt{\frac{25m^2+100}{25^2}}\Rightarrow\left|\frac{z_2}{z_1}\right|=\sqrt{\frac{m^2+4}{25}}\ge\sqrt{\frac{4}{25}}=\frac{2}{5}$.

Hoặc dùng công thức: $\left|\frac{z_2}{z_1}\right|=\frac{|z_2|}{|z_1|}$.

Câu 8. Số phức z nào sau đây có môđun nhỏ nhất thỏa $|z|=|\overline{z}-3+4i|$:

A. $z=-\dfrac{3}{2}-2i$. **B.** $z=3-\dfrac{7}{8}i$. **C.** $z=\dfrac{3}{2}+2i$. **D.** $z=-3-4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z=a+bi \Rightarrow \overline{z}=a-bi$; $|z|=|\overline{z}-3+4i| \Leftrightarrow -6a+8b+25=0\left(*\right)$.

Trong các đáp án, có đáp án $z=3-\dfrac{7}{8}i$ và $z=-\dfrac{3}{2}-2i$ thỏa (*).

Ở đáp án $z=3-\dfrac{7}{8}i:|z|=\dfrac{25}{8}$; Ở đáp án $z=-\dfrac{3}{2}-2i$ thì $|z|=\dfrac{5}{2}$; Chọn đáp án: $z=-\dfrac{3}{2}-2i$.

Câu 9. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để có đúng hai số phức z thỏa mãn $|z-(m-1)+i|=8$ và $|z-1+i|=|\overline{z}-2+3i|$.

A. 66. **B.** 130. **C.** 131. **D.** 63.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $z=x+yi$, với $x,\ y\in\mathbb{R}$.

- Từ giả thiết $|z-(m-1)+i|=8 \Rightarrow \left(x-(m-1)\right)^2+\left(y+1\right)^2=64$, do đó tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn (T) có tâm $I(m-1;-1)$, bán kính $R=8$.

- Từ giả thiết $|z-1+i|=|\overline{z}-2+3i| \Rightarrow (x-1)^2+(y+1)^2=(x-2)^2+(-y+3)^2$

$\Leftrightarrow 2x+8y-11=0$ hay M nằm trên đường thẳng $\Delta:2x+8y-11=0$.

- Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \Delta$ cắt (T) tại 2 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow d(I;\Delta)<R \Leftrightarrow \dfrac{|2(m-1)-8-11|}{2\sqrt{17}}<8 \Leftrightarrow |2m-21|<16\sqrt{17}$

$\Leftrightarrow \dfrac{21-16\sqrt{17}}{2}<m<\dfrac{21+16\sqrt{17}}{2}$, do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-22;-21;...;42;43\}$.

Vậy có tất cả 66 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 10. Cho các số phức z thoả mãn $|z|=2$. Đặt $w=(1+2i)z-1+2i$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|w|$.

A. 2. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi số phức $z=a+bi$ với a, $b\in\mathbb{R}$. Ta có $|z|=2 \Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2}=2 \Leftrightarrow a^2+b^2=4$ $(*)$.

Mà số phức $w=(1+2i)z-1+2i$

$\Leftrightarrow w=(1+2i)(a+bi)-1+2i \Leftrightarrow w=(a-2b-1)+(2a+b+2)i$.

Giả sử số phức $w=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó $\begin{cases}x=a-2b-1\\ y=2a+b+2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+1=a-2b\\ y-2=2a+b\end{cases}$.

Ta có : $(x+1)^2+(y-2)^2=(a-2b)^2+(2a+b)^2$

$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=a^2+4b^2-4ab+4a^2+b^2+4ab$

$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=5(a^2+b^2) \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=20$ (theo $(*)$).

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.

Điểm M là điểm biểu diễn của số phức w thì $|w|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi OM nhỏ nhất.

Ta có $OI=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$, $IM=R=2\sqrt{5}$.

Mặt khác $OM \geq |OI-IM| \Leftrightarrow OM \geq \left|\sqrt{5}-2\sqrt{5}\right| \Leftrightarrow OM \geq \sqrt{5}$. Do vậy $|w|$ nhỏ nhất bằng $\sqrt{5}$.

Câu 11. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1-i|=1$, số phức w thỏa mãn $|\overline{w}-2-3i|=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$.

A. $\sqrt{17}+3$ **B.** $\sqrt{13}+3$ **C.** $\sqrt{13}-3$ **D.** $\sqrt{17}-3$

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $M(x;y)$ biểu diễn số phức $z=x+iy$ thì M thuộc đường tròn (C_1) có tâm $I_1(1;1)$, bán kính $R_1=1$.

$N(x';y')$ biểu diễn số phức $w=x'+iy'$ thì N thuộc đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2;-3)$, bán kính $R_2=2$. Giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$ chính là giá trị nhỏ nhất của đoạn MN.

Ta có $\overrightarrow{I_1I_2}=(1;-4) \Rightarrow I_1I_2=\sqrt{17}>R_1+R_2 \Rightarrow (C_1)$ và (C_2) ở ngoài nhau.

$\Rightarrow MN_{\min}=I_1I_2-R_1-R_2=\sqrt{17}-3$

Câu 12. Cho số phức $z=\dfrac{-m+i}{1-m(m-2i)}$, $m\in\mathbb{R}$. Tìm môđun lớn nhất của z.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $z=\dfrac{-m+i}{1-m(m-2i)}=\dfrac{m}{m^2+1}+\dfrac{i}{m^2+1} \Rightarrow |z|=\sqrt{\dfrac{1}{m^2+1}}\leq 1 \Rightarrow |z|_{\max}=1 \Leftrightarrow z=i;\ m=0$.

Câu 13. Cho số phức z thỏa mãn $|z+1-i|=|z-3i|$. Tính môđun nhỏ nhất của $z-i$.

A. $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{5}}{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $z=x+yi$; $(x;\ y\in\mathbb{R})$ có điểm $M(x;y)$ biểu diễn z trên mặt phẳng tọa độ.

Từ giả thiết $|z+1-i|=|z-3i|$ suy ra $M\in\Delta: 2x+4y-7=0$.

Ta có: $z-i=x+(y-1)i$ có điểm $M'(x;y-1)$ biểu diễn z trên mặt phẳng tọa độ.

Ta có: $2x+4y-7=0\Leftrightarrow 2x+4(y-1)-3=0\Rightarrow M'\in\Delta': 2x+4y-3=0$.

Vậy $|z-i|_{\min}=d(O;\Delta')=\dfrac{|-3|}{\sqrt{2^2+4^2}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$, khi $z=\dfrac{3}{10}+\dfrac{8}{5}i$.

Câu 14. Cho số phức z thoả mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+2|^2-|z-i|^2$. Tính môđun của số phức $w=M+mi$.

A. $|w|=2\sqrt{309}$. **B.** $|w|=\sqrt{2315}$. **C.** $|w|=\sqrt{1258}$. **D.** $|w|=3\sqrt{137}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z=x+yi$. Ta có $P=(x+2)^2+y^2-\left[x^2+(y-1)^2\right]=4x+2y+3$.

Mặt khác $|z-3-4i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow (x-3)^2+(y-4)^2=5$. Đặt $x=3+\sqrt{5}\sin t$, $y=4+\sqrt{5}\cos t$

Suy ra $P=4\sqrt{5}\sin t+2\sqrt{5}\cos t+23$. Ta có $-10\le 4\sqrt{5}\sin t+2\sqrt{5}\cos t\le 10$.

Do đó $13\le P\le 33\Rightarrow M=33$, $m=13\Rightarrow |w|=\sqrt{33^2+13^2}=\sqrt{1258}$.

Câu 15. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=3$. Tìm môđun lớn nhất của số phức $z-2i$.

A. $\sqrt{26+8\sqrt{17}}$. **B.** $\sqrt{26-4\sqrt{17}}$. **C.** $\sqrt{26+6\sqrt{17}}$. **D.** $\sqrt{26-6\sqrt{17}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z=x+yi;\ (x\in\mathbb{R};y\in\mathbb{R})\Rightarrow z-2i=x+(y-2)i$. Ta có:

$|z-1+2i|=9\Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2=9$. Đặt $x=1+3\sin t;\ y=-2+3\cos t;\ t\in[0;2\pi]$.

$$\Rightarrow |z-2i|^2=(1+3\sin t)^2+(-4+3\cos t)^2=26+6(\sin t-4\cos t)=26+6\sqrt{17}\sin(t+\alpha);\ (\alpha\in\mathbb{R})$$

$$\Rightarrow \sqrt{26-6\sqrt{17}}\le |z-2i|\le\sqrt{26+6\sqrt{17}}\Rightarrow |z-2i|_{\max}=\sqrt{26+6\sqrt{17}}.$$

Câu 16. Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $\left|iz+\sqrt{2}-i\right|=1$ và $|z_1-z_2|=2$. Giá trị lớn nhất của $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. 3. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $\left|iz+\sqrt{2}-i\right|=1\Leftrightarrow \left|z-\left(1+i\sqrt{2}\right)\right|=1$. Gọi $z_0=1+i\sqrt{2}$ có điểm biểu diễn là $I\left(1;\sqrt{2}\right)$.

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2. Vì $|z_1-z_2|=2$ nên I là trung điểm của AB.

Ta có $|z_1|+|z_2|=OA+OB\le\sqrt{2\left(OA^2+OB^2\right)}=\sqrt{4OI^2+AB^2}=\sqrt{16}=4$.

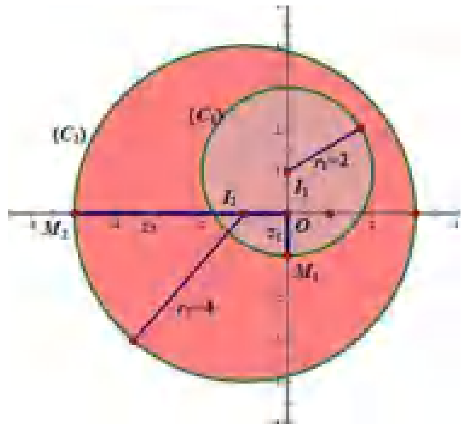
Dấu bằng khi $OA = OB$.

Câu 17. Gọi T là tập hợp tất cả các số phức z thõa mãn $|z-i| \geq 2$ và $|z+1| \leq 4$. Gọi $z_1, z_2 \in T$ lần lượt là các số phức có mô đun nhỏ nhất và lớn nhất trong T. Khi đó $z_1 - z_2$ bằng:

A. $4-i$. **B.** $5-i$. **C.** $-5+i$. **D.** -5.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Đặt $z = x + yi$ khi đó ta có: $\begin{cases} |z-i| \geq 2 \\ |z+1| \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x+(y-1)i| \geq 2 \\ |(x+1)+yi| \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+(y-1)^2 \geq 4 \\ (x+1)^2+y^2 \leq 16 \end{cases}$.

Vậy T là phần mặt phẳng giữa hai đường tròn (C_1) tâm $I_1(0;1)$ bán kính $r_1 = 2$ và đường tròn (C_2) tâm $I_2(-1;0)$ bán kính $r_2 = 4$.

Dựa vào hình vẽ ta thấy $z_1 = 0 - i,\ z_2 = -5$ là hai số phức có điểm biểu diễn lần lượt là $M_1(0;-1), M(-5;0)$ có mô-đun nhỏ nhất và lớn nhất. Do đó $z_1 - z_2 = -i - (-5) = 5 - i$.

Câu 18. Trong tập hợp các số phức, gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - z + \frac{2017}{4} = 0$, với z_2 có thành phần ảo dương. Cho số phức z thoả mãn $|z - z_1| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - z_2|$ là

A. $\frac{\sqrt{2016}-1}{2}$. **B.** $\sqrt{2017}-1$. **C.** $\sqrt{2016}-1$. **D.** $\frac{\sqrt{2017}-1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Xét phương trình $z^2 - z + \frac{2017}{4} = 0$

Ta có: $\Delta = -2016 < 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phức $\left[\begin{array}{l} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2016}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2016}}{2}i \end{array}\right.$.

Khi đó: $z_1 - z_2 = i\sqrt{2016}$, $|z - z_2| = |(z - z_1) + (z_1 - z_2)| \geq |z_1 - z_2| - |z - z_1| \Leftrightarrow P \geq \sqrt{2016} - 1$.

Vậy $P_{\min} = \sqrt{2016} - 1$.

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $z.\overline{z} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \left|z^3 + 3z + \overline{z}\right| - \left|z + \overline{z}\right|$.

A. $\frac{15}{4}$. **B.** 3. **C.** $\frac{13}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có: $z + \overline{z} = 2a$; $z.\overline{z} = 1 \Leftrightarrow |z|^2 = 1 \Leftrightarrow |z| = 1$.

Khi đó $P = \left|z^3 + 3z + \overline{z}\right| - \left|z + \overline{z}\right| = \left|z\left(z^2 + 3 + \frac{\overline{z}}{z}\right)\right| - \left|z + \overline{z}\right|$.

$P = |z|.\left|z^2 + 3 + \frac{\overline{z}^2}{|z|^2}\right| - \left|z + \overline{z}\right| = \left|z^2 + 2z\overline{z} + \overline{z}^2 + 1\right| - \left|z + \overline{z}\right|$.

$P = \left|\left(z + \overline{z}\right)^2 + 1\right| - \left|z + \overline{z}\right| = \left|4a^2 + 1\right| - 2|a| = 4a^2 + 1 - 2|a| = \left(2|a| - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$. Vậy $P_{\min} = \frac{3}{4}$.

Câu 20. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$, $w = (4 - 3i)z + 1 - 2i$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ là :

A. $6\sqrt{5}$ **B.** $3\sqrt{5}$ **C.** $4\sqrt{5}$ **D.** $5\sqrt{5}$

Hướng dẫn giải

Chọn C. Theo giả thiết ta có $w = (4 - 3i)z + 1 - 2i \Rightarrow z = \frac{w - 1 + 2i}{4 - 3i}$.

Mặt khác $|z| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \left|\frac{w - 1 + 2i}{4 - 3i}\right| = \sqrt{5} \Leftrightarrow |w - 1 + 2i| = 5\sqrt{5}$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(1; -2)$ và bán kính $5\sqrt{5}$.

Do đó $\min|w| = R - OI = 4\sqrt{5}$.

Câu 21. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z + \frac{1}{z}\right| = 4$. Tính giá trị lớn nhất của $|z|$.

A. $4 + \sqrt{3}$. **B.** $2 + \sqrt{5}$. **C.** $2 + \sqrt{3}$. **D.** $4 + \sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $\left|z + \frac{1}{z}\right| \geq |z| - \frac{1}{|z|} \Leftrightarrow 4 \geq |z| - \frac{1}{|z|} \Rightarrow |z| \leq 2 + \sqrt{5}$.

Câu 22. Biết số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$ có mô đun nhỏ nhất. Tính $M = a^2 + b^2$.

A. $M = 26$. **B.** $M = 10$. **C.** $M = 8$. **D.** $M = 16$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$. Ta có $|z - 2 - 4i| = |z - 2i| \Leftrightarrow |a + bi - 2 - 4i| = |a + bi - 2i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(a-2)^2+(b-4)^2}=\sqrt{a^2+(b-2)^2} \Leftrightarrow a+b-4=0$.

$|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{a^2+(4-a)^2}=\sqrt{2(a-2)^2+8} \ge 2\sqrt{2}$.

Vậy $|z|$ nhỏ nhất khi $a=2, b=2$. Khi đó $M=a^2+b^2=8$.

Câu 23. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+1|+|z^2-z+1|$. Tính giá trị của $M.m$.

A. $\dfrac{13\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{39}{4}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{13}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z=x+yi;\ (x\in\mathbb{R}; y\in\mathbb{R})$. Ta có: $|z|=1 \Leftrightarrow z.\overline{z}=1$

Đặt $t=|z+1|$, ta có $0=|z|-1\le|z+1|\le|z|+1=2 \Rightarrow t\in[0;2]$.

Ta có $t^2=(1+z)(1+\overline{z})=1+z.\overline{z}+z+\overline{z}=2+2x \Rightarrow x=\dfrac{t^2-2}{2}$.

Suy ra $|z^2-z+1|=|z^2-z+z.\overline{z}|=|z||z-1+\overline{z}|=\sqrt{(2x-1)^2}=|2x-1|=|t^2-3|$.

Xét hàm số $f(t)=t+|t^2-3|, t\in[0;2]$.

Bằng cách dùng đạo hàm, suy ra $\max f(t)=\dfrac{13}{4};\ \min f(t)=\sqrt{3} \Rightarrow M.n=\dfrac{13\sqrt{3}}{4}$.

Câu 24. Cho số phức $z\ne 0$ thỏa mãn $|z|\ge 2$. Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|\dfrac{z+i}{z}\right|$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $1-\left|\dfrac{i}{z}\right|\le\left|1+\dfrac{i}{z}\right|\le 1+\left|\dfrac{i}{z}\right| \Leftrightarrow 1-\dfrac{1}{|z|}\le\left|1+\dfrac{i}{z}\right|\le 1+\dfrac{1}{|z|}$.

Mặt khác $|z|\ge 2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{|z|}\le\dfrac{1}{2}$ suy ra $\dfrac{1}{2}\le P\le\dfrac{3}{2}$.

Suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là $\dfrac{3}{2},\dfrac{1}{2}$. Vậy tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 2.

Câu 25. Nếu z là số phức thỏa $|\overline{z}|=|z+2i|$ thì giá trị nhỏ nhất của $|z-i|+|z-4|$ là

A. $\sqrt{3}$. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z = x + yi$ với x, $y \in \mathbb{R}$ theo giả thiết $|\overline{z}| = |z + 2i| \Leftrightarrow y = -1$. (d)

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng (d).

Gọi $A(0;1)$, $B(4;0)$ suy ra $|z - i| + |z - 4| = P$ là tổng khoảng cách từ điểm $M(x;-1)$ đến hai điểm A, B.

Thấy ngay $A(0;1)$ và $B(4;0)$ nằm cùng phía với (d). Lấy điểm đối xứng với $A(0;1)$ qua đường thẳng (d) ta được điểm $A'(0;-3)$.

Do đó khoảng cách ngắn nhất là $A'B = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Câu 26. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|\overline{z} + 1 + i|$ là

A. $\sqrt{13} + 2$. **B.** 4. **C.** 6. **D.** $\sqrt{13} + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z = x + yi$ ta có $z - 2 - 3i = x + yi - 2 - 3i = x - 2 + (y - 3)i$.

Theo giả thiết $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ nên điểm M biểu diễn cho số phức z nằm trên đường tròn tâm $I(2;3)$ bán kính $R = 1$.

Ta có $|\overline{z} + 1 + i| = |x - yi + 1 + i| = |x + 1 + (1 - y)i| = \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}$.

Gọi $M(x;y)$ và $H(-1;1)$ thì $HM = \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}$.

Do M chạy trên đường tròn, H cố định nên MH lớn nhất khi M là giao của HI với đường tròn.

Phương trình $HI: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$, giao của HI và đường tròn ứng với t thỏa mãn:

$9t^2 + 4t^2 = 1 \Leftrightarrow t = \pm\dfrac{1}{\sqrt{13}}$ nên $M\left(2 + \dfrac{3}{\sqrt{13}}; 3 + \dfrac{2}{\sqrt{13}}\right), M\left(2 - \dfrac{3}{\sqrt{13}}; 3 - \dfrac{2}{\sqrt{13}}\right)$.

Tính độ dài MH ta lấy kết quả $HM = \sqrt{13} + 1$.

Câu 27. Cho hai số phức u, v thỏa mãn $3|u - 6i| + 3|u - 1 - 3i| = 5\sqrt{10}$, $|v - 1 + 2i| = |\overline{v} + i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|u - v|$ là:

A. $\dfrac{5\sqrt{10}}{3}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{10}}{3}$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{10}}{3}$ **D.** $\sqrt{10}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

- Ta có: $3|u - 6i| + 3|u - 1 - 3i| = 5\sqrt{10} \Leftrightarrow |u - 6i| + |u - 1 - 3i| = \dfrac{5\sqrt{10}}{3} \Rightarrow MF_1 + MF_2 = \dfrac{5\sqrt{10}}{3}$.

$\Rightarrow u$ có điểm biểu diễn M thuộc elip với hai tiêu điểm $F_1(0;6), F_2(1;3)$, tâm $I\left(\frac{1}{2};\frac{9}{2}\right)$ và độ dài trục lớn là $2a=\frac{5\sqrt{10}}{3}$ $\Rightarrow a=\frac{5\sqrt{10}}{6}$. $\overrightarrow{F_1F_2}=(1;-3)\Rightarrow F_1F_2: 3x+y-6=0$.

▪ Ta có: $|v-1+2i|=|\overline{v}+i|=|v-i| \Rightarrow NA=NB$

$\Rightarrow v$ có điểm biểu diễn N thuộc đường thẳng d là trung trực của đoạn AB với $A(1;-2), B(0;1)$.

$\overrightarrow{AB}=(-1;3)$, $K\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ là trung điểm của $AB \Rightarrow d: x-3y-2=0$.

$d(I,d)=\frac{\left|\frac{1}{2}-\frac{27}{2}-2\right|}{\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$. Dễ thấy $F_1F_2\perp d \Rightarrow \min|u-v|=\min MN=|d(I,d)-a|=\frac{2\sqrt{10}}{3}$.

Câu 28. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+13=0$, với z_1 có phần ảo dương. Biết số phức z thỏa mãn $2|z-z_1|\le|z-z_2|$, phần thực nhỏ nhất của z là

A. -2 **B.** 1 **C.** 9 **D.** 6

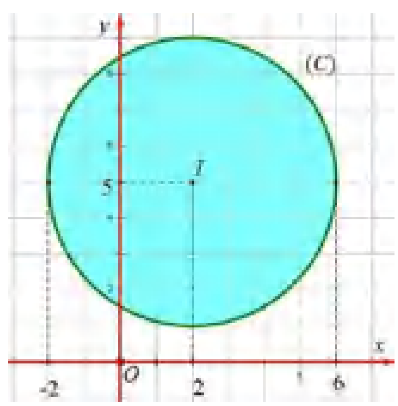
Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z^2-4z+13=0 \Leftrightarrow z_1=2+3i$ hoặc $z_2=2-3i$. Gọi $z=x+yi$, với $x,y\in\mathbb{R}$

Theo giả thiết, $2|z-z_1|\le|z-z_2| \Leftrightarrow 2\sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2}\le\sqrt{(x-2)^2+(y+3)^2}$

$\Leftrightarrow 4\left[(x-2)^2+(y-3)^2\right]\le(x-2)^2+(y+3)^2 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-5)^2\le 16$.

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là miền trong của hình tròn (C) có tâm $I(2;5)$, bán kính $R=4$, kể cả hình tròn đó.



Do đó, phần thực nhỏ nhất của z là $x_{\min}=-2$.

Câu 29. Cho số phức z thỏa mãn $|(z+2)i+1|+|(\overline{z}-2)i-1|=10$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính tổng $S=M+m$.

A. $S=8$. **B.** $S=2\sqrt{21}$. **C.** $S=2\sqrt{21}-1$. **D.** $S=9$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Giả sử $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=a-bi$.

Chia hai vế cho $|i|$ ta được: $|z+2-i|+|\overline{z}-2+i|=10$.

Đặt $M(a;b)$, $N(a;-b)$, $A(-2;1)$, $B(2;-1)$, $C(2;1) \Rightarrow NB=MC$.

Ta có: $MA+MC=10 \Rightarrow M \in (E): \dfrac{X^2}{25}+\dfrac{Y^2}{21}=1$.

Elip này có phương trình chính tắc với hệ trục tọa độ IXY, $I(0;1)$ là trung điểm AC.

Áp dụng công thức đổi trục $\begin{cases} X=x \\ Y=y-1 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{(y-1)^2}{21}=1$.

Đặt $\begin{cases} a=5\sin t \\ b-1=\sqrt{21}\cos t \end{cases}$, $t\in[0;2\pi)$

$\Rightarrow |z|^2=OM^2=a^2+b^2=25\sin^2 t+\left(1+\sqrt{21}\cos t\right)^2=26+\left(-4\cos^2 t+2\sqrt{21}\cos t\right)$.

$|z|_{\max}=1+\sqrt{21} \Leftrightarrow \cos t=1 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=1+\sqrt{21} \end{cases}$. $|z|_{\min}=-1+\sqrt{21} \Leftrightarrow \cos t=-1 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=1-\sqrt{21} \end{cases}$.

$\Rightarrow M+m=2\sqrt{21}$.

Câu 30. Cho 2018 phức z thoả mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+2|^2-|z-i|^2$. Tính môđun của 2018 phức $w=M+mi$.

A. $|w|=2\sqrt{314}$. **B.** $|w|=2\sqrt{309}$. **C.** $|w|=\sqrt{1258}$. **D.** $|w|=\sqrt{1258}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Giả sử $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$. $|z-3-4i|=\sqrt{5} \Leftrightarrow (a-3)^2+(b-4)^2=5\,(1)$.

$P=|z+2|^2-|z-i|^2=(a+2)^2+b^2-\left[a^2+(b-1)^2\right]=4a+2b+3\,(2)$.

Từ (1) và (2) ta có $20a^2+(64-8P)a+P^2-22P+137=0$ (*).

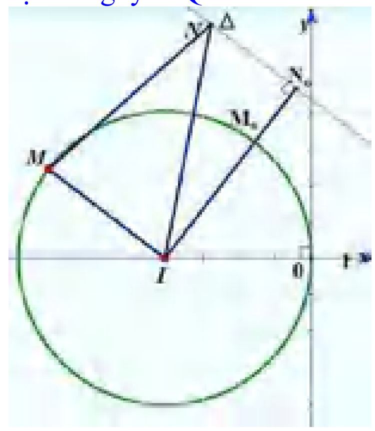
Phương trình (*) có nghiệm khi $\Delta'=-4P^2+184P-1716\ge 0 \Leftrightarrow 13\le P\le 33 \Rightarrow |w|=\sqrt{1258}$.

Câu 31. Cho hai số phức z,z' thỏa mãn $|z+5|=5$ và $|z'+1-3i|=|z'-3-6i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z-z'|$.

A. $\sqrt{10}$. **B.** $3\sqrt{10}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=x+yi$,

$N(x';y')$ là điểm biểu diễn của số phức $z=x'+y'i$.

Ta có $|z+5|=5 \Leftrightarrow |x+5+yi|=5 \Leftrightarrow (x+5)^2+y^2=5^2$.

Vậy M thuộc đường tròn $(C):(x+5)^2+y^2=5^2$

$|z'+1-3i|=|z'-3-6i| \Leftrightarrow |(x'+1)+(y'-3)i|=|(x'-3)+(y'-6)i|$

$\Leftrightarrow (x'+1)^2+(y'-3)^2=(x'-3)^2+(y'-6)^2 \Leftrightarrow 8x'+6y'=35$

Vậy N thuộc đường thẳng $\Delta: 8x+6y=35$

Dễ thấy đường thẳng Δ không cắt (C) và $|z-z'|=MN$

Áp dụng bất đẳng thức tam giác, cho bộ ba điểm (I,M,N) ta có.

$$MN \geq |IN-IM|=|IN-R| \geq |IN_0-R|=|d(I,\Delta)-R|=\left|\frac{|8.(-5)+6.0-5|}{\sqrt{8^2+6^2}}-5\right|=\frac{5}{2}$$

Dấu bằng đạt tại $M \equiv M_0; N=N_0$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2|z+1|+2|z-1|+|z-\bar{z}-4i|$ bằng:

A. $2+\dfrac{7}{\sqrt{15}}$. **B.** $2+\sqrt{3}$. **C.** $4+\dfrac{14}{\sqrt{15}}$. **D.** $4+2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $z=x+yi, (x,\ y\in\mathbb{R})$. Theo giả thiết, ta có $|z|\leq 2 \Leftrightarrow x^2+y^2\leq 4$. Suy ra $-2\leq x,\ y\leq 2$.

Khi đó, $P=2|z+1|+2|z-1|+|z-\bar{z}-4i| =2\left(\sqrt{(x+1)^2+y^2}+\sqrt{(x-1)^2+y^2}+|y-2|\right)$

$$\Leftrightarrow P=2\left(\sqrt{(x+1)^2+y^2}+\sqrt{(1-x)^2+y^2}+|y-2|\right) \geq 2\left(2\sqrt{1+y^2}+2-y\right).$$

Dấu "=" xảy ra khi $x=0$.

Xét hàm số $f(y)=2\sqrt{1+y^2}+2-y$ trên đoạn $[-2;\ 2]$, ta có:

$f'(y)=\dfrac{2y}{\sqrt{1+y^2}}-1=\dfrac{2y-\sqrt{1+y^2}}{\sqrt{1+y^2}}$; $f'(y)=0\Leftrightarrow y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Ta có $f\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)=2+\sqrt{3}$; $f(-2)=4+2\sqrt{5}$; $f(2)=2\sqrt{5}$.

Suy ra $\min\limits_{[-2;\,2]} f(y)=2+\sqrt{3}$ khi $y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Do đó $P\ge 2\left(2+\sqrt{3}\right)=4+2\sqrt{3}$. Vậy $P_{\min}=4+2\sqrt{3}$ khi $z=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{i}$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|1+z|+2|1-z|$ bằng

A. $6\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $4\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi số phức $z=x+yi$, với $x,y\in\mathbb{R}$.

Theo giả thiết, ta có $|z|=1\Leftrightarrow x^2+y^2=1$. Suy ra $-1\le x\le 1$.

Khi đó, $P=|1+z|+2|1-z|=\sqrt{(x+1)^2+y^2}+2\sqrt{(x-1)^2+y^2}=\sqrt{2x+2}+2\sqrt{2-2x}$.

Suy ra $P\le\sqrt{\left(1^2+2^2\right)\left[(2x+2)+(2-2x)\right]}$ hay $P\le 2\sqrt{5}$, với mọi $-1\le x\le 1$.

Vậy $P_{\max}=2\sqrt{5}$ khi $2\sqrt{2x+2}=\sqrt{2-2x}\Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{5},\ y=\pm\dfrac{4}{5}$.

Câu 34. Cho các số phức $z_1=3i$, $z_2=-1-3i$, $z_3=m-2i$. Tập giá trị tham số m để số phức z_3 có môđun nhỏ nhất trong 3 số phức đã cho là.

A. $\left\{-\sqrt{5};\sqrt{5}\right\}$ **B.** $\left(-\sqrt{5};\sqrt{5}\right)$ **C.** $\left(-\infty;-\sqrt{5}\right)\cup\left(\sqrt{5};+\infty\right)$ **D.** $\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$.

Hướng dẫn giải

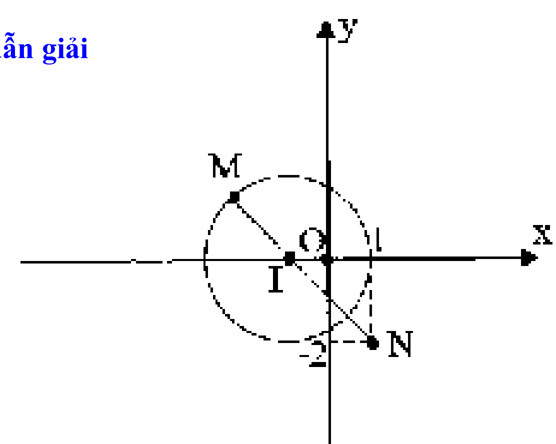
Chọn B. Ta có: $|z_1|=3$, $|z_2|=\sqrt{10}$, $|z_3|=\sqrt{m^2+4}$.

Để số phức z_3 có môđun nhỏ nhất trong 3 số phức đã cho thì $\sqrt{m^2+4}<3\Leftrightarrow -\sqrt{5}<m<\sqrt{5}$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3|=2|z|$ và $\max|z-1+2i|=a+b\sqrt{2}$. Tính $a+b$.

A. 3. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 4. **D.** $4\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải



Chọn C. Gọi $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Khi đó $|z-3|=2|z|\Leftrightarrow|(x-3)+yi|=2|x+yi|$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x-3)^2+y^2}=2\sqrt{x^2+y^2}$

$\Leftrightarrow (x-3)^2 + y^2 = 4\left(x^2+y^2\right) \Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 + 6x - 9 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + y^2 = 2^2$.

Suy ra tập hợp các điểm M biểu diễn z chính là đường tròn tâm $I(-1;0), R = 2$.

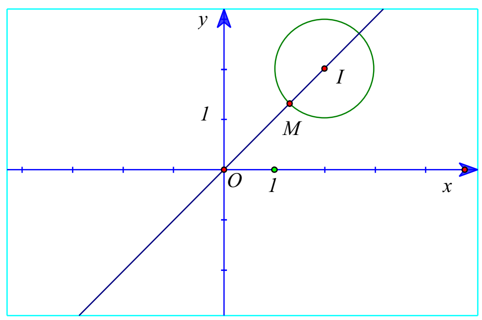
Ta có $|z-1+2i| = |z-(1-2i)| = MN,\ N(1;-2)$. Dựa vào hình vẽ nhận thấy MN lớn nhất khi đi qua tâm. Khi đó $MN = NI + IM = 2\sqrt{2} + R = 2\sqrt{2} + 2$. Suy ra $a = 2,\ b = 2$.

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn: $|z-2-2i| = 1$. Số phức $z - i$ có môđun nhỏ nhất là:

A. $\sqrt{5}+2$. **B.** $\sqrt{5}+1$. **C.** $\sqrt{5}-2$. **D.** $\sqrt{5}-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.



Ta có: $|z-2-2i| = 1 \Leftrightarrow |(x-2)+(y-2)i| = 1 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$.

Tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn của số phức z là đường tròn (C) tâm $I(2;2)$ và bán kính $R = 1$.

$|z-i| = \sqrt{x^2 + (y-1)^2} = IM$, với $I(2;2)$ là tâm đường tròn, M là điểm chạy trên đường tròn. Khoảng cách này ngắn nhất khi M là giao điểm của đường thẳng nối hai điểm $N(0;1) \in Oy, I(2;2)$ với đường tròn (C). $IM_{\min} = IN - R = \sqrt{5} - 1$

Câu 37. Cho số phức z thỏa $|z| \ge 2$. Tìm tích của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P = \left|\dfrac{z+i}{z}\right|$.

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $P = \left|1 + \dfrac{i}{z}\right| \le 1 + \dfrac{1}{|z|} \le \dfrac{3}{2}$. Mặt khác: $\left|1 + \dfrac{i}{z}\right| \ge 1 - \dfrac{1}{|z|} \ge \dfrac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\dfrac{1}{2}$, xảy ra khi $z = -2i$; giá trị lớn nhất của P bằng $\dfrac{3}{2}$ xảy ra khi $z = 2i$.

Câu 38. Tìm số phức z sao cho $\left|z-(3+4i)\right|=\sqrt{5}$ và biểu thức $P=\left|z+2\right|^2-\left|z-i\right|^2$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $z=5+5i$. **B.** $z=2+i$. **C.** $z=2+2i$. **D.** $z=4+3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$. $\left|z-(3+4i)\right|=\sqrt{5}\Leftrightarrow(x-3)^2+(y-4)^2=5$.

Đặt $\begin{cases}x-3=\sqrt{5}\sin t\Leftrightarrow x=3+\sqrt{5}\sin t\\ y-4=\sqrt{5}\cos t\Leftrightarrow y=4+\sqrt{5}\cos t\end{cases}$.

$P=\left|z+2\right|^2-\left|z-i\right|^2=4x+2y+3=4\left(3+\sqrt{5}\sin t\right)+2\left(4+\sqrt{5}\cos t\right)+3$.

$\Leftrightarrow 4\sqrt{5}\sin t+2\sqrt{5}\cos t=P-23$.

Theo điều kiện có nghiệm phương trình lượng giác.

$\Rightarrow\left(4\sqrt{5}\right)^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2\geq(P-23)^2\Leftrightarrow P^2-46P+429\leq 0\Leftrightarrow 13\leq P\leq 33$.

Vậy GTLN của P là $33\Rightarrow z=5+5i$.

Câu 39. Cho số phức z thỏa điều kiện $\left|z^2+4\right|=\left|z(z+2i)\right|$. Giá trị nhỏ nhất của $\left|z+i\right|$ bằng ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Giả sử $z=x+yi\ \left(x,\ y\in\mathbb{R}\right)$.

$$\left|z^2+4\right|=\left|z(z+2i)\right|\Leftrightarrow\left|z^2-(2i)^2\right|=\left|z(z+2i)\right|\Leftrightarrow\left|(z-2i)(z+2i)\right|=\left|z(z+2i)\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}z+2i=0 & (1)\\ \left|z-2i\right|=\left|z\right| & (2)\end{array}\right.$$

$(1)\Leftrightarrow z=-2i$. Suy ra $\left|z+i\right|=\left|-2i+i\right|=\left|-i\right|=1$.

$(2)\Leftrightarrow\left|x+yi-2i\right|=\left|x+yi\right|\Leftrightarrow\sqrt{x^2+(y-2)^2}=\sqrt{x^2+y^2}\Leftrightarrow x^2+y^2-4y+4=x^2+y^2\Leftrightarrow y=1$.

Suy ra $\left|z+i\right|=\left|x+yi+i\right|=\sqrt{x^2+(y+1)^2}=\sqrt{x^2+4}\geq 2,\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\left|z+i\right|$ bằng 1.

Câu 40. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z-1+2i\right|=3$. Tìm môđun nhỏ nhất của số phức $z-1+i$.

A. $\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z=x+yi;\ \left(x\in\mathbb{R};y\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow z-1+i=(x-1)+(y+1)i$. Ta có:

$\left|z-1+2i\right|=9\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+2)^2=9$. Đặt $x=1+3\sin t;\ y=-2+3\cos t;\ t\in\left[0;2\pi\right]$.

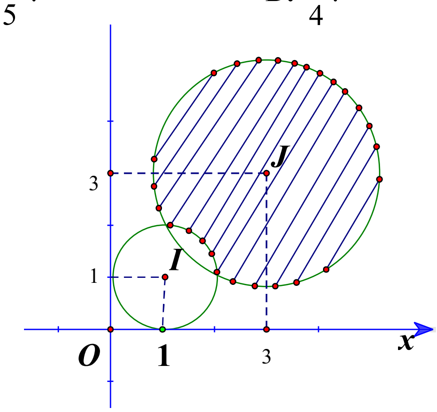
$\Rightarrow\left|z-1+i\right|^2=(3\sin t)^2+(-1+3\cos t)^2=10-6\cos t\Rightarrow 2\leq\left|z-2i\right|\leq 4\Rightarrow\left|z-1+i\right|_{\min}=2$,

khi $z=1+i$.

Câu 41. Cho số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $|z-1-i| \ge 1$ và $|z-3-3i| \le \sqrt{5}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$. Tính tỉ số $\dfrac{M}{m}$.

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{14}{5}$. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải



Chọn A.

Gọi A là điểm biểu diễn của số phức z.

Từ giả thiết $|z-1-i| \ge 1$ ta có A là các điểm nằm bên ngoài hình tròn (C_1) có tâm $I(1;1)$ bán kính $R_1 = 1$.

Mặt khác $|z-3-3i| \le \sqrt{5}$ ta có A là các điểm nằm bên trong hình tròn (C_2) có tâm $J(3;3)$ bán kính $R_2 = \sqrt{5}$.

Ta lại có: $P = x + 2y \Leftrightarrow x + 2y - P = 0\,(\Delta)$. Do đó để tồn tại x, y thì (Δ) và phần gạch chéo phải có điểm chung tức là $d(J;\Delta) \le \sqrt{5} \Leftrightarrow \dfrac{|9-P|}{\sqrt{5}} \le \sqrt{5} \Leftrightarrow |9-P| \le 5 \Leftrightarrow 4 \le P \le 14$.

Suy ra $m = 4; M = 14 \Rightarrow \dfrac{M}{m} = \dfrac{7}{2}$.

Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn $5|z-i| = |z+1-3i| + 3|z-1+i|$. Tìm giá trị lớn nhất M của $|z-2+3i|$?

A. $M = 4\sqrt{5}$ **B.** $M = 9$ **C.** $M = \dfrac{10}{3}$ **D.** $M = 1+\sqrt{13}$

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $A(0;1)$, $B(-1;3), C(1;-1)$. Ta thấy A là trung điểm của BC

$$\Rightarrow MA^2 = \frac{MB^2 + MC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \Leftrightarrow MB^2 + MC^2 = 2MA^2 + \frac{BC^2}{2} = 2MA^2 + 10.$$

Ta lại có : $5|z-i| = |z+1-3i| + 3|z-1+i| \Leftrightarrow 5MA = MB + 3MC \le \sqrt{10}.\sqrt{MB^2 + MC^2}$

$$\Rightarrow 25MA^2 \le 10\left(2MA^2 + 10\right) \Rightarrow MC \le 2\sqrt{5}$$

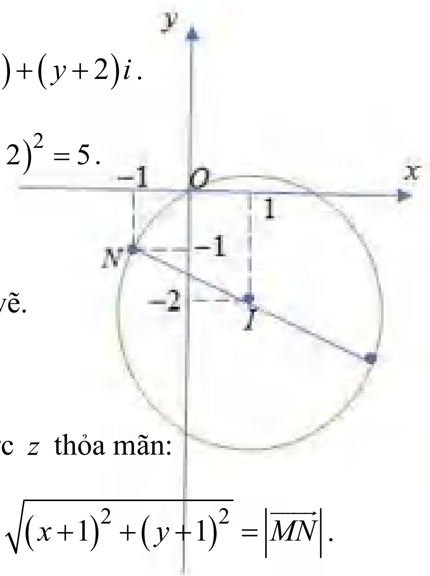
Mà $|z-2+3i| = |(z-i) + (-2+4i)| \le |z-i| + |2-4i| \le |z-i| + 2\sqrt{5} \le 4\sqrt{5}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} |z-i| = 2\sqrt{5} \\ \dfrac{a}{-2} = \dfrac{b-1}{4} \end{cases}$, với $z = a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 2-3i \ (loai) \\ z = -2+5i \end{array}\right.$.

Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z-1+2i| = \sqrt{5}$ và $w = z + 1 + i$ có môđun lớn nhất. Số phức z có môđun bằng:

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải



Chọn D. Gọi $z = x + yi \quad (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow z - 1 + 2i = (x-1) + (y+2)i$.

Ta có: $|z - 1 + 2i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2} = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$.

Suy ra tập hợp điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z thuộc

đường tròn (C) tâm $I(1;-2)$ bán kính $R = \sqrt{5}$ như hình vẽ.

Dễ thấy $O \in (C)$, $N(-1;-1) \in (C)$.

Theo đề ta có: $M(x;y) \in (C)$ là điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn:

$w = z + 1 + i = x + yi + 1 + i = (x+1) + (y+1)i \Rightarrow |z + 1 + i| = \sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} = |\overrightarrow{MN}|$.

Suy ra $|z + 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow MN$ lớn nhất.

Mà $M, N \in (C)$ nên MN lớn nhất khi MN là đường kính đường tròn $(C) \Leftrightarrow I$ là trung điểm $MN \Rightarrow M(3;-3) \Rightarrow z = 3 - 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{2}$.

Câu 44. Cho z_1, z_2, z_3 là các số phức thỏa mãn $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ và $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$. Khẳng định nào dưới đây là **sai** ?

A. $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| = |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$. **B.** $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| \le |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$.

C. $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| \ge |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$. **D.** $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| \ne |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. **Cách 1:** Ta có: $z_1 + z_2 + z_3 = 0 \Leftrightarrow z_2 + z_3 = -z_1$

$$(z_1 + z_2 + z_3)^3 = z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 + 3(z_1z_2 + z_1z_3)(z_1 + z_2 + z_3) + 3z_2z_3(z_2 + z_3)$$

$$= z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 - 3z_1z_2z_3 \Rightarrow z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 = 3z_1z_2z_3.$$

$$\Rightarrow |z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| = |3z_1z_2z_3| = 3|z_1||z_2||z_3| = 3$$

Mặt khác $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ nên $|z_1|^3 + |z_2|^3 + |z_3|^3 = 3$. Vậy phương án D sai.

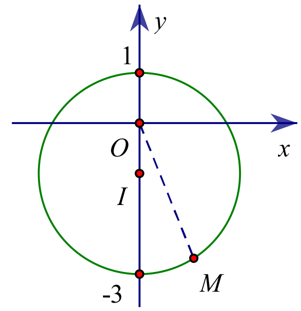
Cách 2: thay thử $z_1 = z_2 = z_3 = 1$ vào các đáp án, thấy đáp án D bị sai

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $\left|\frac{-2-3i}{3-2i}z + 1\right| = 2$. Giá trị lớn nhất của môđun số phức z là

A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt: $z = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R})$.



Ta có: $\left|\dfrac{-2-3i}{3-2i}z+1\right|=2 \Leftrightarrow |-iz+1|=2 \Leftrightarrow |z+i|=2 \Leftrightarrow x^2+(y+1)^2=4$.

Vậy tập hợp điểm M biểu diễn số phức z nằm trên đường tròn tâm $I(0;-1)$ và bán kính $R=2$

Ta có: $|z|=OM$.

Do đó giá trị lớn nhất của $|z|$ khi OM lớn nhất nghĩa là O, M, I thẳng hàng $\Rightarrow \max|z|=3$.

Câu 46. Cho số phức z thỏa mãn z không phải số thực và $w=\dfrac{z}{2+z^2}$ là số thực. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+1-i|$ là?

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn C. **Cách 1**. Xét $z=0$ suy ra $w=0$ suy ra $P=|z+1-i|=\sqrt{2}$.

Xét $z\neq 0$ suy ra $\dfrac{1}{w}=z+\dfrac{2}{z}$. Gọi $z=a+bi, b\neq 0$ suy ra $\dfrac{1}{w}=z+\dfrac{2}{z}=\left(\dfrac{2a}{a^2+b^2}+a\right)-b\left(\dfrac{2}{a^2+b^2}-1\right)i$

Vì $\dfrac{1}{w}\in\mathbb{R}$ nên $b\left(\dfrac{2}{a^2+b^2}-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ a^2+b^2=2 \end{array}\right.$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $(C): x^2+y^2=2$.

Xét điểm $A(-1;1)$ là điểm biểu diễn số phức $z_0=-1+i$, suy ra $P=MA$.

$\Rightarrow Max\ P=OA+r=2\sqrt{2}$. (Với r là bán kính đường tròn $(C): x^2+y^2=2$).

Cách 2. $w=\dfrac{z}{2+z^2} \Leftrightarrow w\left(2+z^2\right)=z \Leftrightarrow z^2-\dfrac{1}{w}z+2=0$ $(*)$,

$(*)$ là phương trình bậc hai hệ số thực $\left(\dfrac{1}{w}\in\mathbb{R}\right)$. Vì z thỏa $(*)$ nên z là nghiệm phương trình $(*)$

Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của $(*)$ suy ra $z_1.z_2=2 \Rightarrow |z_1.z_2|=2 \Leftrightarrow |z_1||z_2|=2 \Rightarrow |z|=\sqrt{2}$.

Suy ra $P=|z+1-i|\le|z|+|1-i|=\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$.

Câu 47. Biết số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z-3-4i|=\sqrt{5}$ và biểu thức $M=|z+2|^2-|z-i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính môđun của số phức $z+i$.

A. $\left|z+i\right|=5\sqrt{2}$ **B.** $\left|z+i\right|=\sqrt{41}$. **C.** $\left|z+i\right|=2\sqrt{41}$ **D.** $\left|z+i\right|=3\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z=x+yi;\ \left(x\in\mathbb{R};y\in\mathbb{R}\right)$.

Ta có: $\left|z-3-4i\right|=\sqrt{5}\Leftrightarrow\left(C\right):\left(x-3\right)^2+\left(y-4\right)^2=5$: tâm $I\left(3;4\right)$ và $R=\sqrt{5}$. Mặt khác:

$$M=\left|z+2\right|^2-\left|z-i\right|^2=\left(x+2\right)^2+y^2-\left[\left(x^2\right)+\left(y-1\right)^2\right]=4x+2y+3\Leftrightarrow d:4x+2y+3-M=0.$$

Do số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện nên d và $\left(C\right)$ có điểm chung

$$\Leftrightarrow d\left(I;d\right)\le R\Leftrightarrow\frac{\left|23-M\right|}{2\sqrt{5}}\le\sqrt{5}\Leftrightarrow\left|23-M\right|\le10\Leftrightarrow13\le M\le33$$

$$\Rightarrow M_{\max}=33\Leftrightarrow\begin{cases}4x+2y-30=0\\\left(x-3\right)^2+\left(y-4\right)^2=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\y=-5\end{cases}\Rightarrow z+i=5-4i\Rightarrow\left|z+i\right|=\sqrt{41}.$$

Câu 48. Cho số phức z và w thỏa mãn $z+w=3+4i$ và $\left|z-w\right|=9$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=\left|z\right|+\left|w\right|$.

A. $\max T=14$. **B.** $\max T=4$. **C.** $\max T=\sqrt{106}$. **D.** $\max T=\sqrt{176}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$. Do $z+w=3+4i$ nên $w=\left(3-x\right)+\left(4-y\right)i$.

Mặt khác $\left|z-w\right|=9$ nên $\left|z-w\right|=\sqrt{\left(2x-3\right)^2+\left(2y-4\right)^2}=\sqrt{4x^2+4y^2-12x-16y+25}=9$

$\Leftrightarrow 2x^2+2y^2-6x-8y=28$ $\left(1\right)$. Suy ra $T=\left|z\right|+\left|w\right|=\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{\left(3-x\right)^2+\left(4-y\right)^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunyakovsky ta có $T^2\le2\left(2x^2+2y^2-6x-8y+25\right)$ $\left(2\right)$.

Dấu "=" xảy ra khi $\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{\left(3-x\right)^2+\left(4-y\right)^2}$.

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)$ ta có $T^2\le2.\left(28+25\right)\Leftrightarrow-\sqrt{106}\le T\le\sqrt{106}$. Vậy $MaxT=\sqrt{106}$.

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z-4\right|+\left|z+4\right|=10$. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $\left|z\right|$ lần lượt là.

A. 5 và 4. **B.** 4 và 3. **C.** 5 và 3. **D.** 10 và 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $M\left(a;b\right)$ là điểm biểu diễn số phức z.

Theo đề: $\left|z-4\right|+\left|z+4\right|=10\Leftrightarrow\sqrt{\left(a-4\right)^2+b^2}+\sqrt{\left(a+4\right)^2+b^2}=10$

$$\Leftrightarrow\left(a+4\right)^2+b^2=100+\left(a-4\right)^2+b^2-20\sqrt{\left(a-4\right)^2+b^2}\Leftrightarrow20\sqrt{\left(a-4\right)^2+b^2}=100-16a$$

$\Leftrightarrow 5\sqrt{(a-4)^2+b^2}=25-4a \Leftrightarrow 25\left(a^2-8a+16+b^2\right)=625+16a^2-200a$

$\Leftrightarrow 9a^2+25b^2=225 \Leftrightarrow \dfrac{a^2}{5^2}+\dfrac{b^2}{3^2}=1$.

Dựa vào hình elip $\Rightarrow \sqrt{a^2+b^2}max \Leftrightarrow a=5 \Rightarrow b=0$ và $\sqrt{a^2+b^2}$ min $\Leftrightarrow b=3 \Rightarrow a=0$.

Câu 50. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+5|=5, |z_2+1-3i|=|z_2-3-6i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1-z_2|$ là:

A. $\dfrac{1}{2}$ **B.** $\dfrac{3}{2}$ **C.** $\dfrac{5}{2}$ **D.** $\dfrac{7}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn C. Giả sử $z_1=a_1+b_1i\left(a_1,b_1\in\mathbb{R}\right)$, $z_2=a_2+b_2i\left(a_2,b_2\in\mathbb{R}\right)$.

Ta có

□ $|z_1+5|=5 \Leftrightarrow (a_1+5)^2+b_1^2=25$. Do đó, tập hợp các điểm A biểu diễn cho số phức z_1 là đường tròn $(C):(x+5)^2+y^2=25$ có tâm là điểm $I(-5;0)$ và bán kính $R=5$.

□ $|z_2+1-3i|=|z_2-3-6i| \Leftrightarrow (a_2+1)^2+(b_2-3)^2=(a_2-3)^2+(b_2-6)^2$

$\Leftrightarrow 8a_2+6b_2-35=0$. Do đó tập hợp các điểm B biểu diễn cho số phức z_2 là đường thẳng $\Delta: 8x+6y-35=0$.

Khi đó, ta có $|z_1-z_2|=AB$. Suy ra $|z_1-z_2|_{\min}=AB_{\min}=d(I;\Delta)-R=\dfrac{|8.(-5)+6.0-35|}{\sqrt{8^2+6^2}}-5=\dfrac{5}{2}$

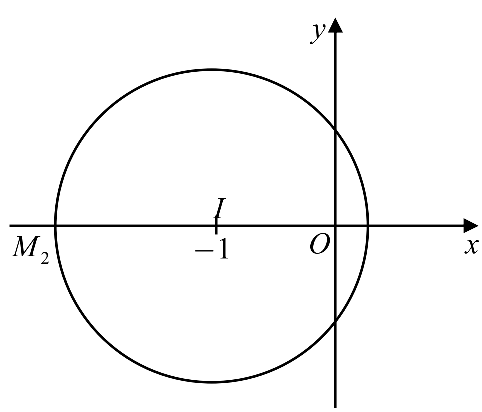
Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z_1-z_2|$ là $\dfrac{5}{2}$.

Câu 51. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1|=|(1+i)z|$. Đặt $m=|z|$, tìm giá trị lớn nhất của m.

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}-1$. **C.** $\sqrt{2}+1$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z=x+iy$ với $x,y\in\mathbb{R}$.



Ta có $|z-1|=|(1+i)z| \Leftrightarrow |z-1|=|1+i|.|z| \Leftrightarrow (x-1)^2+y^2=2(x^2+y^2) \Leftrightarrow x^2+y^2+2x-1=0$

$\Rightarrow$ tập các điểm biểu diễn z là đường tròn tâm $I(-1;0)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$.

$\Rightarrow Max|z|=OM_2=OI+R=1+\sqrt{2}$.

Câu 52. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|1+z|+3|1-z|$.

A. $6\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{20}$. **C.** $2\sqrt{20}$. **D.** $3\sqrt{15}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $z=x+yi;\ (x\in\mathbb{R};y\in\mathbb{R})$. Ta có: $|z|=1\Rightarrow\sqrt{x^2+y^2}=1\Rightarrow y^2=1-x^2\Rightarrow x\in[-1;1]$

Ta có: $P=|1+z|+3|1-z|=\sqrt{(1+x)^2+y^2}+3\sqrt{(1-x)^2+y^2}=\sqrt{2(1+x)}+3\sqrt{2(1-x)}$.

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{2(1+x)}+3\sqrt{2(1-x)};\ x\in[-1;1]$. Hàm số liên tục trên $[-1;1]$ và với $x\in(-1;1)$ ta có: $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2(1+x)}}-\dfrac{3}{\sqrt{2(1-x)}}=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{4}{5}\in(-1;1)$

Ta có: $f(1)=2;\ f(-1)=6;\ f\left(-\dfrac{4}{5}\right)=2\sqrt{20}\Rightarrow P_{\max}=2\sqrt{20}$.

Câu 53. Trong các số phức z thỏa mãn $|z|=|\overline{z}-1+2i|$, số phức có mô đun nhỏ nhất là

A. $z=5$. **B.** $z=1+\dfrac{3}{4}i$. **C.** $z=\dfrac{1}{2}+i$. **D.** $z=3+i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$ suy ra $\overline{z}=x-yi$.

Theo giả thiết ta có $x^2+y^2=(x-1)^2+(2-y)^2\Leftrightarrow -2x-4y+5=0\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{2}-2y$.

Khi đó $|z|^2=x^2+y^2=\left(\dfrac{5}{2}-2y\right)^2+y^2=5(y-1)^2+\dfrac{5}{4}\ge\dfrac{5}{4}$.

Vậy $|z|$ nhỏ nhất bằng $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ khi $\begin{cases}x=\dfrac{5}{2}-2y\\ y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}\\ y=1\end{cases}$.

Vậy số phức có mô đun nhỏ nhất là $z=\dfrac{1}{2}+i$.

Câu 54. Cho số phức thỏa mãn $|z-2+2i|=1$. Giá trị lớn nhất của $|z|$ là.

A. $4\sqrt{2}-2$. **B.** $2+\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}+1$. **D.** $3\sqrt{2}+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. **Cách 1:** Đặt $z = x + yi$ khi đó ta có

$\left|z-2+2i\right| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2+(y+2)^2} = 1 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y+2)^2 = 1$.

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(2;-2)$ bán kính $r=1$.

Phương trình đường thẳng $OI: y = -x$.

Hoành độ giao điểm của OI và đường tròn tâm $I(2;-2)$ là nghiệm phương trình tương giao:

$(x-2)^2+(-x+2)^2 = 1 \Leftrightarrow x = 2 \pm \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Ta có hai tọa độ giao điểm là $M\left(2+\dfrac{1}{\sqrt{2}};-2-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ và $M'\left(2-\dfrac{1}{\sqrt{2}};-2+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

Ta thấy $OM = 2\sqrt{2}+1; OM' = 2\sqrt{2}-1$. Vậy tại giá trị lớn nhất của $|z| = 2\sqrt{2}+1$.

Cách 2: Casio: Quy tắc tính đối với bài toán tổng quát như sau.

Cho số phức z thỏa mãn $|z-z_1| = r$. Tìm GTLN, GTNN của $P = |z-z_2|$.

Bước 1: Tính $a = |z_1 - z_2|$.

Bước 2: GTLN của $P = a + r$, GTNN của $P = a - r$.

Áp dụng đối với bài này ta có $r = 1; z_1 = 2-2i, z_2 = 0 \Rightarrow a = |z_1 - z_2| = 2\sqrt{2}$.

Vậy GTLN của $|z| = 2\sqrt{2}+1$.

Cách 3: Xét $|z-2+2i| = 1 \Leftrightarrow 1 = |z-(2-2i)| \ge |z| - |2-2i| = |z| - 2\sqrt{2}$.

Vậy $|z| \le 1 + 2\sqrt{2}$, GTLN của $|z| = 1+2\sqrt{2}$.

Câu 55. Cho số phức z thỏa điều kiện $\left|z^2+4\right| = \left|z(z+2i)\right|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z+i|$ bằng ?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Giả sử $z = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R})$.

$$\left|z^2+4\right| = \left|z(z+2i)\right| \Leftrightarrow \left|z^2-(2i)^2\right| = \left|z(z+2i)\right| \Leftrightarrow \left|(z-2i)(z+2i)\right| = \left|z(z+2i)\right| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} z+2i=0 & (1) \\ |z-2i| = |z| & (2) \end{array}\right.$$

$(1) \Leftrightarrow z = -2i$. Suy ra $|z+i| = |-2i+i| = |-i| = 1$.

$(2) \Leftrightarrow |x+yi-2i| = |x+yi| \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y-2)^2} = \sqrt{x^2+y^2} \Leftrightarrow x^2+y^2-4y+4 = x^2+y^2 \Leftrightarrow y = 1$

Suy ra $|z+i| = |x+yi+i| = \sqrt{x^2+(y+1)^2} = \sqrt{x^2+4} \ge 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z+i|$ bằng 1.

Câu 56. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để có đúng 2 số phức z thỏa $\left|z-(m-1)+i\right|=8$ và $\left|z-1+i\right|=\left|\overline{z}-2+3i\right|$.

A. 66. **B.** 65. **C.** 131. **D.** 130.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $z=x+iy$ $(x,y\in\mathbb{R})$

Ta có: $\left|z-(m-1)+i\right|=2$ $\Leftrightarrow$ tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(m-1;-1)$, bán kính $R=8$.

Ta có: $\left|z-1+i\right|=\left|\overline{z}-2+3i\right|$ $\Leftrightarrow$ tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng $d: 2x+8y-11=0$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ khoảng cách từ I đến d nhỏ hơn R $\Leftrightarrow\left|2m-21\right|<8\sqrt{68}$

$\Leftrightarrow\dfrac{21}{2}-4\sqrt{68}<m<\dfrac{21}{2}+4\sqrt{68}$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $-22\le m\le 43$ $\Rightarrow$ có 66 giá trị thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 57. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z\right|\le 1$. Đặt $A=\dfrac{2z-i}{2+iz}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\left|A\right|<1$. **B.** $\left|A\right|>1$. **C.** $\left|A\right|\le 1$. **D.** $\left|A\right|\ge 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt Có $a=a+bi,\left(a,\,b\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow a^2+b^2\le 1$ (do $\left|z\right|\le 1$)

$\left|A\right|=\left|\dfrac{2z-i}{2+iz}\right|=\left|\dfrac{2a+(2b-1)i}{2-b+ai}\right|=\sqrt{\dfrac{4a^2+(2b+1)^2}{(2-b)^2+a^2}}$ Ta chứng minh $\dfrac{4a^2+(2b+1)^2}{(2-b)^2+a^2}\le 1$.

Thật vậy ta có $\dfrac{4a^2+(2b+1)^2}{(2-b)^2+a^2}\le 1\Leftrightarrow 4a^2+(2b+1)^2\le(2-b)^2+a^2\Leftrightarrow a^2+b^2\le 1$

Dấu "=" xảy ra khi $a^2+b^2=1$. Vậy $\left|A\right|\le 1$.

Câu 58. Trong tập hợp các số phức z thỏa mãn: $\left|\dfrac{z+2-i}{z+1-i}\right|=\sqrt{2}$. Tìm môđun lớn nhất của số phức $z+i$.

A. $2+\sqrt{2}$. **B.** $3+\sqrt{2}$. **C.** $3-\sqrt{2}$. **D.** $2-\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $z=x+yi$, $x,y\in\mathbb{R}$.

$\left|\dfrac{z+2-i}{z+1-i}\right|=\sqrt{2}\Leftrightarrow\dfrac{\left|z+2-i\right|}{\left|z+1-i\right|}=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left|(x+2)+(y-1)i\right|=\sqrt{2}\left|(x+1)+(y-1)i\right|$.

$\Leftrightarrow\sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}=\sqrt{2}\sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}$.

$\Leftrightarrow (x+2)^2+(y-1)^2=2\left[(x+1)^2+(y-1)^2\right]. \Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=2$.

Suy ra $(y-1)^2 \le 2 \Rightarrow y \le 1+\sqrt{2}$.

Ta có $x^2+(y-1)^2=2 \Leftrightarrow x^2+(y+1)^2=2+4y \Rightarrow |z+i|^2=2+4y \le 2+4\left(1+\sqrt{2}\right)=6+4\sqrt{2}$

$\Rightarrow |z+1| \le \sqrt{6+4\sqrt{2}}=2+\sqrt{2}$. Vậy $|z+1|=2+\sqrt{2}$ là môđun lớn nhất của số phức $z+i$.

Câu 59. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z^2-2z+5\right|=\left|(z-1+2i)(z+3i-1)\right|$. Tính $\min|w|$, với $w=z-2+2i$.

A. $\min|w|=\frac{1}{2}$. **B.** $\min|w|=1$. **C.** $\min|w|=2$. **D.** $\min|w|=\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có

$\left|z^2-2z+5\right|=\left|(z-1+2i)(z+3i-1)\right| \Leftrightarrow \left|(z-1+2i)(z-1-2i)\right|=\left|(z-1+2i)(z+3i-1)\right|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z-1+2i=0 \\ \left|(z-1-2i)\right|=\left|(z+3i-1)\right| \end{array}\right.$.

Trường hợp 1: $z-1+2i=0 \Rightarrow w=-1 \Rightarrow |w|=1 \ (1)$.

Trường hợp 2: $|z-1-2i|=|z+3i-1|$.

Gọi $z=a+bi$ (với $a,b\in\mathbb{R}$) khi đó ta được

$\left|a-1+(b-2)i\right|=\left|(a-1)+(b+3)i\right| \Leftrightarrow (b-2)^2=(b+3)^2 \Leftrightarrow b=-\frac{1}{2}$.

Suy ra $w=z-2+2i=a-2+\frac{3}{2}i \Rightarrow |w|=\sqrt{(a-2)^2+\frac{9}{4}} \ge \frac{3}{2} \ (2)$.

Từ (1), (2) suy ra $\min|w|=1$.

Câu 60. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-3i|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

A. $\sqrt{13}$. **B.** $1+\sqrt{13}$. **C.** $2+\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{13}-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z=x+yi,\ (x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có: $|z-2-3i|=1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2}=1 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-3)^2=1$.

Đặt: $\begin{cases} x-2=\sin t \\ y-3=\cos t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2+\sin t \\ y=3+\cos t \end{cases}$.

Ta được: $z^2=x^2+y^2=(2+\sin t)^2+(3+\cos t)^2=4\sin t+6\cos t+14$.

$=\sqrt{4^2+6^2}\sin(t+\alpha)+14=2\sqrt{13}\sin(t+\alpha)+14$. Suy ra: $|z|\le\sqrt{2\sqrt{13}+14}=\sqrt{13}+1$.

Câu 61. Gọi điểm A, B lần lượt biểu diễn các số phức z và $z' = \frac{1+i}{2}z$; $(z \neq 0)$ trên mặt phẳng tọa độ (A, B, C và A', B', C' đều không thẳng hàng). Với O là gốc tọa độ, khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tam giác OAB vuông cân tại A.
B. Tam giác OAB đều.
C. Tam giác OAB vuông cân tại O.
D. Tam giác OAB vuông cân tại B.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $OA = |z|; |OB| = |z'| = \left|\frac{1+i}{2}.z\right| = \left|\frac{1+i}{2}\right|.|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}|z|$

Ta có: $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} \Rightarrow BA = |z - z'| = \left|z - \frac{1+i}{2}z\right| = \left|\frac{1-i}{2}\right|.|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}|z|$

Suy ra: $OA^2 = OB^2 + AB^2$ và $AB = OB \Rightarrow OAB$ là tam giác vuông cân tại B.

Câu 62. Xét số phức $z = a + bi\left(a, b \in R, b > 0\right)$ thỏa mãn $|z| = 1$. Tính $P = 2a + 4b^2$ khi $|z^3 - z + 2|$ đạt giá trị lớn nhất .

A. $P = 4$.
B. $P = 2 - \sqrt{2}$.
C. $P = 2$.
D. $P = 2 + \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$|z| = 1 \Rightarrow \bar{z} = \frac{1}{z}$. Do $b > 0 \Rightarrow -1 < a < 1$

Ta có : $|z^3 - z + 2| = \left|z - \frac{1}{z} + \frac{2}{z^2}\right| = \left|z - \bar{z} + 2\bar{z}^2\right| = 2\left|bi + (a - bi)^2\right| = 2\left|bi + a^2 - b^2 - 2abi\right|$

$= 2\sqrt{\left(a^2 - b^2\right)^2 + (b - 2ab)^2} = 2\sqrt{b^2 - 4ab^2 + 1} = 2\sqrt{1 - a^2 - 4a\left(1 - a^2\right) + 1} = 2\sqrt{4a^3 - a^2 - 4a + 2}$

Biểu thức trên đạt GTLN trên miền $-1 < a < 1$ khi $a = \frac{-1}{2} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (do $b > 0$)

Vậy $P = 2a + 4b^2 = 2$

Câu 63. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. 1.
B. $\sqrt{2}$.
C. 0.
D. $\sqrt{2} - 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $|z - 1| = 1 \Rightarrow$ Quỹ tích điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn (C) tâm $I(1;0)$, bán kính $R = 1$. Mặt khác $\begin{cases} |z| = OM \\ O \in (C) \end{cases} \Rightarrow |z|_{\min} = 0$.

Câu 64. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 4 + 3i| = 2$. Giả sử biểu thức $P = |z|$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất khi z lần lượt bằng $z_1 = a_1 + b_1 i$ $\left(a_1, b_1 \in \mathbb{R}\right)$ và $z_2 = a_2 + b_2 i$ $\left(a_2, b_2 \in \mathbb{R}\right)$. Tính $S = a_1 + a_2$

A. $S = 8$.
B. $S = 10$.
C. $S = 4$.
D. $S = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$

$|z-4+3i|=2 \Leftrightarrow |a+ib-4+3i|=2 \Leftrightarrow |a-4+(b+3)i|=2 \Leftrightarrow (a-4)^2+(b+3)^2=4$

Khi đó tập hợp các điểm $M(a;b)$ biểu diễn số phức $z=a+bi$ thuộc vào đường tròn (C) có tâm $I(4;-3)$, $R=2$. Ta có $OI=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Suy ra $|z|_{\max}=OI+R=5+2=7$, $|z|_{\min}=|OI-R|=5-2=3$.

Gọi Δ là đường thẳng qua hai điểm OI ta có phương trình của $(\Delta): 3x+4y=0$. Gọi M và N lần lượt là hai giao điểm của (Δ) và (C) sao cho $OM=3$ và $ON=7$ khi đó

$$\begin{cases} \overrightarrow{OM}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{OI} \Rightarrow M\left(\dfrac{12}{5};-\dfrac{9}{5}\right) \\ \overrightarrow{ON}=\dfrac{7}{5}\overrightarrow{OI} \Rightarrow N\left(\dfrac{28}{5};-\dfrac{21}{5}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1=\dfrac{28}{5}-\dfrac{21}{5}i \\ z_2=\dfrac{12}{5}-\dfrac{9}{5}i \end{cases} \Rightarrow S=\dfrac{28}{5}+\dfrac{12}{5}=8.$$

Câu 65. Cho số phức z thỏa mãn $|(1+i)z+2|+|(1+i)z-2|=4\sqrt{2}$. Gọi $m=\max|z|$, $n=\min|z|$ và số phức $w=m+ni$. Tính $|w|^{2018}$

A. 5^{1009}. **B.** 6^{1009}. **C.** 2^{1009}. **D.** 4^{1009}.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $|(1+i)z+2|+|(1+i)z-2|=4\sqrt{2} \Leftrightarrow |z+1-i|+|z-1+i|=4$.

Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z, $F_1(-1;1)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_1=-1+i$ và $F_2(1;-1)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_2=1-i$. Khi đó ta có $MF_1+MF_2=4$. Vậy tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là Elip nhận F_1 và F_2 làm hai tiêu điểm.

Ta có $F_1F_2=2c \Leftrightarrow 2c=2\sqrt{2} \Leftrightarrow c=\sqrt{2}$.

Mặt khác $2a=4 \Leftrightarrow a=2$ suy ra $b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{4-2}=\sqrt{2}$.

Do đó Elip có độ dài trục lớn là $A_1A_2=2a=4$, độ dài trục bé là $B_1B_2=2b=2\sqrt{2}$.

Mặt khác O là trung điểm của AB nên $\mathrm{m}=\max|z|=\max OM=OA_1=a=2$ và $\mathrm{n}=\min|z|=\min OM=OB_1=b=\sqrt{2}$. Do đó $w=2+\sqrt{2}i$ suy ra $|w|=\sqrt{6} \Rightarrow |w|^{2018}=6^{1009}$.

Câu 66. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+1|+|z^2-z+1|$. Giá trị của $M.m$ bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{13\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{13\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Đặt $t=|z+1|\le|z|+1=2$ nên $t\in[0;2]$.

Do $|z|=1$ nên $z.\bar{z}=1 \Rightarrow P=|z+1|+|z^2-z+z.\bar{z}|=|z+1|+|z+\bar{z}-1|$.

Ta có $t^2=|z+1|^2=(z+1)(\overline{z}+1)=z.\overline{z}+(z+\overline{z})+1=2+(z+\overline{z})$ nên $z+\overline{z}=t^2-2$.

Vậy $P=f(t)=t+|t^2-3|$, với $t\in[0;2]$.

Khi đó, $f(t)=\begin{cases} t^2+t-3 & \text{khi}\sqrt{3}\le t\le 2 \\ -t^2+t+3 & \text{khi}\, 0\le t<\sqrt{3}\end{cases}$ nên $f'(t)=\begin{cases} 2t+1 & \text{khi}\sqrt{3}<t\le 2 \\ -2t+1 & \text{khi}\, 0\le t<\sqrt{3}\end{cases}$.

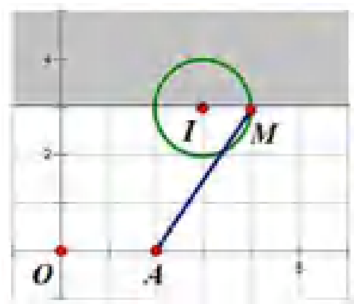
$f'(t)=0 \Rightarrow t=\dfrac{1}{2}$. $f(0)=3$; $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{13}{4}$; $f(\sqrt{3})=\sqrt{3}$; $f(2)=3$.

Vậy $M=\dfrac{13}{4}$; $m=\sqrt{3}$ nên $M.m=\dfrac{13\sqrt{3}}{4}$.

Câu 67. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2i|\le|z-4i|$ và $|z-3-3i|=1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-2|$ là:

A. $\sqrt{10}+1$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{13}+1$.

Hướng dẫn giải



Chọn B. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z

ta có: $|z-2i|\le|z-4i| \Leftrightarrow x^2+(y-2)^2\le x^2+(y-4)^2$

$\Leftrightarrow y\le 3$; $|z-3-3i|=1$

$\Leftrightarrow$ điểm M nằm trên đường tròn tâm $I(3;3)$ và bán kính bằng 1.

Biểu thức $P=|z-2|=AM$ trong đó $A(2;0)$, theo hình vẽ thì giá trị lớn nhất của $P=|z-2|$ đạt được khi $M(4;3)$ nên $\max P=\sqrt{(4-2)^2+(3-0)^2}=\sqrt{13}$.

Câu 68. Trong mặt phẳng tọa độ, hãy tìm số phức z có môđun nhỏ nhất, biết rằng số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2-4i|=\sqrt{5}$.

A. $z=-1-2i$. **B.** $z=1-2i$. **C.** $z=-1+2i$. **D.** $z=1+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có: $|z-2-4i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow|a+bi-2-4i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow|(a-2)+(b-4)i|=\sqrt{5}$.

$\Leftrightarrow\sqrt{(a-2)^2+(b-4)^2}=\sqrt{5}\Leftrightarrow(a-2)^2+(b-4)^2=5$.

Ta có: $|z-(2+4i)|=\sqrt{5}\Rightarrow$ Tập hợp các số phức là đường tròn (C) tậm $I(2;4)$, bán kính $R=\sqrt{5}$

Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z. Ta có: $|z|=|z-0|=OM$.

OM nhỏ nhất $\Rightarrow I,O,M$ thẳng hàng.

Ta có: $(IM): y=2x$. M là giao điểm của IM và $(C)\Rightarrow M(1;2)\vee M(3;6)\Rightarrow z=1+2i\vee z=3+6i$.

Ta có: $\left|1+2i\right|=\sqrt{5}$, $\left|3+6i\right|=3\sqrt{5}$. Chọn $z=1+2i$.

Câu 69. Cho z là số phức thay đổi thỏa mãn $\left|(1+i)z+2-i\right|=4$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn cho z trong mặt phẳng phức. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=\left|x+y+3\right|$.

A. $4+2\sqrt{2}$. **B.** 8. **C.** 4. **D.** $4\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $\left|(1+i)z+2-i\right|=4 \Leftrightarrow \left|z+\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i\right|=2\sqrt{2}$.

Vậy quỹ tích điểm biểu diễn cho số phức z là đường tròn (C) tâm $I\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ bán kính $R=2\sqrt{2}$ (1)

Biểu thức $T=\left|x+y+3\right|$, với $T\ge 0$ thì ta có $\left[\begin{array}{l} x+y+3-T=0 \\ x+y+3+T=0 \end{array}\right.$ (2).

Khi đó điểm M là điểm thuộc đường tròn (C) và một trong hai đường thẳng trong (2).

Điều kiện để một trong hai đường thẳng trên cắt đường tròn (C) là

$$\left[\begin{array}{l} \dfrac{\left|4-T\right|}{\sqrt{2}}\le 2\sqrt{2} \\ \dfrac{\left|T+4\right|}{\sqrt{2}}\le 2\sqrt{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0\le T\le 8 \\ -8\le T\le 0 \end{array}\right. \Rightarrow 0\le T\le 8. \text{ Vậy } \max T=8.$$

Câu 70. Trong các số phức z thỏa mãn $\left|z-i\right|=\left|\overline{z}-2-3i\right|$. Hãy tìm z có môđun nhỏ nhất.

A. $z=\frac{27}{5}+\frac{6}{5}i$. **B.** $z=-\frac{6}{5}-\frac{27}{5}i$. **C.** $z=-\frac{6}{5}+\frac{27}{5}i$. **D.** $z=\frac{3}{5}-\frac{6}{5}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Giả sử $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R}) \Rightarrow \overline{z}=x-yi$.

Ta có $\left|x+yi-i\right|=\left|x-yi-2-3i\right| \Leftrightarrow \left|x+(y-1)i\right|=\left|(x-2)-(y+3)i\right|$

$\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=(x-2)^2+(y+3)^2 \Leftrightarrow 1-2y=13-4x+6y \Leftrightarrow 4x=12+8y \Leftrightarrow x=2y+3$.

Do đó $\left|z\right|^2=x^2+y^2=(2y+3)^2+y^2=5y^2+12y+9=\left(y\sqrt{5}+\frac{6}{\sqrt{5}}\right)^2+\frac{9}{5}\ge\frac{9}{5}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow y=-\frac{6}{5}$, khi đó $x=\frac{3}{5} \Rightarrow z=\frac{3}{5}-\frac{6}{5}i$.

Câu 71. Cho số phức z, tìm giá trị lớn nhất của $\left|z\right|$ biết rằng z thỏa mãn điều kiện $\left|\frac{-2-3i}{3-2i}z+1\right|=1$.

A. $\sqrt{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có: $\left|\frac{-2-3i}{3-2i}z+1\right|=1 \Leftrightarrow \left|-iz+1\right|=1 \Leftrightarrow \left|z+i\right|=1 \Leftrightarrow x^2+(y+1)^2=1$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=1$.

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z, ta có $IM=1$. Ta có: $|z|=OM\le OI+IM\le 2$.

Câu 72. Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z-2-4i|=|z-2i|$. Tìm môđun nhỏ nhất của số phức $z+2i$.

A. $3\sqrt{5}$. **B.** $3\sqrt{2}$ **C.** $3+\sqrt{2}$ **D.** $\sqrt{5}$

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z=x+yi;\ (x\in\mathbb{R};y\in\mathbb{R})$.

Ta có: $|z-2-4i|=|z-2i|\Leftrightarrow\sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2}=\sqrt{x^2+(y-2)^2}\Leftrightarrow x+y-4=0\Leftrightarrow y=4-x$.

Ta có: $|z+2i|^2=x^2+(y+2)^2=x^2+(6-x)^2=2x^2-12x+36=2(x-3)^2+18\ge 18$

$\Rightarrow |z+2i|_{\min}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ khi $z=3+i$.

Câu 73. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2|+|z+2|=5$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính $M+m$?

A. $M+m=1$ **B.** $M+m=4$ **C.** $M+m=\dfrac{17}{2}$ **D.** $M+m=8$

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $M(x;y)$, $F_1(-2;0)$, $F_1(2;0)$ biểu diễn cho số phức $z,-2,2$.

Ta có $MF_1+MF_2=5\Rightarrow M$ chạy trên Elip có trục lớn $2a=5$, trục nhỏ $2b=2\sqrt{\dfrac{25}{4}-4}=3$.

Mà $|z|=OM$. Do đó giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|z|$ là $M=\dfrac{5}{2}$; $m=\dfrac{3}{2}$.

Suy ra $M+m=4$.

Câu 74. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z-5+3i|=3$, $|iw+4+2i|=2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|3iz+2w|$.

A. $\sqrt{578}+13$ **B.** $\sqrt{578}+5$ **C.** $\sqrt{554}+13$ **D.** $\sqrt{554}+5$

Hướng dẫn giải

Chọn C. $|z-5+3i|=3\Rightarrow|3iz-15i-9|=9$ là đường tròn có tâm $I(9;15)$ và $R=9$.

$|iw+4+2i|=2\Rightarrow|2w-8i+4|=4$ là đường tròn có tâm $J(4;-8)$ và $R'=4$.

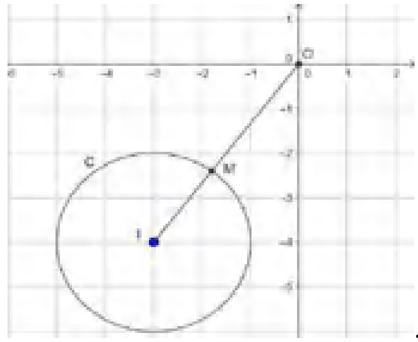
$T=|3iz+2w|$ đạt giá trị lớn nhất khi $T=IJ+R+R'=\sqrt{554}+13$.

Câu 75. Trong các số phức z thỏa $|z+3+4i|=2$, gọi z_0 là số phức có mô đun nhỏ nhất. Khi đó.

A. Không tồn tại số phức z_0 **B.** $|z_0|=7$ **C.** $|z_0|=2$ **D.** $|z_0|=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



.

Cách 1: Đặt $z = a + bi \ (a, b \in \mathbb{R})$. Khi đó $|z + 3 + 4i| = 2 \Leftrightarrow (a+3)^2 + (b+4)^2 = 4$.

Suy ra biểu diễn hình học của số phức z là đường tròn (C) tâm $I(-3;-4)$ và bán kính $R = 5$.

Gọi $M(z)$ là điểm biểu diễn số phức z. Ta có: $M(z) \in (C)$.

$|z| = OM \geq OI - R = 3$. Vậy $|z|$ bé nhất bằng 3 khi $M(z) = (C) \cap IM$.

Cách 2: Đặt $\begin{cases} a + 3 = 2\cos\varphi \\ b + 4 = 2\sin\varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 + 2\cos\varphi \\ b = -4 + 2\sin\varphi \end{cases}$.

$\Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(2\cos\varphi - 3)^2 + (2\sin\varphi - 4)^2} = \sqrt{29 - 12\cos\varphi - 16\sin\varphi}$.

$= \sqrt{29 - 20\left(\frac{3}{5}\cos\varphi + \frac{4}{5}\sin\varphi\right)} = \sqrt{29 - 20\cos(\alpha - \varphi)} \geq \sqrt{9} \quad \Rightarrow |z_0| = 3$

.

Câu 76. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z^2 + 4| = 2|z|$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\frac{\sqrt{2}-1}{3} \leq |z| \leq \frac{\sqrt{2}+1}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}-1}{6} \leq |z| \leq \frac{\sqrt{3}+1}{6}$.

C. $\sqrt{5} - 1 \leq |z| \leq \sqrt{5} + 1$.

D. $\sqrt{6} - 1 \leq |z| \leq \sqrt{6} + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Áp dụng bất đẳng thức $|u| + |v| \geq |u + v|$, ta được

$2|z| + |-4| = |z^2 + 4| + |-4| \geq |z|^2 \Rightarrow |z|^2 - 2|z| - 4 \leq 0 \Rightarrow |z| \leq \sqrt{5} + 1$

$2|z| + |z|^2 = |z^2 + 4| + |-z^2| \geq 4 \Rightarrow |z|^2 + 2|z| - 4 \geq 0 \Rightarrow |z| \geq \sqrt{5} - 1$

Vậy, $|z|$ nhỏ nhất là $\sqrt{5} - 1$, khi $z = -i + i\sqrt{5}$ và $|z|$ lớn nhất là $\sqrt{5} + 1$, khi $z = i + i\sqrt{5}$.

Câu 77. Cho số phức z thỏa mãn $|(1-i)z - 6 - 2i| = \sqrt{10}$. Tìm môđun lớn nhất của số phức z.

A. $3 + \sqrt{5}$

B. $4\sqrt{5}$

C. $3\sqrt{5}$.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z = x + yi$; $\left(x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}\right)$. Ta có

$$\left|\left(1-i\right)z-6-2i\right|=\sqrt{10}\Leftrightarrow\left|\left(1-i\right)\right|.\left|z+\frac{-6-2i}{1-i}\right|=\sqrt{10}\Leftrightarrow\left|z-2-4i\right|=\sqrt{5}\Leftrightarrow\left(x-2\right)^2+\left(y-4\right)^2=5.$$

Đặt $x = 2+\sqrt{5}\sin t; y = 4+\sqrt{5}\cos t;\ t\in\left[0;2\pi\right]$. Lúc đó:

$$\left|z\right|^2=\left(2+\sqrt{5}\sin t\right)^2+\left(4+\sqrt{5}\cos t\right)^2=25+\left(4\sqrt{5}\sin t+8\sqrt{5}\cos t\right)$$

$$=25+\sqrt{\left(4\sqrt{5}\right)^2+\left(8\sqrt{5}\right)^2}\sin\left(t+\alpha\right);\ \left(\alpha\in\mathbb{R}\right)$$

$$\Rightarrow\left|z\right|^2=25+20\sin\left(t+\alpha\right)\Rightarrow z\in\left[\sqrt{5};3\sqrt{5}\right]\ \Rightarrow z_{\max}=3\sqrt{5}$$ đạt được khi $z = 3+6i$.

Câu 78. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|z-2-4i\right|=\left|z-2i\right|$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất.

A. $z=-1+i$. **B.** $z=3+2i$. **C.** $z=2+2i$. **D.** $z=-2+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z = x+yi,\ \left(x,y\in\mathbb{R}\right)$, ta có:

$$\left|z-2-4i\right|=\left|z-2i\right|\Rightarrow x+y=4\ \Rightarrow\left|z\right|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{2(x-2)^2+8}\ge2\sqrt{2}\Rightarrow z=2+2i.$$

Câu 79. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z-1+2i\right|=2$. Tìm môđun lớn nhất của số phức z.

A. $\sqrt{5+6\sqrt{5}}$. **B.** $\sqrt{11+4\sqrt{5}}$. **C.** $\sqrt{6+4\sqrt{5}}$. **D.** $\sqrt{9+4\sqrt{5}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z = x+yi$; $\left(x\in\mathbb{R}; y\in\mathbb{R}\right)$. Ta có: $\left|z-1+2i\right|=2\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2=4$.

Đặt $x=1+2\sin t; y=-2+2\cos t;\ t\in\left[0;2\pi\right]$. Lúc đó:

$$\left|z\right|^2=\left(1+2\sin t\right)^2+\left(-2+2\cos t\right)^2=9+\left(4\sin t-8\cos t\right)=9+\sqrt{4^2+8^2}\sin\left(t+\alpha\right);\ \left(\alpha\in\mathbb{R}\right)$$

$$\Rightarrow\left|z\right|^2=9+4\sqrt{5}\sin\left(t+\alpha\right)\Rightarrow z\in\left[-\sqrt{9+4\sqrt{5}};\sqrt{9+4\sqrt{5}}\right]$$

$$\Rightarrow z_{\max}=\sqrt{9+4\sqrt{5}}$$ đạt được khi $z=\dfrac{5+2\sqrt{5}}{5}+\dfrac{-10+4\sqrt{5}}{5}i$.

Câu 80. Cho số phức z thỏa mãn z không phải số thực và $w=\dfrac{z}{2+z^2}$ là số thực. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\left|z+1-i\right|$ là.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 8. **D.** $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. **Cách 1.** Xét $z\ne0$ suy ra $\dfrac{1}{w}=z+\dfrac{2}{z}$. Gọi $z=a+bi, b\ne0$.

Suy ra $\frac{1}{w}=z+\frac{2}{z}=\left(\frac{2a}{a^2+b^2}+a\right)-b\left(\frac{2}{a^2+b^2}-1\right)i$.

Vì $\frac{1}{w}\in\mathbb{R}$ nên $b\left(\frac{2}{a^2+b^2}-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=0\\a^2+b^2=2\end{array}\right.$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng Oxy là đường tròn $(C):x^2+y^2=2$.

Xét điểm $A(-1;1)$ là điểm biểu diễn số phức $z_0=-1+i$

Suy ra $P=MA\Rightarrow \max P=OA+r=2\sqrt{2}$. Với r là bán kính đường tròn $(C):x^2+y^2=2$.

Cách 2. $w=\frac{z}{2+z^2}\Leftrightarrow w\left(2+z^2\right)=z\Leftrightarrow z^2-\frac{1}{w}z+2=0$ $(*)$. $(*)$ là phương trình bậc hai với hệ số thực $\left(\frac{1}{w}\in\mathbb{R}\right)$. Vì z thỏa $(*)$ nên z là nghiệm phương trình $(*)$. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm của $(*)$ suy ra $z_1.z_2=2\Rightarrow|z_1.z_2|=2\Leftrightarrow|z_1||z_2|=2\Rightarrow|z|=\sqrt{2}$. Suy ra
$P=|z+1-i|\le|z|+|1-i|=\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$. Dấu bằng xảy ra khi $z=1-i$.

Câu 81. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P=\left|\frac{z+i}{z}\right|$, với z là số phức khác 0 thỏa mãn $|z|\ge 2$. Tính $2M-m$.

A. $2M-m=\frac{5}{2}$. **B.** $2M-m=10$. **C.** $2M-m=6$. **D.** $2M-m=\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $P=\left|\frac{z+i}{z}\right|=\frac{|z+i|}{|z|}\le\frac{|z|+|i|}{|z|}=1+\frac{1}{|z|}\le\frac{3}{2}$. Dấu bằng xảy ra khi $z=2i$. Vậy $M=\frac{3}{2}$.

$P=\left|\frac{z+i}{z}\right|=\frac{|z+i|}{|z|}\ge\frac{\left||z|-|i|\right|}{|z|}=\frac{|z|-|i|}{|z|}=1-\frac{1}{|z|}\ge\frac{1}{2}$. Dấu bằng xảy ra khi $z=-2i$. Vậy $m=\frac{1}{2}$.

Vậy $2M-m=\frac{5}{2}$.

Câu 82. Cho số phức z thỏa mãn $|z+1-i|=|z-3i|$ và số phức $w=\frac{1}{z}$. Tìm giá trị lớn nhất của $|w|$.

A. $|w|_{\max}=\frac{9\sqrt{5}}{10}$. **B.** $|w|_{\max}=\frac{7\sqrt{5}}{10}$. **C.** $|w|_{\max}=\frac{4\sqrt{5}}{7}$. **D.** $|w|_{\max}=\frac{2\sqrt{5}}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Đặt $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$.

$|z+1-i|=|z-3i|\Leftrightarrow(a+1)^2+(b-1)^2=a^2+(b-3)^2\Leftrightarrow a=-2b+\frac{7}{2}$.

$|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{\left(-2b+\frac{7}{2}\right)^2+b^2}=\sqrt{5b^2-14b+\frac{49}{4}}=\sqrt{5\left(b-\frac{7}{5}\right)^2+\frac{49}{20}}\geq\frac{7}{2\sqrt{5}}$

$\Rightarrow |w|=\left|\frac{1}{z}\right|=\frac{1}{|z|}\leq\frac{2\sqrt{5}}{7}$. Đẳng thức xảy ra khi $b=\frac{7}{5}$ và $a=\frac{63}{10}$. Vậy $|w|_{\max}=\frac{2\sqrt{5}}{7}$.

Câu 83. Xét các số phức $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $4(z-\bar{z})-15i=i(z+\bar{z}-1)^2$. Tính $F=-a+4b$ khi $\left|z-\frac{1}{2}+3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất

A. $F=4$. **B.** $F=6$. **C.** $F=5$. **D.** $F=7$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $4(z-\bar{z})-15i=i(z+\bar{z}-1)^2 \Leftrightarrow 4(a+bi-a+bi)-15i=i(a+bi+a-bi-1)^2$

$\Leftrightarrow 8b-15=(2a-1)^2$ suy ra $b\geq\frac{15}{8}$.

$\left|z-\frac{1}{2}+3i\right|=\frac{1}{2}\sqrt{(2a-1)^2+(2b+6)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{8b-15+4b^2+24b+36}=\frac{1}{2}\sqrt{4b^2+32b+21}$

Xét hàm số $f(x)=4x^2+32x+21$ với $x\geq\frac{15}{8}$

$f'(x)=8x+32>0, \forall x\geq\frac{15}{8}$ suy ra $f(x)$ là hàm số đồng biến trên $\left[\frac{15}{8};+\infty\right)$ nên $f(x)\geq f\left(\frac{15}{8}\right)=\frac{4353}{16}$.

Do đó $\left|z-\frac{1}{2}+3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4353}{16}}$ khi $b=\frac{15}{8}; a=\frac{1}{2}$. Khi đó $F=-a+4b=7$.

Câu 84. Gọi M và m là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của môđun số phức z thỏa mãn $|z-1|=2$. Tính $M+m$.

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z=x+yi$ được biểu diễn bởi điểm $M(x;y)$. Khi đó $OM=|z|$.

$|z-1|=2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+y^2}=2 \Leftrightarrow (x-1)^2+y^2=4\ (1)$. Chứng tỏ M thuộc đường tròn (C) có phương trình (1), tâm $I(1;0)$, bán kính $R=2$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow M\in(C)$ sao cho OM lớn nhất, nhỏ nhất.

Ta có $OI=1$ nên điểm O nằm trong đường tròn $\Rightarrow R-OI\leq OM\leq OI+R \Leftrightarrow 1\leq OM\leq 3$.

Do đó $M=3$ và $m=1$. Vậy $M+m=4$.

Câu 85. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $|6-3i+iz|=|2z-6-9i|$, thỏa mãn $|z_1-z_2|=\frac{8}{5}$. Giá trị lớn nhất của $|z_1+z_2|$ bằng.

A. $4\sqrt{2}$. **B.** 5. **C.** $\frac{56}{5}$. **D.** $\frac{31}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $z=a+bi$, $a, b\in\mathbb{R}$. Ta có $|6-3i+iz|=|2z-6-9i|\Leftrightarrow a^2+b^2-6a-8b+24=0$.

$\Leftrightarrow (a-3)^2+(b-4)^2=1\Leftrightarrow |z-(3+4i)|=1\Rightarrow \begin{cases}|z_1-(3+4i)|=1\\|z_2-(3+4i)|=1\end{cases}$.

Ta lại có: $2\left[|z_1-(3+4i)|^2+(z_2-(3+4i))^2\right]\overset{hbh}{=}|z_1-z_2|^2+|z_1+z_2-(6+8i)|^2$.

$\Leftrightarrow 2(1+1)=\frac{64}{25}+\left|z_1+z_2-(6+8i)^2\right|\Leftrightarrow |z_1+z_2-(6+8i)|^2=\frac{6}{5}$.

Ta có: $|z_1+z_2|=|z_1+z_2-(6+8i)+(6+8i)|\le|z_1+z_2-(6+8i)|+|6+8i|\le\frac{6}{5}+10=\frac{56}{5}$.

Câu 86. Trong các số phức z thỏa mãn $|z^2+1|=2|z|$ gọi z_1 và z_2 lần lượt là các số phức có môđun nhỏ nhất và lớn nhất. Khi đó môđun của số phức $w=z_1+z_2$ là

A. $|w|=1+\sqrt{2}$. **B.** $|w|=2\sqrt{2}$. **C.** $|w|=2$. **D.** $|w|=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thì $|z^2+1|=2|z|\Leftrightarrow\left|(a+bi)^2+1\right|=2|a+bi|$

$\Leftrightarrow |a^2-b^2+1+2abi|=2|a+bi|\Leftrightarrow (a^2-b^2+1)^2+4a^2b^2=4(a^2+b^2)$

$\Leftrightarrow a^4+b^4+1-2a^2-6b^2+2a^2b^2=0\Leftrightarrow (a^2+b^2-1)^2-4b^2=0$

$\Leftrightarrow (a^2+b^2-1-2b)(a^2+b^2-1+2b)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a^2+b^2-1-2b=0\\a^2+b^2-1+2b=0\end{array}\right.$

TH1: $a^2+b^2-1-2b=0\Leftrightarrow a^2+(b-1)^2=2$.

Khi đó tập hợp điểm $M(a;b)$ biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I_1(0;1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$, giao điểm của OI (trục tung) với đường tròn là $M_1(0;\sqrt{2}+1)$ và $M_2(0;1-\sqrt{2})$

$\Rightarrow w=(\sqrt{2}+1)i+(1-\sqrt{2})i\Rightarrow w=2i\Rightarrow |w|=2$

TH2: $a^2+b^2-1+2b=0\Leftrightarrow a^2+(b+1)^2=2$.

Khi đó tập hợp điểm $M(a;b)$ biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I_2(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$, giao điểm của OI (trục tung) với đường tròn là $M_3(0;\sqrt{2}-1)$ và $M_4(0;-\sqrt{2}-1)$

$\Rightarrow w=(\sqrt{2}-1)i+(-1-\sqrt{2})i\Rightarrow w=-2i\Rightarrow |w|=2$.

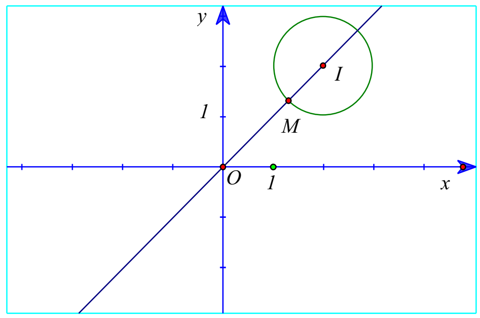
Với đáp án của trường ĐH Vinh đưa ra là A thì ta chọn số phức M_1 và M_3 có $w = 2\sqrt{2}i$ $\Rightarrow |w| = 2\sqrt{2}$ nên đề bài chưa chuẩn, có thể chọn phương án **B**.

Câu 87. Cho số phức z thỏa mãn: $|z-2-2i| = 1$. Số phức $z-i$ có môđun nhỏ nhất là:

A. $\sqrt{5}-1$. **B.** $\sqrt{5}+1$. **C.** $\sqrt{5}+2$. **D.** $\sqrt{5}-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có: $|z-2-2i| = 1 \Leftrightarrow |(x-2)+(y-2)i| = 1 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$.

Tập hợp các điểm trong mặt phẳng Oxy biểu diễn của số phức z là đường tròn (C) tâm $I(2;2)$ và bán kính $R = 1$.

$|z-i| = \sqrt{x^2 + (y-1)^2} = IM$, với $I(2;2)$ là tâm đường tròn, M là điểm chạy trên đường tròn. Khoảng cách này ngắn nhất khi M là giao điểm của đường thẳng nối hai điểm $N(0;1) \in Oy, I(2;2)$ với đường tròn (C). $IM_{\min} = IN - R = \sqrt{5}-1$.

Câu 88. Cho số phức z thỏa mãn $|2z-3-4i| = 10$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Khi đó $M-m$ bằng.

A. 15. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z = x + yi$. Ta có: $|2z-3-4i| = 10 \Leftrightarrow \left|z - \frac{3}{2} - 2i\right| = 5 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y-2)^2 = 25$.

Tập hợp điểm biểu diễn số phức thỏa đề là đường tròn tâm $I\left(\frac{3}{2};2\right)$, bán kính $R = 5$.

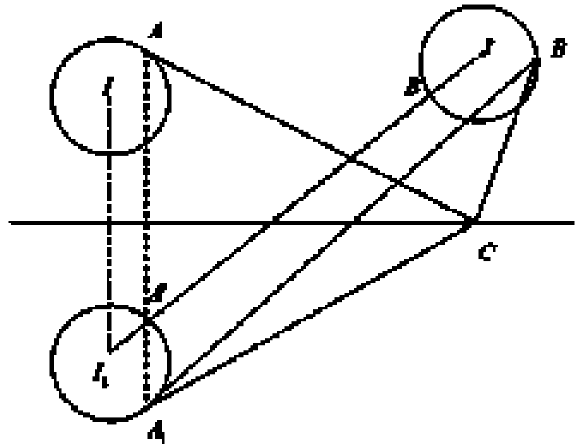
Khi đó: $\begin{cases} m = IO - R \\ M = IO + R \end{cases} \Rightarrow M - m = 2R = 10$.

Câu 89. Cho các số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 - 5i| = |z_2 - 1|$ và $|\overline{z} + 4i| = |z - 8 + 4i|$. Tính $M = |z_1 - z_2|$ khi $P = |z - z_1| + |z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 6. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 8. **D.** $\sqrt{41}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi $I(4;5)$, $J(1;0)$. Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2.

Khi đó A nằm trên đường tròn tâm I bán kính $R=1$, B nằm trên đường tròn tâm J bán kính $R=1$.

Đặt $z = x+yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có: $\left|\overline{z}+4i\right| = \left|z-8+4i\right| \Leftrightarrow \left|x-yi+4i\right| = \left|x+yi-8+4i\right|$

$\Leftrightarrow x^2+(4-y)^2 = (x-8)^2+(y+4)^2 \Leftrightarrow 16x-16y-64=0 \Leftrightarrow \Delta: x-y-4=0$

Gọi C là điểm biểu diễn số phức z thì $C \in (\Delta)$. Ta có: $P = \left|z-z_1\right| + \left|z-z_2\right| = CA+CB$.

$d(I,\Delta) = \dfrac{\left|4-5-4\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \dfrac{5}{\sqrt{2}} > 1 = R$, $d(\mathrm{J},\Delta) = \dfrac{\left|1-0-4\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \dfrac{3}{\sqrt{2}} > 1 = R$.

$(x_I - y_I - 4)(x_J - y_J - 4) = (4-5-4)(1-0-4) > 0$

$\Rightarrow$ hai đường tròn không cắt Δ và nằm cùng phía với Δ.

Gọi A_1 là điểm đối xứng với A qua Δ, suy ra A_1 nằm trên đường tròn tâm I_1 bán kính $R=1$ (với I_1 là điểm đối xứng với I qua Δ). Ta có $I_1(9;0)$.

Khi đó: $P = CA+CB = CA_1+CB \geq A_1B$ nên $P_{\min} \Leftrightarrow A_1B_{\min} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 \equiv A' \\ B \equiv B' \end{cases}$.

Khi đó: $\overrightarrow{I_1A} = \dfrac{1}{8}\overrightarrow{I_1J} \Rightarrow A'(8;0)$; $\overrightarrow{I_1B} = \dfrac{7}{8}\overrightarrow{I_1J} \Rightarrow B'(2;0)$.

Như vậy: $P_{\min}$ khi A đối xứng A' qua Δ và $B \equiv B' \Leftrightarrow \begin{cases} A(4;4) \\ B(2;0) \end{cases}$.

Vậy $M = \left|z_1 - z_2\right| = AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

Câu 90. Số phức z nào sau đây có môđun nhỏ nhất thỏa $|z| = \left|\overline{z} - 3 + 4i\right|$:

A. $z = -3-4i$. **B.** $z = 3 - \dfrac{7}{8}i$. **C.** $z = \dfrac{3}{2} + 2i$. **D.** $z = -\dfrac{3}{2} - 2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z = a + bi, (a, b \in R)$.

Ta có: $|z| = |\overline{z} - 3 + 4i| \Leftrightarrow -6a + 8b + 25 = 0\ (*)$.

Trong các đáp án, có đáp án $z = 3 - \frac{7}{8}i$ và $z = -\frac{3}{2} - 2i$ thỏa $(*)$.

Ở đáp án $z = 3 - \frac{7}{8}i$ thì $|z| = \frac{25}{8}$; Ở đáp án $z = -\frac{3}{2} - 2i$ thì $|z| = \frac{5}{2}$.

Câu 91. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho điểm $A(4;\ 4)$ và M là điểm biển diễn số phức z thoả mãn điều kiện $|z - 1| = |z + 2 - i|$. Tìm toạ độ điểm M để đoạn thẳng AM nhỏ nhất.

A. $M(1;\ 5)$. **B.** $M(2;\ 8)$. **C.** $M(-1;\ -1)$. **D.** $M(-2;\ -4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z = x + yi, (x, y \in R)$.

Ta có $|z - 1| = |z + 2 - i| \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = (x+2)^2 + (y-1)^2 \Leftrightarrow 3x - y + 2 = 0$.

Tập hợp điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z là đường thẳng $(d): 3x - y + 2 = 0$.

Để đoạn AM nhỏ nhất thì M là hình chiếu của A trên d.

d' qua A và vuông góc với d có phương trình $x + 3y - 16 = 0$. Tọa độ M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + 3y - 16 = 0 \\ 3x - y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases}$. Vậy $M(1;\ 5)$.

Câu 92. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|\overline{z} + 1 + i|$.

A. $\sqrt{13} + 1$. **B.** $\sqrt{13} + 2$. **C.** 4. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $w = \overline{z} + 1 + i$. Ta có

$|z - 2 - 3i| = 1 \Leftrightarrow |\overline{z - 2 - 3i}| = 1 \Leftrightarrow |\overline{z} - 2 + 3i| = 1 \Leftrightarrow |\overline{z} + 1 + i - 3 + 2i| = 1 \Leftrightarrow |w - 3 + 2i| = 1$.

Ta có: $1 = |w - (3 - 2i)| \geq |w| - |3 - 2i| \Leftrightarrow |w| \leq 1 + \sqrt{13} \Rightarrow Max|\overline{z} + 1 + i| = 1 + \sqrt{13}$.

Câu 93. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z^2 - z| + |z^2 + z + 1|$ với z là số phức thỏa mãn $|z| = 1$.

A. 3. **B.** $\frac{13}{4}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R})$. Do $|z| = 1$ nên $a^2 + b^2 = 1$.

Sử dụng công thức: $|u.v| = |u||v|$ ta có: $|z^2 - z| = |z||z - 1| = |z - 1| = \sqrt{(a-1)^2 + b^2} = \sqrt{2 - 2a}$.

$\left|z^2+z+1\right|=\left|(a+bi)^2+a+bi+1\right|=\left|a^2-b^2+a+1+(2ab+b)i\right|=\sqrt{\left(a^2-b^2+a+1\right)^2+(2ab+b)^2}$

$=\sqrt{a^2(2a+1)^2+b^2(2a+1)^2}=|2a+1|$ (vì $a^2+b^2=1$). Vậy $P=|2a+1|+\sqrt{2-2a}$.

TH1: $a<-\dfrac{1}{2}$.

Suy ra $P=-2a-1+\sqrt{2-2a}=(2-2a)+\sqrt{2-2a}-3\le 4+2-3=3$ (vì $0\le\sqrt{2-2a}\le 2$).

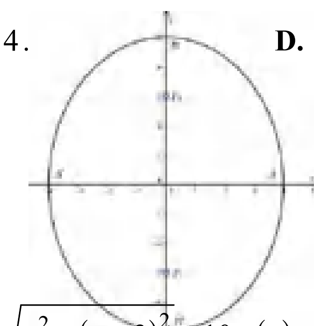
TH2: $a\ge-\dfrac{1}{2}$.

Suy ra $P=2a+1+\sqrt{2-2a}=-(2-2a)+\sqrt{2-2a}+3=-\left(\sqrt{2-2a}-\dfrac{1}{2}\right)^2+3+\dfrac{1}{4}\le\dfrac{13}{4}$.

Xảy ra khi $a=\dfrac{7}{16}$.

Câu 94. Cho số phức z thỏa mãn $|z+3i|+|z-3i|=10$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là điểm biểu diễn số phức z có môđun lớn nhất và nhỏ nhất. Gọi M là trung điểm của M_1M_2, $M(a;b)$ biểu diễn số phức w, tổng $|a|+|b|$ nhận giá trị nào sau đây?

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** 5. **C.** 4. **D.** $\dfrac{9}{2}$.



Hướng dẫn giải

Chọn D. Gọi $z=x+yi$, $(x,y\in\mathbb{R})$.

Theo giả thiết, ta có $|z+3i|+|z-3i|=10$.

$\Leftrightarrow |x+(y+3)i|+|x+(y+3)i|=10 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y+3)^2}+\sqrt{x^2+(y-3)^2}=10\quad(*)$.

Gọi $E(x;y)$, $F_1(0;-3)$ và $F_2(0;3)$.

Khi đó $(*)\Leftrightarrow MF_1+MF_2=10>F_1F_2=6$ nên tập hợp các điểm E là đường elip (E) có hai tiêu điểm F_1 và F_2. Và độ dài trục lớn bằng 10.

Ta có $c=3$; $2b=10\Leftrightarrow b=5$ và $a^2=b^2-c^2=16$.

Do đó, phương trình chính tắc của (E) là $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{25}=1$.

Vậy $\max|z|=OB=OB'=5$ khi $z=\pm5i$ có điểm biểu diễn là $M_1(0;\pm5)$.

và $\min|z|=OA=OA'=4$ khi $z=\pm4$ có điểm biểu diễn là $M_2(\pm4;0)$.

Tọa độ trung điểm của M_1M_2 là $M\left(\pm2;\pm\dfrac{5}{2}\right)$. Vậy $|a|+|b|=2+\dfrac{5}{2}=\dfrac{9}{2}$.

Câu 95. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3|+|z+3|=8$. Gọi M, m lần lượt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất $|z|$. Khi đó $M+m$ bằng

A. $4-\sqrt{7}$. **B.** $4+\sqrt{7}$. **C.** 7. **D.** $4+\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z=x+yi$ với $x;y\in\mathbb{R}$.

Ta có $8=|z-3|+|z+3|\ge|z-3+z+3|=|2z|\Leftrightarrow|z|\le 4$. Do đó $M=max|z|=4$.

Mà $|z-3|+|z+3|=8\Leftrightarrow|x-3+yi|+|x+3+yi|=8\Leftrightarrow\sqrt{(x-3)^2+y^2}+\sqrt{(x+3)^2+y^2}=8$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có

$8=1.\sqrt{(x-3)^2+y^2}+1.\sqrt{(x+3)^2+y^2}\le\sqrt{(1^2+1^2)\left[(x-3)^2+y^2+(x+3)^2+y^2\right]}$

$\Leftrightarrow 8\le\sqrt{2(2x^2+2y^2+18)}\Leftrightarrow 2(2x^2+2y^2+18)\ge 64$

$\Leftrightarrow x^2+y^2\ge 7\Leftrightarrow\sqrt{x^2+y^2}\ge\sqrt{7}\Leftrightarrow|z|\ge\sqrt{7}$.

Do đó $M=min|z|=\sqrt{7}$. Vậy $M+m=4+\sqrt{7}$.

Câu 96. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Tìm giá trị lớn nhất $M_{\max}$ và giá trị nhỏ nhất $M_{\min}$ của biểu thức $M=|z^2+z+1|+|z^3+1|$.

A. $M_{\max}=5;\ M_{\min}=1$. **B.** $M_{\max}=5;\ M_{\min}=2$.

C. $M_{\max}=4;\ M_{\min}=1$. **D.** $M_{\max}=4;\ M_{\min}=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $M\le|z|^2+|z|+1+|z|^3+1=5$, khi $z=1\Rightarrow M=5\Rightarrow M_{\max}=5$.

Mặt khác: $M=\dfrac{|1-z^3|}{|1-z|}+|1+z^3|\ge\dfrac{|1-z^3|}{2}+\dfrac{|1+z^3|}{2}\ge\dfrac{|1-z^3+1+z^3|}{2}=1$, khi

$z=-1\Rightarrow M=1\Rightarrow M_{\min}=1$.

Câu 97. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1|=\sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của $T=|z+i|+|z-2-i|$.

A. $\max T=4\sqrt{2}$. **B.** $\max T=8$. **C.** $\max T=8\sqrt{2}$. **D.** $\max T=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. $T=|z+i|+|z-2-i|=|(z-1)+(1+i)|+|(z-1)-(1+i)|$.

Đặt $w=z-1$. Ta có $|w|=1$ và $T=|w+(1+i)|+|w-(1+i)|$.

Đặt $w=x+y.i$. Khi đó $|w|^2=2=x^2+y^2$.

$T=|(x+1)+(y+1)i|+|(x-1)+(y-1)i|=1.\sqrt{(x+1)^2+(y+1)^2}+1.\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}$

$\le\sqrt{(1^2+1^2)\left((x+1)^2+(y+1)^2+(x-1)^2+(y-1)^2\right)}=\sqrt{2(2x^2+2y^2+4)}=4$ Vậy $\max T=4$.

Câu 98. Cho các số phức z thỏa mãn $|z-1-i|+|z-8-3i|=\sqrt{53}$. Tìm giá trị lớn nhất của $P=|z+1+2i|$.

A. $P_{\max}=53$. **B.** $P_{\max}=\dfrac{\sqrt{185}}{2}$. **C.** $P_{\max}=\sqrt{106}$. **D.** $P_{\max}=\sqrt{53}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Xét $A(1;1),B(8;3)$ ta có $AB=\sqrt{53}$ $\Rightarrow$ các điểm biểu diễn z là đoạn thẳng AB

$P=|z+1+2i|=MM'$ với M là điểm biểu diễn số phức z, M' là điểm biểu diễn số phức $z'=-1-2i$

Phương trình đường thẳng $AB:-2x+7y-5=0$

Hình chiếu vuông góc của M' lên AB là $M_1=\left(-\dfrac{87}{53};\dfrac{13}{53}\right)$

Ta có A nằm giữa M_1 và B nên $P=MM'$ lớn nhất $\Leftrightarrow MM_1$ lớn nhất

$\Leftrightarrow M\equiv B\Rightarrow z=8+3i$ $\Rightarrow P_{\max}=\sqrt{106}$.

Câu 99. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z-1+2i|=\sqrt{5}$ và $w=z+1+i$ có môđun lớn nhất. Số phức z có môđun bằng:

A. $\sqrt{6}$. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

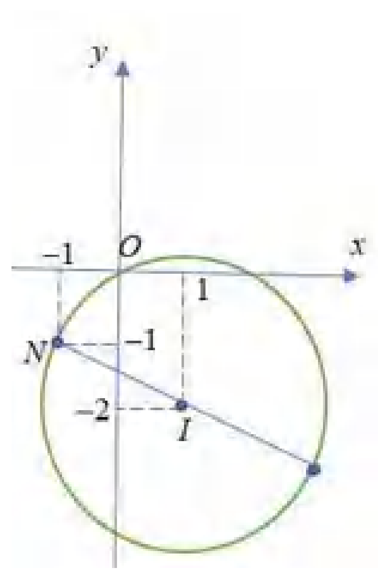
Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$ $\Rightarrow z-1+2i=(x-1)+(y+2)i$

Ta có: $|z-1+2i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}=\sqrt{5}\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+2)^2=5$

Suy ra tập hợp điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z thuộc đường tròn (C) tâm $I(1;-2)$ bán kính $R=\sqrt{5}$ như hình vẽ:



Dễ thấy $O \in (C)$, $N(-1;-1) \in (C)$.

Theo đề ta có: $M(x;y) \in (C)$ là điểm biểu diễn cho sốphức z thỏa mãn:

$w = z+1+i = x+yi+1+i = (x+1)+(y+1)i \Rightarrow |z+1+i| = \sqrt{(x+1)^2+(y+1)^2} = |\overrightarrow{MN}|$

Suy ra $|z+1+i|$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow MN$ lớn nhất.

Mà $M, N \in (C)$ nên MN lớn nhất khi MN là đường kính đường tròn (C).

$\Leftrightarrow I$ là trung điểm $MN \Rightarrow M(3;-3) \Rightarrow z = 3-3i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2+(-3)^2} = 3\sqrt{2}$.

Câu 100. Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z-4i-2| = |2i-z|$, môđun nhỏ nhất của số phức z bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z = x+yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$ được biểu diễn bởi điểm $M(x;y)$ trên mặt phẳng tọa độ.

Ta có:

$|z-4i-2| = |2i-z| \Leftrightarrow |x-2+(y-4)i| = |-x+(2-y)i| \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-4)^2 = x^2+(2-y)^2$
$\Leftrightarrow x+y-4=0$.

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng $d: x+y-4=0$.

$|z|_{\min} = OM_{\min} = d(O;d) = \dfrac{|-4|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$.

Câu 101. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+1-i| = 2$ và $z_2 = iz_1$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $|z_1 - z_2|$?

A. $m = 2\sqrt{2}-2$. **B.** $m = 2\sqrt{2}$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = \sqrt{2}-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $z_1 = a+bi;\ a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow z_2 = -b+ai \Rightarrow z_1 - z_2 = (a+b)+(b-a)i$.

Nên $|z_1 - z_2| = \sqrt{(a+b)^2+(b-a)^2} = \sqrt{2}.|z_1|$

Ta lại có $2 = |z_1+1-i| \le |z_1| + |1-i| = |z_1| + \sqrt{2} \Rightarrow |z_1| \ge 2-\sqrt{2}$.

Suy ra $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}.|z_1| \ge 2\sqrt{2}-2$. Dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{a}{1} = \dfrac{b}{-1} < 0$.

Vậy $m = \min|z_1 - z_2| = 2\sqrt{2}-2$.

Câu 102. Cho các số phức $z_1 = -2+i$, $z_2 = 2+i$ và số phức z thay đổi thỏa mãn $|z-z_1|^2 + |z-z_2|^2 = 16$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị biểu thức $M^2 - m^2$ bằng

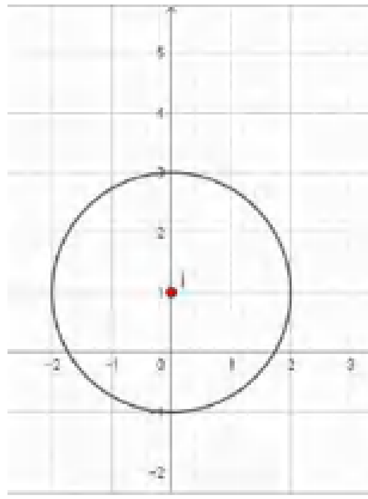
A. 15 **B.** 7 **C.** 11 **D.** 8

Hướng dẫn giải

Chọn D. Giả sử $z = x + yi\left(x, y \in \mathbb{R}\right)$.

Ta có: $\left|z - z_1\right|^2 + \left|z - z_2\right|^2 = 16 \Leftrightarrow \left|x + yi + 2 - i\right|^2 + \left|x + yi - 2 - i\right|^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 + \left(y - 1\right)^2 = 4$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là đường tròn tâm số phức $I\left(0;1\right)$ bán kính $R = 2$.



Do đó $m = 1$, $M = 3$. Vậy $M^2 - m^2 = 8$.

Câu 103. Cho số phức z thỏa mãn $\left|\dfrac{z-1}{z+3i}\right| = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \left|z + i\right| + 2\left|\overline{z} - 4 + 7i\right|$.

A. 8. **B.** 10. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $4\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$, gọi M là điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z.

Ta có:

$$\left|\frac{z-1}{z+3i}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{2}\left|z - 1\right| = \left|z + 3i\right| \Leftrightarrow \sqrt{2}\left|\left(x-1\right) + yi\right| = \left|x + \left(y+3\right)i\right|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}\sqrt{\left(x-1\right)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + \left(y+3\right)^2} \Leftrightarrow \left(x-2\right)^2 + \left(y-3\right)^2 = 20.$$

Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn $\left(C\right)$ tâm $I\left(2;3\right)$ và bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Gọi $A\left(0;-1\right)$, $B\left(4;7\right)$ lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = -i$, $z_2 = 4 + 7i$. Dễ thấy A, B thuộc đường tròn $\left(C\right)$. Vì $AB = 4\sqrt{5} = 2R$ nên AB là đường kính của đường tròn $\left(C\right) \Rightarrow MA^2 + MB^2 = AB^2 = 20$.

Từ đó $P = \left|z + i\right| + 2\left|\overline{z} - 4 + 7i\right| = \left|z + i\right| + 2\left|z - 4 - 7i\right| = MA + 2MB \le \sqrt{\left(1^2 + 2^2\right)\left(MA^2 + MB^2\right)} = 10$

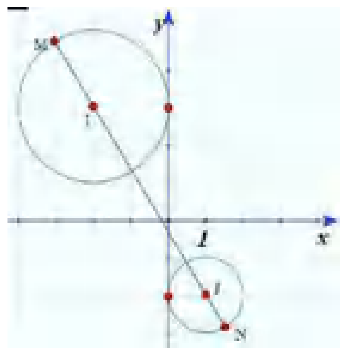
Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} MB = 2MA \\ MA^2 + MB^2 = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MA = 2 \\ MB = 4 \end{cases}$. Vậy $\max P = 10$.

Câu 104. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|z_1+2-3i\right|=2$ và $\left|\overline{z_2}-1-2i\right|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P=\left|z_1-z_2\right|$.

A. $P=6$. **B.** $P=3$. **C.** $P=3+\sqrt{34}$. **D.** $P=3+\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi $M\left(x_1;y_1\right)$ là điểm biểu diễn số phức z_1, $N\left(x_2;y_2\right)$ là điểm biểu diễn số phức z_2

Số phức z_1 thỏa mãn $\left|z_1+2-3i\right|=2 \Leftrightarrow \left(x_1+2\right)^2+\left(y_1-3\right)^2=4$ suy ra $M\left(x_1;y_1\right)$ nằm trên đường tròn tâm $I\left(-2;3\right)$ và bán kính $R_1=2$.

Số phức z_2 thỏa mãn $\left|\overline{z_2}-1-2i\right|=1 \Leftrightarrow \left(x_2-1\right)^2+\left(y_1+2\right)^2=1$ suy ra $N\left(x_2;y_2\right)$ nằm trên đường tròn tâm $J\left(1;-2\right)$ và bán kính $R_2=1$.

Ta có $\left|z_1-z_2\right|=MN$ đạt giá trị lớn nhất bằng $R_1+IJ+R_2=2+\sqrt{34}+1=3+\sqrt{34}$.

Câu 105. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z-2-4i\right|=\sqrt{5}$ và $\left|z\right|_{\min}$. Khi đó số phức z là.

A. $z=4+5i$. **B.** $z=3+2i$. **C.** $z=2-i$. **D.** $z=1+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Do $\left|z-2-4i\right|=\sqrt{5}$ nên tập điểm M biểu diễn số phức là đường tròn $\left(x-2\right)^2+\left(y-4\right)^2=5$ có tâm và $I\left(2;4\right)$ bán kính $R=\sqrt{5}$.

Mà $OM=\left|z\right|$. Gọi A,B là giao của OI và đường tròn $\left(x-2\right)^2+\left(y-4\right)^2=5$.

Tọa độ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\left(x-2\right)^2+\left(y-4\right)^2=5\\ y=2x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=3\\ x=1\end{array}\right.\\ y=2x\end{cases} \Rightarrow A\left(1;2\right), B\left(2;4\right)$

Khi đó $OA\le OM\le OB \Rightarrow \min\left|z\right|=OA \Leftrightarrow z=1+2i$.

Câu 106. Xét số phức z và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn là M, M'. Số phức $z(4+3i)$ và số phức liên hợp của nó có điểm biểu diễn lần lượt là N, N'. Biết rằng M, M', N, N' là bốn đỉnh của hình chữ nhật. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z+4i-5|$.

A. $\frac{5}{\sqrt{34}}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{4}{\sqrt{13}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Gọi $z=a+bi \Rightarrow M(a;b), M'(a;-b)$. Ta có:

$$z(4+3i)=(a+bi)(4+3i)=4a-3b+(3a+4b)i \Rightarrow N(4a-3b;3a+4b), N'(4a-3b;-3a-4b).$$

Vì MM' và NN' cùng vuông góc với trục Ox nên M, M', N, N' là bốn đỉnh của hình chữ nhật khi $\begin{cases} MM'=NN' \\ MN \perp MM' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2b)^2=(6a+8b)^2 \\ (3a-3b).0+(3a+3b).(-2b)=0 \\ b\neq 0, 3a+4b\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ b\neq 0, 3a+4b\neq 0 \end{cases}$.

Khi đó: $|z+4i-5|=|(a-5)+(b+4)i|=\sqrt{(a-5)^2+(b+4)^2}=\sqrt{(a-5)^2+(4-a)^2}$

$$=\sqrt{2a^2-18a+41}=\sqrt{2\left(a-\frac{9}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}\geq \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z+4i-5|$ là $\frac{1}{\sqrt{2}}$ khi $a=\frac{9}{2} \Rightarrow b=-\frac{9}{2}$.

Câu 107. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|1+z|+2|1-z|$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $4\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $6\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi số phức $z=x+yi$, với $x,y\in\mathbb{R}$.
Theo giả thiết, ta có $|z|=1 \Leftrightarrow x^2+y^2=1$. Suy ra $-1\leq x\leq 1$.

Khi đó, $P=|1+z|+2|1-z|=\sqrt{(x+1)^2+y^2}+2\sqrt{(x-1)^2+y^2}=\sqrt{2x+2}+2\sqrt{2-2x}$.

Suy ra $P\leq\sqrt{(1^2+2^2)[(2x+2)+(2-2x)]}$ hay $P\leq 2\sqrt{5}$, với mọi $-1\leq x\leq 1$.

Vậy $P_{\max}=2\sqrt{5}$ khi $2\sqrt{2x+2}=\sqrt{2-2x} \Leftrightarrow x=-\frac{3}{5}$, $y=\pm\frac{4}{5}$.

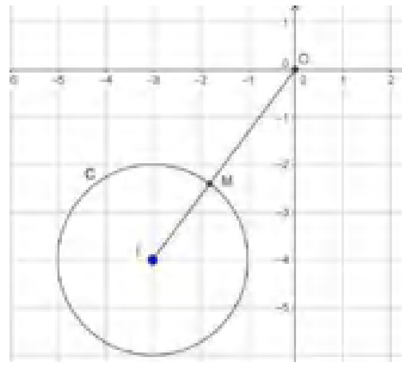
Câu 108. Trong các số phức z thỏa $|z+3+4i|=2$, gọi z_0 là số phức có mô đun nhỏ nhất. Khi đó

A. Không tồn tại số phức z_0. **B.** $|z_0|=2$.

C. $|z_0|=7$. **D.** $|z_0|=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Cách 1: Đặt $z = a + bi \ (a, b \in \mathbb{R})$. Khi đó $|z + 3 + 4i| = 2 \Leftrightarrow (a+3)^2 + (b+4)^2 = 4$.

Suy ra biểu diễn hình học của số phức z là đường tròn (C) tâm $I(-3;-4)$ và bán kính $R = 5$

Gọi $M(z)$ là điểm biểu diễn số phức z. Ta có: $M(z) \in (C)$.

$|z| = OM \geq OI - R = 3$. Vậy $|z|$ bé nhất bằng 3 khi $M(z) = (C) \cap IM$.

Cách 2: Đặt $\begin{cases} a + 3 = 2\cos\varphi \\ b + 4 = 2\sin\varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 + 2\cos\varphi \\ b = -4 + 2\sin\varphi \end{cases}$.

$\Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(2\cos\varphi - 3)^2 + (2\sin\varphi - 4)^2} = \sqrt{29 - 12\cos\varphi - 16\sin\varphi}$.

$= \sqrt{29 - 20\left(\frac{3}{5}\cos\varphi + \frac{4}{5}\sin\varphi\right)} = \sqrt{29 - 20\cos(\alpha - \varphi)} \geq \sqrt{9} \Rightarrow |z_0| = 3$.

Câu 109. Gọi n là số các số phức z đồng thời thỏa mãn $|\mathrm{i}z + 1 + 2\mathrm{i}| = 3$ và biểu thức $T = 2|z + 5 + 2\mathrm{i}| + 3|z - 3\mathrm{i}|$ đạt giá trị lớn nhất. Gọi M là giá trị lớn nhất của T. Giá trị tích của $M.n$ là

A. $2\sqrt{13}$ **B.** $10\sqrt{21}$ **C.** $6\sqrt{13}$ **D.** $5\sqrt{21}$

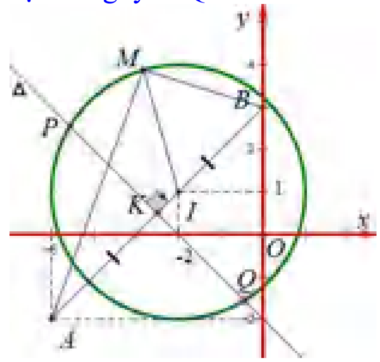
Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z = x + y\mathrm{i}$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó $M(x; y)$ là điểm biểu diễn cho số phức z.

Theo giả thiết, $|\mathrm{i}z + 1 + 2\mathrm{i}| = 3 \Leftrightarrow |z + 2 - \mathrm{i}| = 3 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$.

Ta có $T = 2|z + 5 + 2\mathrm{i}| + 3|z - 3\mathrm{i}| = 2MA + 3MB$, với $A(-5;-2)$ và $B(0;3)$.

Nhận xét rằng A, B, I thẳng hàng và $2IA = 3IB$.



Cách 1: Gọi Δ là đường trung trực của AB, ta có $\Delta: x+y+5=0$.

$T=2MA+3MB\le PA+PB$. Dấu "$=$" xảy ra khi $M\equiv P$ hoặc $M\equiv Q$.

Giải hệ $\begin{cases} x+y+5=0 \\ (x+2)^2+(y-1)^2=9 \end{cases} \Leftrightarrow P\left(\dfrac{-8-\sqrt{2}}{2};\dfrac{-2+\sqrt{2}}{2}\right)$ và $Q\left(\dfrac{-8+\sqrt{2}}{2};-\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}\right)$.

Khi đó $M=\max T=5\sqrt{21}$. Vậy $M.n=10\sqrt{21}$.

Cách 2: Ta có A, B, I thẳng hàng và $2IA=3IB$ nên $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.

$\Rightarrow\ 2MA^2+3MB^2=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2=5MI^2+2IA^2+3IB^2=105$.

Do đó $T^2=\left(\sqrt{2}.\sqrt{2}MA+\sqrt{3}.\sqrt{3}MB\right)^2\le 5\left(2MA^2+3MB^2\right)=525$ hay $T\le 5\sqrt{21}$.

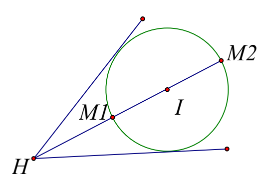
Khi đó $M=\max T=5\sqrt{21}$. Dấu "$=$" xảy ra khi $M\equiv P$ hoặc $M\equiv Q$. Vậy $M.n=10\sqrt{21}$.

Câu 110. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-3i|=1$. Giá trị lớn nhất của $\left|\overline{z}+1+i\right|$ là.

A. $\sqrt{13}+2$. **B.** 6. **C.** 4. **D.** $\sqrt{13}+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $z=x+yi$ ta có $z-2-3i=x+yi-2-3i=x-2+(y-3)i$.

Theo giả thiết $(x-2)^2+(y-3)^2=1$ nên điểm M biểu diễn cho số phức z nằm trên đường tròn tâm $I(2;3)$ bán kính $R=1$.

Ta có $\left|\overline{z}+1+i\right|=|x-yi+1+i|=|x+1+(1-y)i|=\sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}$.

Gọi $M(x;y)$ và $H(-1;1)$ thì $HM=\sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}$.

Do M chạy trên đường tròn, H cố định nên MH lớn nhất khi M là giao của HI với đường tròn.

Phương trình $HI:\begin{cases}x=2+3t\\y=3+2t\end{cases}$, giao của HI và đường tròn ứng với t thỏa mãn:

$9t^2+4t^2=1\Leftrightarrow t=\pm\dfrac{1}{\sqrt{13}}$ nên $M\left(2+\dfrac{3}{\sqrt{13}};3+\dfrac{2}{\sqrt{13}}\right),M\left(2-\dfrac{3}{\sqrt{13}};3-\dfrac{2}{\sqrt{13}}\right)$.

Tính độ dài MH ta lấy kết quả $HM=\sqrt{13}+1$.

Câu 111. Cho z_1,z_2,z_3 là các số phức thỏa $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $|z_1+z_2+z_3|<|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$. **B.** $|z_1+z_2+z_3|\neq|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$.

C. $|z_1+z_2+z_3|=|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$. **D.** $|z_1+z_2+z_3|>|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. **Cách 1:** Kí hiệu Re: là phần thực của số phức. Ta có $|z_1+z_2+z_3|^2$

$=|z_1|^2+|z_2|^2+|z_3|^2+2\,\mathrm{Re}\left(\overline{z}_1z_2+\overline{z}_2z_3+\overline{z}_3z_1\right)=3+2\,\mathrm{Re}\left(\overline{z}_1z_2+\overline{z}_2z_3+\overline{z}_3z_1\right)(1)$.

$|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|^2=|z_1z_2|^2+|z_2z_3|^2+|z_3z_1|^2+2\,\mathrm{Re}\left(\overline{z}_1\overline{z}_2z_2z_3+\overline{z}_2\overline{z}_3z_3z_1+\overline{z}_3\overline{z}_1z_1z_2\right)$

$=|z_1|^2.|z_2|^2+|z_2|^2.|z_3|^2+|z_3|^2.|z_1|^2+2\,\mathrm{Re}\left(\overline{z}_1|z_2|^2z_3+\overline{z}_2|z_3|^2z_1+\overline{z}_3|z_1|^2z_2\right)$

$=3+2\,\mathrm{Re}\left(\overline{z}_1z_3+\overline{z}_2z_1+\overline{z}_3z_2\right)==3+2\,\mathrm{Re}\left(\overline{z}_1z_2+\overline{z}_3z_3+\overline{z}_3z_1\right)(2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $|z_1+z_2+z_3|=|z_1z_2+z_2z_3+z_3z_1|$.

Cách khác: B hoặc C đúng suy ra D đúng Loại B,C.

Chọn $z_1=z_2=z_3\Rightarrow$ A đúng và D sai

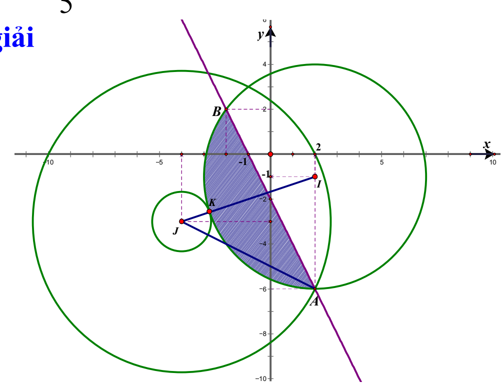
Cách 2: thay thử $z_1=z_2=z_3=1$ vào các đáp án, thấy đáp án D bị sai

Câu 112. Cho $z=x+yi$ với x, $y\in\mathbb{R}$ là số phức thỏa mãn điều kiện $|\overline{z}+2-3i|\le|z+i-2|\le5$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+8x+6y$. Tính $M+m$.

A. $\dfrac{156}{5}-20\sqrt{10}$. **B.** $60-20\sqrt{10}$. **C.** $\dfrac{156}{5}+20\sqrt{10}$. **D.** $60+2\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



- Theo bài ra: $|\overline{z}+2-3i|\le|z+i-2|\le5$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x+2)^2+(-y-3)^2}\le\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2}\le5$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2x+y+2\le0\\(x-2)^2+(y+1)^2\le25\end{cases}$

$\Rightarrow$ tập hợp điểm biểu diễn số phức z là miền mặt phẳng (T) thỏa mãn $\begin{cases} 2x+y+2\le 0 \\ (x-2)^2+(y+1)^2\le 25 \end{cases}$

- Gọi $A(2;-6)$, $B(-2;2)$ là các giao điểm của đường thẳng $2x+y+2=0$ và đường tròn $(C'):(x-2)^2+(y+1)^2=25$.

- Ta có: $P=x^2+y^2+8x+6y \Leftrightarrow (x+4)^2+(y+3)^2=P+25$.

Gọi (C) là đường tròn tâm $J(-4;-3)$, bán kính $R=\sqrt{P+25}$.

- Đường tròn (C) cắt miền (T) khi và chỉ khi

$JK\le R\le JA \Leftrightarrow IJ-IK\le R\le IA \Leftrightarrow 2\sqrt{10}-5\le\sqrt{25+P}\le 3\sqrt{5} \Leftrightarrow 40-20\sqrt{10}\le P\le 20$

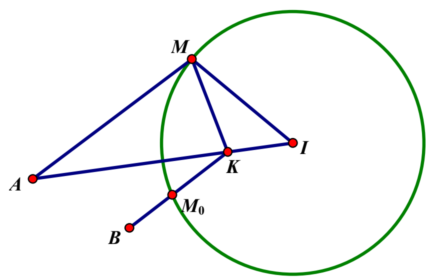
$\Rightarrow M=20$ và $m=40-20\sqrt{10}$. Vậy $M+m=60-20\sqrt{10}$.

Câu 113. Tìm số phức z thỏa mãn $|z-1-i|=5$ và biểu thức $T=|z-7-9i|+2|z-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất

A. $z=1+6i$ và $z=5-2i$ **B.** $z=4+5i$ **C.** $z=5-2i$ **D.** $z=1+6i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Từ giả thiết $|z-1-i|=5$ suy ra tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn (C) tâm $I(1;1)$, bán kính $R=5$.

Xét các điểm $A(7;9)$ và $B(0;8)$. Ta thấy $IA=10=2.IM$.

Gọi K là điểm trên tia IA sao cho $IK=\frac{1}{4}IA \Rightarrow K=\left(\frac{5}{2};3\right)$

Do $\frac{IM}{IA}=\frac{IK}{IM}=\frac{1}{2}$, góc $\widehat{MIK}$ chung $\Rightarrow \Delta IKM \backsim \Delta IMA$ $(c.g.c)$

$\Rightarrow \frac{MK}{MA}=\frac{IK}{IM}=\frac{1}{2}\Rightarrow MA=2.MK$.

Lại có: $T=|z-7-9i|+2|z-8i|=MA+2.MB=2(MK+MB)\ge 2.BK=5\sqrt{5}$

$\Rightarrow T_{\min}=5\sqrt{5}\Leftrightarrow M=BK\cap(C)$, M nằm giữa B và $K \Rightarrow 0<x_M<\frac{5}{2}$.

Ta có: phương trình đường thẳng BK là: 2x+y-8=0

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x+y-8=0 \\ (x-1)^2+(y-1)^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1 \\ y=6 \end{cases} \\ \begin{cases} x=5 \\ y=-2 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow M=(1;6)$.

Vậy $z=1+6i$ là số phức cần tìm.

Câu 114. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z^2-2z+5\right|=\left|(z-1+2i)(z+3i-1)\right|$. Tính $\min|w|$, với $w=z-2+2i$.

A. $\min|w|=\dfrac{3}{2}$. **B.** $\min|w|=2$. **C.** $\min|w|=1$. **D.** $\min|w|=\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có

$\left|z^2-2z+5\right|=\left|(z-1+2i)(z+3i-1)\right| \Leftrightarrow \left|(z-1+2i)(z-1-2i)\right|=\left|(z-1+2i)(z+3i-1)\right|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z-1+2i=0 \\ \left|(z-1-2i)\right|=\left|(z+3i-1)\right| \end{array}\right.$.

Trường hợp 1: $z-1+2i=0 \Rightarrow w=-1 \Rightarrow |w|=1\ (1)$.

Trường hợp 2: $|z-1-2i|=|z+3i-1|$

Gọi $z=a+bi$ (với $a,b\in\mathbb{R}$) khi đó ta được

$\left|a-1+(b-2)i\right|=\left|(a-1)+(b+3)i\right| \Leftrightarrow (b-2)^2=(b+3)^2 \Leftrightarrow b=-\dfrac{1}{2}$.

Suy ra $w=z-2+2i=a-2+\dfrac{3}{2}i \Rightarrow |w|=\sqrt{(a-2)^2+\dfrac{9}{4}}\ge\dfrac{3}{2}\ (2)$.

Từ (1), (2) suy ra $\min|w|=1$.

Câu 115. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+2|^2-|z-i|^2$. Môđun của số phức $w=M+mi$ là

A. $|w|=\sqrt{1258}$ **B.** $|w|=2\sqrt{309}$ **C.** $|w|=2\sqrt{314}$ **D.** $|w|=3\sqrt{137}$

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $z=x+yi$, với $x,y\in\mathbb{R}$.

Ta có: $|z-3-4i|=\sqrt{5} \Leftrightarrow \left|(x-3)+(y-4)i\right|=\sqrt{5} \Leftrightarrow (x-3)^2+(y-4)^2=5$, hay tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C) có tâm $I(3;4)$, bán kính $r=\sqrt{5}$.

- Khi đó : $P=|z+2|^2-|z-i|^2=(x+2)^2+y^2-x^2-(y-1)^2=4x+2y+3$

$\Rightarrow 4x+2y+3-P=0$, kí hiệu là đường thẳng Δ.

- Số phức z tồn tại khi và chỉ khi đường thẳng Δ cắt đường tròn (C)

$\Leftrightarrow d(I;\Delta)\le r \Leftrightarrow \dfrac{|23-P|}{2\sqrt{5}}\le\sqrt{5} \Leftrightarrow |P-23|\le 10 \Leftrightarrow 13\le P\le 33$

Suy ra $M=33$ và $m=13$ $\Rightarrow w=33+13i$.

Vậy $|w|=\sqrt{1258}$.

Câu 116. Cho số phức z thoả mãn $|z-3-4\mathrm{i}|=\sqrt{5}$ và biểu thức $P=|z+2|^2-|z-\mathrm{i}|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Môđun của số phức z bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** 13. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ và gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của z trên Oxy

Ta có $|z-3-4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5$

Và $P = |z+2|^2 - |z-i|^2 = (x+2)^2 + y^2 - x^2 - (y-1)^2 = 4x + 2y + 3$. Như vậy

$P = 4x + 2y + 3 = [4(x-3) + 2(y-4)] + 23 \le \sqrt{4^2+2^2}.\sqrt{(x-3)^2+(y-4)^2} + 23 = 33$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \dfrac{x-3}{4} = \dfrac{y-4}{2} = t \\ 4(x-3) + 2(y-4) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \\ t = 0,5 \end{cases}$.

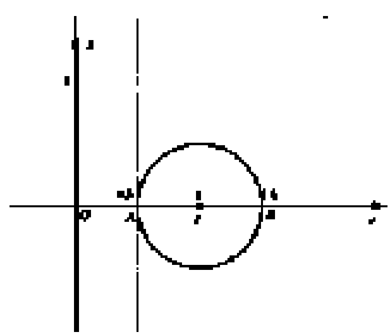
Vậy P đạt giá trị lớn nhất khi $z = 5 + 5i \Rightarrow |z| = 5\sqrt{2}$.

Câu 117. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = \left|\dfrac{z+i}{z}\right|$, với z là số phức khác 0 và thỏa mãn $|z| \ge 2$. Tính tỷ số $\dfrac{M}{m}$.

A. $\dfrac{M}{m} = 5$ **B.** $\dfrac{M}{m} = 3$ **C.** $\dfrac{M}{m} = \dfrac{3}{4}$ **D.** $\dfrac{M}{m} = \dfrac{1}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi $T = \dfrac{z+i}{z} \Rightarrow (T-1)z = i$. Nếu $T = 1 \Rightarrow$ Không có số phức nào thoả mãn yêu cầu bài toán

Nếu $T \ne 1 \Rightarrow z = \dfrac{i}{T-1} \Leftrightarrow |z| = \left|\dfrac{i}{T-1}\right| \ge 2 \Rightarrow |T-1| \le \dfrac{1}{2}$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức T là hình tròn tâm $I(1;0)$ có bán kính $R = \dfrac{1}{2}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} M = OB = OI + R = \dfrac{3}{2} \\ m = OA = |OI - R| = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{M}{m} = 3.$$

Câu 118. Cho các số phức z thỏa mãn $|z^2 + 4| = |(z-2i)(z-1+2i)|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = |z + 3 - 2i|$.

A. $P_{\min}=\dfrac{7}{2}$. **B.** $P_{\min}=3$. **C.** $P_{\min}=4$. **D.** $P_{\min}=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\left|z^2+4\right|=\left|(z-2i)(z-1+2i)\right|\Leftrightarrow\left|z-2i\right|\left(\left|z+2i\right|-\left|z-1+2i\right|\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|z-2i\right|=0\\ \left|z+2i\right|=\left|z-1+2i\right|\end{array}\right.$.

Do đó tập hợp các điểm N biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $A(0;2)$ và đường trung trực của đoạn thẳng BC với $B(0;-2)$, $C(1;-2)$.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(1;0)$, $M\left(\dfrac{1}{2};0\right)$ là trung điểm BC nên phương trình đường trung trực của BC là $\Delta: 2x-1=0$.

Đặt $D(-3;2)$, $DA=3$, $d(D,\Delta)=\dfrac{7}{2}$. Khi đó $P=\left|z+3-2i\right|=DN$, với N là điểm biểu diễn cho z

Suy ra $\min P=\min\left\{DA,d(D,\Delta)\right\}=3$.

Câu 119. Gọi $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn hai điều kiện $\left|z-2\right|^2+\left|z+2\right|^2=26$ và $\left|z-\dfrac{3}{\sqrt{2}}-\dfrac{3}{\sqrt{2}}i\right|$ đạt giá trị lớn nhất. Tính tích xy.

A. $xy=\dfrac{9}{2}$. **B.** $xy=\dfrac{13}{2}$. **C.** $xy=\dfrac{16}{9}$. **D.** $xy=\dfrac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $z=x+iy\,(x,y\in\mathbb{R})$. Thay vào điều kiện thứ nhất, ta được $x^2+y^2=36$.

Đặt $x=3\cos t, y=3\sin t$. Thay vào điều kiện thứ hai, ta có

$$P=\left|z-\frac{3}{\sqrt{2}}-\frac{3}{\sqrt{2}}i\right|=\sqrt{18-18\sin\left(t+\frac{\pi}{4}\right)}\le 6.$$

Dấu bằng xảy ra khi $\sin\left(t+\dfrac{\pi}{4}\right)=-1\Rightarrow t=-\dfrac{3\pi}{4}\Rightarrow z=-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}i.$

Câu 120. Xét các số phức $z=a+bi$ ($a,b\in\mathbb{R}$) thỏa mãn $\left|z-3-2i\right|=2$. Tính $a+b$ khi $\left|z+1-2i\right|+2\left|z-2-5i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 3. **B.** $4+\sqrt{3}$. **C.** $4-\sqrt{3}$. **D.** $2+\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. *Cách 1:*

Đặt $z-3-2i=w$ với $w=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$. Theo bài ra ta có $\left|w\right|=2\Leftrightarrow x^2+y^2=4$.

Ta có

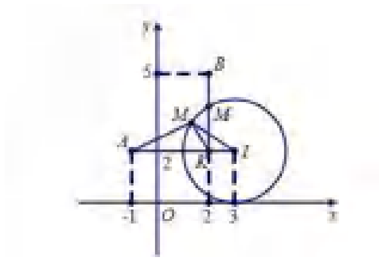
$$P=\left|z+1-2i\right|+2\left|z-2-5i\right|=\left|w+4\right|+2\left|w+1-3i\right|=\sqrt{(x+4)^2+y^2}+2\sqrt{(x+1)^2+(y-3)^2}$$

$$=\sqrt{20+8x}+2\sqrt{(x+1)^2+(y-3)^2}=2\sqrt{5+2x}+2\sqrt{(x+1)^2+(y-3)^2}$$

$$=2\left(\sqrt{x^2+y^2+2x+1}+\sqrt{(x+1)^2+(y-3)^2}\right)=2\left(\sqrt{(x+1)^2+y^2}+\sqrt{(x+1)^2+(y-3)^2}\right)$$

$$\geq 2\left(|y|+|y-3|\right)\geq 2|y+3-y|=6. \qquad P=6\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y(3-y)\geq 0\\ x^2+y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=\sqrt{3}\end{cases}.$$

Vậy GTNN của P là bằng 6 đạt được khi $z=2+\left(2+\sqrt{3}\right)i$.



Cách 2:

$|z-3-2i|=2\Rightarrow MI=2\Rightarrow M\in(I;2)$ với $I=(3;2)$.

$P=|z+1-2i|+2|z-2-5i|=MA+2MB$ với $A=(1;2)$, $B=(2;5)$.

Ta có $IM=2$; $IA=4$. Chọn $K(2;2)$ thì $IK=1$. Do đó ta có $IA.IK=IM^2\Rightarrow\dfrac{IA}{IM}=\dfrac{IM}{IK}$

$\Rightarrow\Delta IAM$ và ΔIMK đồng dạng với nhau $\Rightarrow\dfrac{AM}{MK}=\dfrac{IM}{IK}=2\Rightarrow AM=2MK$.

Từ đó $P=MA+2MB=2(MK+MB)\geq 2BK$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M, K, B thẳng hàng và M thuộc đoạn thẳng BK.

Từ đó tìm được $M=\left(2;2+\sqrt{3}\right)$.

Cách 3:

Gọi $M(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức $z=a+bi$. Đặt $I=(3;2)$, $A(-1;2)$ và $B(2;5)$.

Ta xét bài toán: Tìm điểm M thuộc đường tròn (C) có tâm I, bán kính $R=2$ sao cho biểu thức $P=MA+2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Trước tiên, ta tìm điểm $K(x;y)$ sao cho $MA=2MK$ $\forall M\in(C)$.

Ta có $MA=2MK\Leftrightarrow MA^2=4MK^2\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2=4\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IK}\right)^2$

$$\Leftrightarrow MI^2+IA^2+2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA}=4\left(MI^2+IK^2+2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IK}\right)\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}-4\overrightarrow{IK}\right)=3R^2+4IK^2-IA^2\ (*)$$

$(*)$ luôn đúng $\forall M\in(C)\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{IA}-4\overrightarrow{IK}=\vec{0}\\ 3R^2+4IK^2-IA^2=0\end{cases}$.

$\overrightarrow{IA}-4\overrightarrow{IK}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}4(x-3)=-4\\4(y-2)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$.

Thử trực tiếp ta thấy $K(2;2)$ thỏa mãn $3R^2+4IK^2-IA^2=0$.

Vì $BI^2=1^2+3^2=10>R^2=4$ nên B nằm ngoài (C).

Vì $KI^2=1<R^2=4$ nên K nằm trong (C).

Ta có $MA+2MB=2MK+2MB=2(MK+MB)\geq 2KB$.

Dấu bằng trong bất đẳng thức trên xảy ra khi và chỉ khi M thuộc đoạn thẳng BK.

Do đó $MA+2MB$ nhỏ nhất khi và chỉ khi M là giao điểm của (C) và đoạn thẳng BK.

Phương trình đường thẳng $BK: x=2$.

Phương trình đường tròn $(C):(x-3)^2+(y-2)^2=4$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=2\\(x-3)^2+(y-2)^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=2+\sqrt{3}\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=2\\y=2-\sqrt{3}\end{cases}$.

Thử lại thấy $M\left(2;2+\sqrt{3}\right)$ thuộc đoạn BK. Vậy $a=2$, $b=2+\sqrt{3}\Rightarrow a+b=4+\sqrt{3}$.

Câu 121. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|1+z|+3|1-z|$.

A. $P=3\sqrt{15}$. **B.** $P=2\sqrt{5}$. **C.** $P=2\sqrt{10}$. **D.** $P=6\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có

$P=|1+z|+3|1-z|\leq\sqrt{(1^2+3^2)\left(|1+z|^2+|1-z|^2\right)}=\sqrt{10\left(1+|z|^2\right)}=\sqrt{10(1+1)}=2\sqrt{5}$. Vậy $P_{\max}=2\sqrt{5}$.

Câu 122. Cho các số phức w, z thỏa mãn $|\mathrm{w}+\mathrm{i}|=\frac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5\mathrm{w}=(2+\mathrm{i})(z-4)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-1-2\mathrm{i}|+|z-5-2\mathrm{i}|$ bằng

A. $6\sqrt{7}$. **B.** $4+2\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{53}$. **D.** $4\sqrt{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

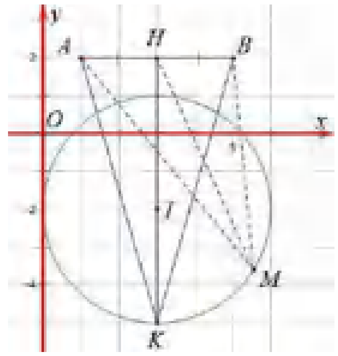
Gọi $z=x+y\mathrm{i}$, với $x,y\in\mathbb{R}$. Khi đó $M(x;y)$ là điểm biểu diễn cho số phức z.

Theo giả thiết $5\mathrm{w}=(2+\mathrm{i})(z-4)\Leftrightarrow 5(\mathrm{w}+\mathrm{i})=(2+\mathrm{i})(z-4)+5\mathrm{i}\Leftrightarrow(2-\mathrm{i})(\mathrm{w}+\mathrm{i})=z-3+2\mathrm{i}$

$\Leftrightarrow|z-3+2\mathrm{i}|=3$. Suy ra $M(x;y)$ thuộc đường tròn $(C):(x-3)^2+(y+2)^2=9$.

Ta có $P=|z-1-2\mathrm{i}|+|z-5-2\mathrm{i}|=MA+MB$, với $A(1;2)$ và $B(5;2)$.

Gọi H là trung điểm của AB, ta có $H(3;2)$ và khi đó:



$P = MA + MB \le \sqrt{2\left(MA^2 + MB^2\right)}$ hay $P \le \sqrt{4MH^2 + AB^2}$.

Mặt khác, $MH \le KH$ với mọi $M \in (C)$ nên $P \le \sqrt{4KH^2 + AB^2} = \sqrt{4\left(IH + R\right)^2 + AB^2}$ $= 2\sqrt{53}$.

Vậy $P_{\max} = 2\sqrt{53}$ khi $\begin{cases} M \equiv K \\ MA = MB \end{cases}$ hay $z = 3 - 5\mathrm{i}$ và $\mathrm{w} = \dfrac{3}{5} - \dfrac{11}{5}\mathrm{i}$.

Câu 123. Biết rằng $|z - 1| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của module số phức $w = \bar{z} + 2i$?

A. $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ **B.** $2 + \sqrt{5}$ **C.** $\sqrt{5} - 2$ **D.** $\sqrt{5} - \sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn B. Quỹ tích $M(z)$ là đường tròn tâm $I(1,0)$ bán kính $R = 2$.

Còn $|w| = |\bar{z} + 2i| = MA$ với $A(0,2)$. Khi đó $\boxed{|w|_{\max} = IA + R = 2 + \sqrt{5}}$.

Câu 124. Trong các số phức z thỏa mãn $|z| = |\bar{z} - 2 + 4i|$, số phức có môđun nhỏ nhất là.

A. $z = 3 + i$. **B.** $z = 5$. **C.** $z = \dfrac{5}{2}i$. **D.** $z = 1 + 2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $z = x + yi, (x, y \in R) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$. Khi đó: $|z| = |\bar{z} - 2 + 4i| \Leftrightarrow |x + yi| = |x - yi - 2 + 4i|$.

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = (x - 2)^2 + (y - 4)^2 \Leftrightarrow x + 2y - 5 = 0$.

Tập hợp điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z là đường thẳng $x + 2y - 5 = 0$.

$|x + yi| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(5 - 2y)^2 + y^2} = \sqrt{5\left(y^2 - 4y + 4\right) + 5} = \sqrt{5(y - 2)^2 + 5} \ge \sqrt{5}$.

Suy ra: $|x + yi|$ bé nhất bằng $\sqrt{5}$ khi $y = 2 \Rightarrow x = 1$.

Câu 125. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 3| = |z + i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = |z|$.

A. $P_{\min}=\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$. **B.** $P_{\min}=\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$. **C.** $P_{\min}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** $P_{\min}=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$. Ta có: $P=|z|=\sqrt{a^2+b^2}$ Mà $|z-3|=|z+i|$

$$|a+ib-3|=|a+ib+i|\Leftrightarrow|(a-3)+ib|=|a+(b+1)i|\Leftrightarrow(a-3)^2+b^2=a^2+(b+1)^2\Leftrightarrow b=4-3a$$

$$P=|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{a^2+(4-3a)^2}=\sqrt{10a^2-24a+16}=\sqrt{10\left(x^2-\frac{24}{10}x+\frac{144}{100}\right)+\frac{8}{5}}\geq\frac{2\sqrt{10}}{5}$$

Câu 126. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\left|1+\dfrac{5i}{z}\right|$.

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $A=\left|1+\dfrac{5i}{z}\right|\leq|1|+\left|\dfrac{5i}{z}\right|=1+\dfrac{5}{|z|}=6$. Khi $z=i\Rightarrow A=6$.

Câu 127. Xét số phức z thỏa mãn $2|z-1|+3|z-i|\leq2\sqrt{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\dfrac{1}{2}<|z|<\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{2}<|z|<2$. **C.** $|z|>2$. **D.** $|z|<\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. ***Cách 1***. Chọn $z=i$.

Cách 2. $2\sqrt{2}\geq2|z-1|+3|z-i|=2\left(|z-1|+|z-i|\right)+|z-i|$

$\geq2|z-1-(z-i)|+|z-i|=2|i-1|+|z-i|=2\sqrt{2}+|z-i|\geq2\sqrt{2}$.

Dấu $"="$ xảy ra khi $|z-i|=0$ hay $z=i\Rightarrow|z|=|i|=1$..

Câu 128. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3+3i|=2$. Giá trị lớn nhất của $|z-i|$ là

A. 8. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 7.

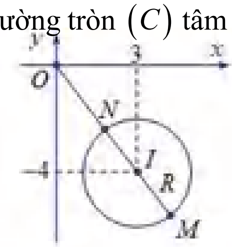
Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1. $2=|z-3+3i|=|(z-i)-(3-4i)|\geq|z-i|-|3-4i|\Rightarrow|z-i|\leq2+|3-4i|\Rightarrow|z-i|\leq7$.

Cách 2. Đặt $w=z-i$. Gọi M là điểm biểu diễn của w trong hệ trục tọa độ Oxy.

$|z-3+3i|=2\Rightarrow|w-3+4i|=2\Rightarrow MI=2$ với $I(3;-4)\Rightarrow M$ nằm trên đường tròn (C) tâm $I(3;-4)$, bán kính $R=2$.



Ta có $|z-i|=|w|=OM$. Vậy $\max OM=OI+R=5+2=7$.

Lưu ý: Nếu đề bài hỏi "Giá trị nhỏ nhất của $|z-i|$" thì $\min OM=ON=OI-R$.

Chuyên đề 12: CÁC DẠNG TOÁN KHÁC

Câu 1. Cho số phức z thoả mãn $\frac{1+i}{z}$ là số thực và $|z-2|=m$ với $m\in\mathbb{R}$. Gọi m_0 là một giá trị của m để có đúng một số phức thoả mãn bài toán. Khi đó:

A. $m_0\in\left(\frac{3}{2};2\right)$. **B.** $m_0\in\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $m_0\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $m_0\in\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Giả sử $z=a+bi$, vì $z\neq 0$ nên $a^2+b^2>0\ (*)$.

Đặt: $w=\frac{1+i}{z}=\frac{1+i}{a+bi}=\frac{1}{a^2+b^2}\left[a+b+(a-b)i\right]=\frac{a+b}{a^2+b^2}+\frac{a-b}{a^2+b^2}i$.

w là số thực nên: $a=b\ (1)$. Kết hợp $(*)$ suy ra $a=b\neq 0$.

Mặt khác: $|a-2+bi|=m\Leftrightarrow (a-2)^2+b^2=m^2\ \ (2)$..

Thay (1) vào (2) được: $(a-2)^2+a^2=m^2\Leftrightarrow g(a)=2a^2-4a+4-m^2=0\ \ (3)$.

Để có đúng một số phức thoả mãn bài toán thì PT (3) phải có nghiệm $a\neq 0$ duy nhất.

Có các khả năng sau :

KN1 : PT (3) có nghiệm kép $a\neq 0$

ĐK: $\begin{cases}\Delta'=0\\ g(0)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-2=0\\ 4-m^2\neq 0\end{cases}\Rightarrow m=\sqrt{2}$.

KN2: PT (3) có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $a=0$

ĐK: $\begin{cases}\Delta'>0\\ g(0)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-2>0\\ 4-m^2=0\end{cases}\Rightarrow m=2$.

Từ đó suy ra $\exists m_0=\sqrt{2}\in\left(1;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 2. Cho số phức $z=(m-1)+(m-2).i\ \ (m\in\mathbb{R})$. Giá trị nào của m để $|z|\leq\sqrt{5}$?

A. $\left[\begin{array}{l}m\leq -3\\ m\geq 0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m\leq -6\\ m\geq 2\end{array}\right.$. **C.** $0\leq m\leq 3$. **D.** $-3\leq m\leq 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $|z|=\sqrt{(m-1)^2+(m-2)^2}\leq\sqrt{5}\Leftrightarrow 2m^2-6m+5\leq 5\Leftrightarrow m^2-3m\leq 0\Leftrightarrow 0\leq m\leq 3$.

Câu 3. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=|z+\overline{z}|=1$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Giả sử $z=x+yi\ \ (x,\ y\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=x-yi\Rightarrow z+\overline{z}=2x$.

Có $\begin{cases}|z|=1\\ |z+\overline{z}|=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}=1\\ |2x|=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2=1\\ x=\pm\frac{1}{2}\end{cases}$. Với $x=\pm\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{1}{4}+y^2=1\Leftrightarrow y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Do đó có 4 số phức thỏa mãn là $z_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_2=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_3=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_4=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 4. Tìm số phức z thỏa mãn $|z-3|=|z-1|$ và $(z+2)(\overline{z}-i)$ là số thực

A. không có z **B.** $z=2$ **C.** $z=-2+2i$ **D.** $z=2-2i$

Hướng dẫn giải

Chọn D. Đặt $z=a+bi$, $a,b\in\mathbb{R}$.

Ta có $|z-3|=|z-1|\Leftrightarrow(a-3)^2+b^2=(a-1)^2+b^2\Leftrightarrow a=2$.

$(z+2)(\overline{z}-i)=(a+2+bi)(a-bi-i)=(a^2+2a+b^2+b)+(a+2b+2)i$ là số thực, suy ra $a+2b+2=0\Rightarrow b=-2$.

Câu 5. Tìm hai số thực x,y để cho hai số phức sau bằng nhau $z_1=(12-x)+xyi$, $z_2=(4-y)+12i$.

A. $x=2;y=6$ hoặc $x=6;y=2$. **B.** $x=6;y=2$.

C. Không tồn tại x,y thỏa mãn yêu cầu bài toán. **D.** $x=2;y=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z_1=z_2\Leftrightarrow\begin{cases}12-x=4-y\\ xy=12\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2;y=6\\ x=6;y=2\end{array}\right.$.

Câu 6. Cho $1+i^2+i^4+i^6+\cdots+i^{2016}+i^{2018}=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Tính giá trị của $H=3a-b$.

A. 2. **B.** $H=3030$. **C.** $H=0$. **D.** $H=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Với mọi số tự nhiên m, ta có $i^{4m}=1$, $i^{4m+2}=-1$.

Khi đó $1+i^2+i^4+i^6+\cdots+i^{2016}+i^{2018}=0\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\ b=0\end{cases}$. Vậy $H=0$.

Câu 7. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m\in S$ có đúng một số phức thỏa mãn $|z-m|=4$ và $\dfrac{z}{z-6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S.

A. 6 **B.** 14 **C.** 0 **D.** 12

Hướng dẫn giải

Chọn D. Điều kiện $z\neq 6$. Giả sử $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z-m|=4\Leftrightarrow|x-m+yi|=4\Leftrightarrow(x-m)^2+y^2=16$ (C).

Lại có $\dfrac{z}{z-6}=1+\dfrac{6}{z-6}=1+\dfrac{6}{x-6+yi}=1+\dfrac{6(x-6-yi)}{(x-6)^2+y^2}=1+\dfrac{6(x-6)}{(x-6)^2+y^2}-\dfrac{6y}{(x-6)^2+y^2}i$.

Khi đó $\dfrac{z}{z-6}$ là số thuần ảo khi $1+\dfrac{6(x-6)}{(x-6)^2+y^2}=0$

$\Leftrightarrow(x-6)^2+y^2+6(x-6)=0\Leftrightarrow(x-3)^2+y^2=9$ (C').

Như vậy (C) có tâm $I(m;0)$, bán kính $R=4$ và (C') có tâm $I'(3;0)$, bán kính $R'=3$.

Do đó $\overrightarrow{II'}=(3-m;0)\Rightarrow II'=|m-3|$.

YCBT $\Leftrightarrow$ (C) và (C') tiếp xúc trong hoặc tiếp xúc ngoài

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}II'=|R-R'|=1\\ II'=R+R'=7\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|m-3|=1\\ |m-3|=7\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\ m=2\\ m=10\\ m=-4\end{array}\right.\Rightarrow S=12.$$

Câu 8. Giá trị của biểu thức $C_{100}^0-C_{100}^2+C_{100}^4-C_{100}^6+\ldots-C_{100}^{98}+C_{100}^{100}$ bằng

A. -2^{100}. **B.** -2^{50}. **C.** 2^{100}. **D.** 2^{50}.

Hướng dẫn giải

H 247

Chọn B. Ta có

$$(1+i)^{100}=C_{100}^0+iC_{100}^1+i^2C_{100}^2+...+i^{100}C_{100}^{100}=\left(C_{100}^0-C_{100}^2+C_{100}^4-...+C_{100}^{100}\right)+\left(C_{100}^1-C_{100}^3+C_{100}^5-C_{100}^{99}\right)i$$

Mặt khác $(1+i)^{100}=\left[(1+i)^2\right]^{50}=(2i)^{50}=-2^{50}$. Vậy $C_{100}^0-C_{100}^2+C_{100}^4-C_{100}^6+...-C_{100}^{98}+C_{100}^{100}=-2^{50}$.

Câu 9. Cho số phức $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{Z}\right)$ thỏa mãn $|z+2+5i|=5$ và $z.\overline{z}=82$. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b$.

A. -7 **B.** 10 **C.** -8 **D.** -35

Hướng dẫn giải

Chọn C. Theo giả thiết ta có $\begin{cases}\sqrt{(a+2)^2+(b+5)^2}=5\\a^2+b^2=82\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{-5b-43}{2} & (1)\\a^2+b^2=82 & (2)\end{cases}$

Thay (1) vào (2) ta được $29b^2+430b+1521=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=-9\\b=\dfrac{-169}{29}\end{array}\right.$

Vì $b\in\mathbb{Z}$ nên $b=-9\Rightarrow a=1$. Do đó $P=a+b=-8$.

Câu 10. Cho $P(z)$ là một đa thức với hệ số thực. Nếu số phức z thỏa mãn $P(z)=0$ thì.

A. $P\left(\dfrac{1}{z}\right)=0$. **B.** $P\left(\dfrac{1}{\overline{z}}\right)=0$. **C.** $P(\overline{z})=0$. **D.** $P\left(|z|\right)=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Giả sử

$P(z)=a_0+a_1z+...+a_nz^n=0\Rightarrow\overline{a_0+a_1z+...+a_nz^n}=0\Rightarrow a_0+a_1\overline{z}+...+a_n\overline{z^n}=0\Rightarrow P(\overline{z})=0$

Câu 11. Giải phương trình $(iz-1)(z+3i)(\overline{z}-2+3i)=0$ trên tập số phức.

A. $\left[\begin{array}{l}z=-2i\\z=3i\\z=2-3i\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}z=-i\\z=-3i\\z=2+3i\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}z=-i\\z=-3i\\z=2-3i\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}z=-i\\z=3i\\z=2+3i\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Đặt $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có $(iz-1)(z+3i)(\overline{z}-2+3i)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}iz-1=0\\z+3i=0\\\overline{z}-2+3i=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=\dfrac{1}{i}=-i\\z=-3i\\\overline{z}=2-3i\Leftrightarrow z=2+3i\end{array}\right.$.

Câu 12. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+2-i|=2\sqrt{2}$ và $(z-i)^2$ là số thuần ảo?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $z=x+yi$. Ta có $|z+2-i|=2\sqrt{2}\Leftrightarrow(x+2)^2+(y-1)^2=8$ (1).

$(z-i)^2=(x+(y-1)i)^2=x^2-(y-1)^2+2x(y-1)i$ là số thuần ảo

$x^2-(y-1)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y-1\\x=-y+1\end{array}\right.$. Khi đó $2x^2=8\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.$

Với $x=2$ ta có $y=3$ hoặc $y=-1$. Ta có $z=2+3i$ hoặc $z=2-i$.

Với $x=-2$ ta có $y=-3$ hoặc $y=3$. Ta có $z=-2+3i$ hoặc $z=-2-3i$.

Vậy có 4 số phức z thỏa mãn bài toán.

Câu 13. Tìm cặp số thực x, y thỏa mãn: $x+2y+(2x-y)i=2x+y+(x+2y)i$.

A. $x=y=0$. **B.** $x=\frac{1}{3}; y=\frac{2}{3}$. **C.** $x=-\frac{1}{3}; y=-\frac{2}{3}$. **D.** $x=y=\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $x+2y+(2x-y)i=2x+y+(x+2y)i \Leftrightarrow (x+2y-2x-y)+(2x-y-z-2y)i=0$

$\Leftrightarrow (y-x)+(x-3y)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ x=3y \end{cases} \Leftrightarrow x=y=0$.

Câu 14. Cho số phức $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $\left|z^2+4\right|=2|z|$. Đặt $P=8\left(b^2-a^2\right)-12$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P=\left(|z|-2\right)^2$. **B.** $P=\left(|z|-4\right)^2$. **C.** $P=\left(|z|^2-2\right)^2$. **D.** $P=\left(|z|^2-4\right)^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$\left|z^2+4\right|=2|z| \Leftrightarrow \left|(a+bi)^2+4\right|=2\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow \sqrt{(a^2-b^2+4)^2+(2ab)^2}=2\sqrt{a^2+b^2}$

$\Leftrightarrow (a^2-b^2)^2+8(a^2-b^2)+16+4a^2b^2=4(a^2+b^2)$

$\Leftrightarrow 8(a^2-b^2)-12=(a^2-b^2)^2+4a^2b^2-4(a^2+b^2)+4$

$\Leftrightarrow 8(a^2-b^2)-12=(a^2+b^2)^2-4(a^2+b^2)+4 \Leftrightarrow 8(a^2-b^2)-12=(a^2+b^2-2)^2$

$\Leftrightarrow P=\left(|z|^2-2\right)^2$.

Câu 15. Tổng các nghiệm phức của phương trình $z^3+z^2-2=0$ là:

A. $1-i$. **B.** $1+i$. **C.** 1. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có $z^3+z^2-2=0 \Leftrightarrow (z-1)\left(z^2+2z+2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ (z+1)^2=-1=i^2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1 \\ z=-1\pm i \end{array}\right.$.

Do đó tổng các nghiệm phức của $z^3+z^2-2=0$ là $1+(-1+i)+(-1-i)=-1$.

Câu 16. Cho số phức $z=3-5i$. Gọi $w=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$ là một căn bậc hai của z. Giá trị của biểu thức $T=x^4+y^4$ là

A. $T=\frac{43}{2}$. **B.** $T=34$. **C.** $T=706$. **D.** $T=\frac{17}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $w=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$ là một căn bậc hai của z khi và chỉ khi $w^2=z$

$\Leftrightarrow (x+yi)^2=3-5i \Leftrightarrow x^2-y^2+2xyi=3-5i. \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-y^2=3 \\ 2xy=-5 \end{cases}$

Ta có $T=x^4+y^4=\left(x^2-y^2\right)^2+2x^2y^2=3^2+2.\left(\frac{-5}{2}\right)^2=\frac{43}{2}$.

Câu 17. Có bao nhiêu số phức $\mathrm{z}=\mathrm{x}+\mathrm{yi}$ thỏa mãn hai điều kiện $|\mathrm{z}+1-\mathrm{i}|+10=|\mathrm{z}|$ và $\frac{\mathrm{x}}{\mathrm{y}}=-\frac{1}{2}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có : $\frac{x}{y}=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow y=-2x$.

Mặt khác $|z+1-i|+10=|z|\Leftrightarrow\sqrt{(x+1)^2+(y-1)^2}+10=\sqrt{x^2+y^2}$.

Suy ra $\sqrt{(x+1)^2+(-2x-1)^2}+10=\sqrt{x^2+(-2x)^2}\Leftrightarrow\sqrt{5x^2+6x+2}+10=\sqrt{5x^2}$

$\Leftrightarrow 5x^2+6x+2+100+20\sqrt{5x^2+6x+2}=5x^2\Leftrightarrow 10\sqrt{5x^2+6x+2}=-51-3x$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\le -17\\ 491x^2+294x-2401=0\end{cases}$ Phương trình vô nghiệm. Do đó không có số phức thỏa mãn.

Câu 18. Tìm các số thực x,y thỏa mãn $(1-2i)x+(1+2y)i=1+i$.

A. $x=1,y=-1$. **B.** $x=-1,y=1$. **C.** $x=1,y=1$. **D.** $x=-1,y=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $(1-2i)x+(1+2y)i=1+i\Leftrightarrow x+(1+2y-2x)i=1+i\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\1+2y-2x=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$.

Câu 19. Cho số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)z+2\bar{z}=3+2i$. Tính $P=a+b$.

A. $P=-1$. **B.** $P=-\frac{1}{2}$. **C.** $P=\frac{1}{2}$. **D.** $P=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. $(1+i)z+2\bar{z}=3+2i.(1)$. Ta có: $z=a+bi\Rightarrow\bar{z}=a-bi.$.

Thay vào (1) ta được $(1+i)(a+bi)+2(a-bi)=3+2i$.

$\Leftrightarrow(a-b)i+(3a-b)=3+2i\Leftrightarrow(a-b)i+(3a-b)=3+2i$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}a-b=2\\3a-b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\b=-\frac{3}{2}\end{cases}\Rightarrow P=-1$.

Câu 20. Tìm số thực m để số phức $z=1+(1+mi)+(1+mi)^2$ là số thuần ảo.

A. $m=\sqrt{3}$. **B.** $m=\pm\sqrt{3}$. **C.** $m=\pm 9$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z=3-m^2+3mi$. z là số thuần ảo $\Leftrightarrow 3-m^2=0\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{3}$.

Câu 21. Cho số phức $z=\frac{i-m}{1-m(m-2i)}$. Với giá trị nào sau đây của m thì $|z-i|\le\frac{1}{4}$.

A. $-\sqrt{15}\le m\le 0$. **B.** $-\frac{1}{\sqrt{15}}\le m\le\frac{1}{\sqrt{15}}$.

C. $-\sqrt{15}\le m\le\sqrt{15}$. **D.** $0\le m\le\frac{1}{\sqrt{15}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. $z=\frac{i-m}{1-m(m-2i)}=\frac{i-m}{-(m-i)^2}=\frac{m+i}{m^2+1}=\frac{1}{m-i}$.

$\Rightarrow|z-i|\le\frac{1}{4}\Leftrightarrow\left|\frac{m}{m^2+1}-\frac{m^2}{m^2+1}i\right|\le\frac{1}{4}\Leftrightarrow\frac{m^2}{(m^2+1)^2}+\frac{m^4}{(m^2+1)^2}\le\frac{1}{16}$.

$\Leftrightarrow 16(m^4+m^2)\le(m^2+1)^2\Leftrightarrow 15m^4+14m^2-1\le 0\Leftrightarrow 0\le m^2\le\frac{1}{15}\Leftrightarrow-\frac{1}{\sqrt{15}}\le m\le\frac{1}{\sqrt{15}}$.

Câu 22. Tìm các căn bậc hai của 12 trong tập số phức $\mathbb{C}$.

A. $\pm 4\sqrt{3}i$. **B.** $\pm 3\sqrt{2}i$. **C.** $\pm 2\sqrt{2}i$. **D.** $\pm 2\sqrt{3}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $12 = 12i^2 = \left(2\sqrt{3}i\right)^2$. Do đó, căn bậc 2 của 12 là $\pm 2\sqrt{3}i$.

Câu 23. Tìm tất cả các số thực x, y sao cho $x^2 - 1 + yi = -1 + 2i$.

A. $x = \sqrt{2}, y = 2$. **B.** $x = -\sqrt{2}, y = 2$. **C.** $x = 0, y = 2$. **D.** $x = \sqrt{2}, y = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $x^2 - 1 + yi = -1 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$.

Câu 24. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - z_2| = |z_1| = |z_2| > 0$. Tính $A = \left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^4 + \left(\dfrac{z_2}{z_1}\right)^4$.

A. -1. **B.** $1 + i$. **C.** 1. **D.** $1 - i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đặt $z_1 = a + bi$, $z_2 = a' + b'i$, với $a, a', b, b' \in \mathbb{R}$, ta có:

$$|z_1 - z_2| = |z_1| = |z_2| > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |z_1 - z_2| = |z_1| \\ |z_1| = |z_2| \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (z_1 - z_2)\left(\overline{z_1} - \overline{z_2}\right) = z_1\overline{z_1} \\ z_1\overline{z_1} = z_2\overline{z_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1\overline{z_1} - z_1\overline{z_2} - z_2\overline{z_1} + z_2\overline{z_2} = z_1\overline{z_1} \\ z_1\overline{z_1} = z_2\overline{z_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1} = z_1\overline{z_1} \\ z_1\overline{z_1} = z_2\overline{z_2} \end{cases}.$$ Ta có:

$$\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 = \left(\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}\right)^2 - 2 = \left(\frac{z_1\overline{z_2}}{z_2\overline{z_2}} + \frac{z_2\overline{z_1}}{z_1\overline{z_1}}\right)^2 - 2 = \left(\frac{z_1\overline{z_2} + z_2\overline{z_1}}{z_1\overline{z_1}}\right)^2 - 2 = \left(\frac{z_1\overline{z_1}}{z_1\overline{z_1}}\right)^2 - 2 = -1.$$

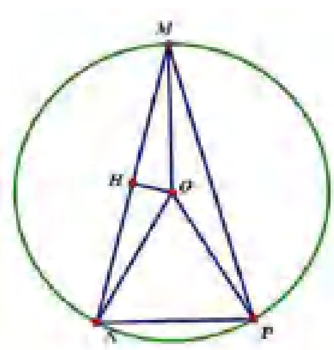
Từ đó: $A = \left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^4 + \left(\dfrac{z_2}{z_1}\right)^4 = \left[\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^2 + \left(\dfrac{z_2}{z_1}\right)^2\right]^2 - 2 = (-1)^2 - 2 = -1$.

Câu 25. Cho ba số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $\begin{cases} |z_1| = |z_2| = |z_3| = 1 \\ z_1^2 = z_2.z_3 \\ |z_1 - z_2| = \dfrac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $M = |z_2 - z_3| - |z_3 - z_1|$.

A. $-\sqrt{6} - \sqrt{2} - \sqrt{3}$. **B.** $-\sqrt{6} - \sqrt{2} + \sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6} + \sqrt{2} - 2}{2}$. **D.** $\dfrac{-\sqrt{6} - \sqrt{2} + 2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn trong hệ trục tọa độ của các số phức z_1, z_2, z_3.

Suy ra: M, N, P thuộc đường tròn $(O;1)$.

$$MN = |z_1 - z_2| = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \cos\widehat{OMN} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \widehat{OMN} = 15^0 \Rightarrow \widehat{MON} = 150^0.$$

Ta có: $|z_3 - z_1| = |z_1||z_3 - z_1| = |z_3 z_1 - z_1^2| = |z_3 z_1 - z_3 z_2| = |z_3||z_1 - z_2| = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$.

$$\Rightarrow MN = MP = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{MOP} = 150^0$$

$\Rightarrow \widehat{NOP} = 60^0 \Rightarrow \Delta NOP$ đều $\Rightarrow NP = 1 \Rightarrow |z_2 - z_3| = 1$. Vậy $M = \dfrac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}+2}{2}$.

Câu 26. Tính $S = 1009 + i + 2i^2 + 3i^3 + \ldots + 2017i^{2017}$.

A. $1009 + 2017i$. **B.** $2017 + 1009i$. **C.** $1008 + 1009i$. **D.** $S = 2017 - 1009i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $S = 1009 + i + 2i^2 + 3i^3 + 4i^4 + \ldots + 2017i^{2017}$

$$= 1009 + \left(4i^4 + 8i^8 + \ldots + 2016i^{2016}\right) + \left(i + 5i^5 + 9i^9 + \ldots + 2017i^{2017}\right) +$$
$$+ \left(2i^2 + 6i^6 + 10i^{10} + \ldots + 2014i^{2014}\right) + \left(3i^3 + 7i^7 + 11i^{11} + \ldots + 2015i^{2015}\right)$$
$$= 1009 + \sum_{n=1}^{504}(4n) + i\sum_{n=1}^{505}(4n-3) - \sum_{n=1}^{504}(4n-2) - i\sum_{n=1}^{504}(4n-1)$$
$$= 1009 + 509040 + 509545i - 508032 - 508536i = 2017 + 1009i.$$

Cách khác: Đặt $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots. + x^{2017}$

$f'(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \ldots + 2017x^{2016}$ $\quad xf'(x) = x + 2x^2 + 3x^3 + \ldots + 2017x^{2017}$ (1)

Mặt khác: $f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots. + x^{2017} = \dfrac{x^{2018}-1}{x-1}$

$$f'(x) = \frac{2018x^{2017}(x-1) - \left(x^{2018}-1\right)}{(x-1)^2} \quad \Rightarrow xf'(x) = x.\frac{2018x^{2017}(x-1) - \left(x^{2018}-1\right)}{(x-1)^2} \ (2)$$

Thay $x = i$ vào (1) và (2) ta được:

$$S = 1009 + i.\frac{2018i^{2017}(i-1) - \left(i^{2018}-1\right)}{(i-1)^2} = 1009 + i\frac{-2018-2018i+2}{-2i} = 2017 + 1009i.$$

Câu 27. Gọi x_0 là nghiệm phức có phần ảo là số dương của phương trình $x^2 + x + 2 = 0$. Tìm số phức $z = x_0^2 + 2x_0 + 3$.

A. $z = \dfrac{-3+\sqrt{7}i}{2}$. **B.** $z = 1 + \sqrt{7}i$. **C.** $z = -2\sqrt{7}i$. **D.** $z = \dfrac{1+\sqrt{7}i}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $x^2 + x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{7}}{2}i \\ x = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{7}}{2}i \end{array}\right.$.

Vì x_0 là nghiệm phức có phần ảo là số dương nên $x_0 = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{7}}{2}i$.

Vậy $z = x_0^2 + 2x_0 + 3 = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i\right)^2 + 2\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i\right) + 3 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i$.

Câu 28. Trên tập số phức cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ (a , b , c là các hệ số thực) và biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$. Xét các mệnh đề:

(P): "Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình (*) vô nghiệm.".

(Q): "Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt.".

(R): "Phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt là $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.".

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Mệnh đề (P) sai vì trên tập số phức mọi phương trình bậc hai đều có 2 nghiệm.

Mệnh đề (Q) đúng vì nếu $\Delta > 0$ thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Mệnh đề (R) sai vì nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép thực $x = -\frac{b}{2a}$.

Câu 29. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Số phức iz_0 bằng

A. $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. **B.** $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. **C.** $-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. **D.** $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $2z^2 - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow 4z^2 - 12z + 10 = 0 \Leftrightarrow (2z-3)^2 = -1 = i^2 \Leftrightarrow z = \frac{3 \pm i}{2}$

$\Rightarrow z_0 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

Câu 30. Cho phương trình nghiệm phức $z^2 + mz + 1 - 2i = 0$, trong đó m là số thực dương. Biết rằng phương trình có một nghiệm thuần ảo. Tìm nghiệm còn lại của phương trình đã cho.

A. $z = -2 + i$. **B.** $z = -1 - 2i$. **C.** $z = -2 - i$. **D.** $z = 2 + i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Như vậy phương trình có hai nghiệm phức. Theo định lí Vi-ét ta có: $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = -m$.

Với $z_1 = yi$ ta có: $-y^2 + myi + 1 - 2i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -y^2 + 1 = 0 \\ my - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ m = 2\,(m > 0) \end{cases} \Rightarrow z_2 = -2 - i$.

Câu 31. Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $z + |z|^2.\mathrm{i} - 1 - \frac{3}{4}\mathrm{i} = 0$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Đặt $z = x + y\mathrm{i}$ $(x, y \in \mathbb{R})$ thì $z + |z|^2.\mathrm{i} - 1 - \frac{3}{4}\mathrm{i} = 0 \Leftrightarrow x + y\mathrm{i} + (x^2 + y^2)\mathrm{i} - 1 - \frac{3}{4}\mathrm{i} = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ y + x^2 + y^2 - \frac{3}{4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow z = 1 - \frac{1}{2}\mathrm{i}$.

Câu 32. Phương trình $x^2 + 4x + 5 = 0$ có nghiệm phức mà tổng các mô đun của chúng bằng?

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Phương trình $x^2+4x+5=0$ có $\Delta'=4-5=-1=i^2$ nên $\Rightarrow x_1=-2-i; x_2=-2+i$.

Mô đun của x_1,x_2 đều bằng $\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$. Vậy tổng các môđun của x_1 và x_2 bằng $2\sqrt{5}$.

Câu 33. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2-6z+13=0$. Tìm số phức $w=z_0+\dfrac{6}{z_0+i}$.

A. $w=\dfrac{24}{5}+\dfrac{7}{5}i$. **B.** $w=\dfrac{24}{5}-\dfrac{7}{5}i$. **C.** $w=-\dfrac{24}{5}+\dfrac{7}{5}i$. **D.** $w=-\dfrac{24}{5}-\dfrac{7}{5}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $z^2-6z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=3+2i \\ z=3-2i \end{array}\right. \Rightarrow z_0=3-2i$. Vậy, $w=z_0+\dfrac{6}{z_0+i}=\dfrac{24}{5}-\dfrac{7}{5}i$.

Câu 34. Căn bậc 2 của số phức $3+4i$ có phần thực dương là

A. $2+i$. **B.** $3+2i$. **C.** $2+3i$. **D.** $3+5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Cách 1: Dùng máy tính thử kết quả.

Cách 2: Tự luận.

Gọi $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ là căn bậc hai của số phức $w=3+4i$.

Khi đó: $(a+bi)^2=3+4i \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-b^2=3 \\ 2ab=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-\dfrac{4}{a^2}=3 \\ b=\dfrac{2}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^4-3a^2-4=0 \\ b=\dfrac{2}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=4 \\ b=\dfrac{2}{a} \end{cases}$.

Do số phức cần tìm có phần thực dương nên $a=2\Rightarrow b=1$. Vậy $z=2+i$.

Câu 35. Trên trường số phức $\mathbb{C}$, cho phương trình $az^2+bz+c=0\ (a,b,c\in\mathbb{R}, a\neq 0)$.

Chọn khẳng định **sai**:

A. Tổng hai nghiệm bằng $-\dfrac{b}{a}$. **B.** Phương trình luôn có nghiệm.

C. Tích hai nghiệm bằng $\dfrac{c}{a}$. **D.** $\Delta=b^2-4ac<0$ thì phương trình vô nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trên trường số phức $\mathbb{C}$, phương trình bậc hai luôn có nghiệm $\Rightarrow$ Phương trình luôn có nghiệm đúng.

Tổng hai nghiệm $z_1+z_2=-\dfrac{b}{a}$ $\Rightarrow$ Tổng hai nghiệm bằng $-\dfrac{b}{a}$ đúng.

Tích hai nghiệm $z_1.z_2=\dfrac{c}{a}$ $\Rightarrow$ Tích hai nghiệm bằng $\dfrac{c}{a}$ đúng.

$\Delta=b^2-4ac<0$ $\Rightarrow$ Phương trình bậc hai có nghiệm phức $\Rightarrow$ $\Delta=b^2-4ac<0$ thì phương trình vô nghiệm sai.

Câu 36. Cho số phức z_0 có $|z_0|=2018$. Diện tích của đa giác có các đỉnh là các điểm biểu diễn của z_0 và các nghiệm của phương trình $\dfrac{1}{z+z_0}=\dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{z_0}$ được viết dạng $n\sqrt{3}$, $n\in\mathbb{N}$. Chữ số hàng đơn vị của n là

A. 8 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 9

Hướng dẫn giải

Chọn B. Điều kiện: $\begin{cases} z \neq 0 \\ z_0 \neq 0 \end{cases}$

Ta có: $\dfrac{1}{z+z_0} = \dfrac{1}{z} + \dfrac{1}{z_0} \Leftrightarrow z.z_0 = (z+z_0)z_0 + (z+z_0)z_0 \Leftrightarrow z^2 + z.z_0 + z_0^2 = 0$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{z}{z_0}\right)^2 + \dfrac{z}{z_0} + 1 = 0 \Leftrightarrow \dfrac{z}{z_0} = -\dfrac{1}{2} \pm \dfrac{\sqrt{3}}{2}i \Leftrightarrow z = \left(-\dfrac{1}{2} \pm \dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)z_0 = z_{1,2}$

Ta có: $|z_1| = |z_2| = \left|-\dfrac{1}{2} \pm \dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right||z_0| = |z_0| = 2018$ và $z_0 + z_1 + z_2 = 0$.

Do đó z_0, z_1, z_2 được biểu diễn bởi ba điểm M_0, M_1, M_2 tạo thành một tam giác đều nằm trên đường tròn tâm O bán kính $R = 2018$.

Tam giác đều này có chiều cao: $h = \dfrac{3}{2}R$ và độ dài cạnh: $a = \dfrac{2}{\sqrt{3}}.h = \dfrac{2}{\sqrt{3}}.\dfrac{3}{2}R = \sqrt{3}.R$

Diện tích tam giác: $S = \dfrac{1}{2}a.h = \dfrac{3R^2}{4}.\sqrt{3} = \dfrac{3.2018^2}{4}.\sqrt{3} = 3054243.\sqrt{3}$.

Vậy $n = 3054243$ có chữ số hàng đơn vị là 3.

Câu 37. Cho $z = -5 + 12i$. Một căn bậc hai của z là

A. $2+3i$. **B.** $-2+3i$. **C.** $4+3i$. **D.** $3+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Gọi $z = x + yi; x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $z = -5 + 12i \Leftrightarrow (x+yi)^2 = -5 + 12i \Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi = -5 + 12i$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = -5 \\ 2xy = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - \dfrac{36}{x^2} = -5 \\ xy = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 + 5x^2 - 36 = 0 \\ xy = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ xy = 6 \end{cases}$.

Câu 38. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Tìm số phức liên hợp của $w = (1+2i)z_1$.

A. $\overline{w} = 1 - 3i$. **B.** $\overline{w} = -3 - i$. **C.** $\overline{w} = 1 + 3i$. **D.** $\overline{w} = -3 + i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có $z^2 + 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -1 + i \\ z = -1 - i \end{array}\right. \Rightarrow z_1 = -1 - i$

Do đó, $w = (1+2i)z_1 = (1+2i)(-1-i) = (-1+2) + (-1-2)i = 1 - 3i \Rightarrow \overline{w} = 1 + 3i$.

Câu 39. Trên tập số phức, cho phương trình: $az^2 + bz + c = 0$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$. Chọn kết luận **sai**.

A. Phương trình luôn có nghiệm.

B. Nếu $b = 0$ thì phương trình có hai nghiệm mà tổng bằng 0.

C. Nếu $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình có hai nghiệm mà môđun bằng nhau.

D. Phương trình luôn có hai nghiệm phức là liên hợp của nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Trên tập số phức, cho phương trình: $az^2 + bz + c = 0$ luôn có nghiệm: $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta > 0$ có hai nghiệm thực là $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

$\Delta < 0$ có hai nghiệm phức là $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.

$\Delta = 0$ có nghiệm kép là $x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$.

Khi $b = 0$ thì phương trình chắc chắn có hai nghiệm mà tổng bằng 0.

$\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì hai nghiệm có mô đun bằng nhau.

Nhưng nếu $\Delta > 0$ phương trình có hai nghiệm thực nên không chắc đã liên hợp.

Câu 40. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Tìm iz_0?

A. $iz_0 = \dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{2}i$. **B.** $iz_0 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i$. **C.** $iz_0 = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{2}i$. **D.** $iz_0 = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Ta có $2z^2 - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \dfrac{3}{2} + \dfrac{1}{2}i \\ z = \dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2}i \end{array}\right.$. Do đó $z_0 = \dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2}i \Rightarrow iz_0 = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i$.

Câu 41. Cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ $(b, c \in \mathbb{R})$. Tính tổng $S = b + c$ biết $z = 2 - 3i$ là một nghiệm của phương trình đã cho.

A. $S = -1$. **B.** $S = 17$. **C.** $S = 9$. **D.** $S = -13$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Theo đề ta có: $(2-3i)^2 + b(2-3i) + c = 0 \Leftrightarrow -5 - 12i + 2b - 3bi + c = 0$

$\Leftrightarrow (2b + c - 5) - 3(b+4)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2b + c - 5 = 0 \\ b + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4 \\ c = 13 \end{cases}$. Do đó: $S = b + c = 9$.

Câu 42. Cho a, b, c là các số thực sao cho phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ có ba nghiệm phức lần lượt là $z_1 = \omega + 3i;\ z_2 = \omega + 9i;\ z_3 = 2\omega - 4$, trong đó ω là một số phức nào đó. Tính giá trị của $P = |a + b + c|$..

A. $P = 136$. **B.** $P = 208$. **C.** $P = 84$. **D.** $P = 36$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $z_1 + z_2 + z_3 = -a \Leftrightarrow 4w + 12i - 4 = -a$ là số thực, suy ra w có phần ảo $-3i$ hay $w = m - 3i$.

$z_1 = m;\ z_2 = m + 6i; z_3 = 2m - 6i - 4$ mà $z_3;\ z_2$ là liên hợp của nhau nên $m = 2m - 4 \Leftrightarrow m = 4$

.

Vậy $z_1 = 4;\ z_2 = 4 + 6i; z_3 = 4 - 6i$.

Theo Viet ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 + z_3 = -a \\ z_1z_2 + z_2z_3 + z_1z_3 = b \\ z_1z_2z_3 = -c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -12 \\ b = 84 \\ c = -208 \end{cases}$. $P = |-12 + 84 - 208| = 136$.

Câu 43. Cho z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 8z + 20 = 0$, gọi M_1 là điểm biểu diễn của số phức z_1 trên mặt phẳng tọa độ. Tìm tọa độ của M_1.

A. $M_1(8;-4)$. **B.** $M_1(4;-2)$. **C.** $M_1(-8;-4)$. **D.** $M_1(-4;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Phương trình $z^2 - 8z + 20 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là $z = 4 - 2i$ và $z = 4 + 2i$

.

Vì z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm nên $z_1 = 4 - 2i$. Vậy điểm biểu diễn của z_1 là $M_1(4;-2)$.

Câu 44. Cho số phức w và hai số thực a, b. Biết rằng $2w + i$ và $3w - 5$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tìm phần thực của số phức w.

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Giả sử $w = x + yi\ \ (x; y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \begin{cases} 2w + i = 2x + (2y+1)i \\ 3w - 5 = 3x - 5 + 3yi \end{cases}$.

Do $2w+i$ và $3w-5$ là hai nghiệm của $z^2 + az + b = 0$.

Áp dụng định lý Viet ta có $\begin{cases} 2x + (2y+1)i + 3x - 5 + 3yi = 0 \\ \left[2x + (2y+1)i\right]\left(3x - 5 + 3yi\right) = b \end{cases}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 5 + (5y+1)i = -a \\ 6x^2 - 16x - 6y^2 - 3y + i\left[6xy + (2y+1)(3x-5)\right] = -b \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5y + 1 = 0 \\ 6xy + (2y+1)(3x-5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{-1}{5} \\ -\dfrac{6}{5}x + \dfrac{3}{5}(3x-5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{-1}{5} \\ x = 5 \end{cases}.$$

Do đó phần thực của w là 5.

Câu 45. Gọi A, B, C là các điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, z_3 là nghiệm của phương trình $z^3 - 6z^2 + 12z - 7 = 0$. Tính diện tích S của tam giác ABC.

A. $S = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $S = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = 3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dùng MTCT ta có pt $z^3 - 6z^2 + 12z - 7 = 0$ có 3 nghiệm $z_1 = 1$; $z_2 = \dfrac{5}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_3 = \dfrac{5}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

Suy ra: $A(1;0)$, $B\left(\dfrac{5}{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $C\left(\dfrac{5}{2}; -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

$AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{\dfrac{9}{4} + \dfrac{3}{4}} = \sqrt{3}$; $AC = \left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{\dfrac{9}{4} + \dfrac{3}{4}} = \sqrt{3}$; $BC = \left|\overrightarrow{BC}\right| = \sqrt{3}$.

$\Rightarrow \Delta ABC$ đều cạnh $\sqrt{3}$. Vậy $S_{ABC} = \dfrac{\left(\sqrt{3}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 46. Tìm số phức z thỏa mãn $|z - 2| = |z|$ và $(z+1)(\overline{z} - i)$ là số thực.

A. $z = 2 - i.$ **B.** $z = 1 - 2i.$ **C.** $z = 1 + 2i.$ **D.** $z = -1 - 2i.$

Hướng dẫn giải

Chọn B. Gọi $z = x + iy$ với $x, y \in \mathbb{R}$ ta có hệ phương trình $\begin{cases} |z - 2| = |z| \\ (z+1)(\overline{z} - i) \in \mathbb{R} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = x^2 + y^2 \\ (x + 1 + iy)(x - iy - i) \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = x^2 + y^2 \\ (x + 1 + iy)(x - iy - i) \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ (-x-1)(y+1) + xy = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $z^2 - 6z + 13 = 0$. Tính $\left|z + \dfrac{6}{z+i}\right|$.

A. Đáp án khác. **B.** $\sqrt{17}$ và 3. **C.** $\sqrt{17}$ và 4. **D.** $\sqrt{17}$ và 5.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $z^2 - 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -3 + 2i \\ z = -3 - 2i \end{array}\right.$.

Với $z = -3 + 2i$ thì $\left|z + \dfrac{6}{z+i}\right| = \left|-3 + 2i + \dfrac{6}{-3+3i}\right| = \sqrt{17}$.

Với $z = -3 - 2i$ thì $\left|z + \dfrac{6}{z+i}\right| = \left|-3 - 2i + \dfrac{6}{-3-i}\right| = 5$.

Câu 48. Kí hiệu z_1 là nghiệm có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 4z + 8 = 0$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $w = z_1^{2017}$.

A. w có phần thực là -2^{3025} và phần ảo 2^{3025}. **B.** w có phần thực là -2^{2017} và phần ảo 2^{2017}.
C. w có phần thực là 2^{2017} và phần ảo -2^{2017}. **D.** w có phần thực là 2^{3025} và phần ảo -2^{3025}.

Hướng dẫn giải

Chọn D. Ta có: $z^2 - 4z + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 2 - 2i \\ z_2 = 2 + 2i \end{array}\right.$.

Khi đó : $w = z_1^{2017} = (2 - 2i)^{2017} = 2^{2017}.(1-i).(-2i)^{1008} = 2^{2017}(1-i)\left[(1-i)^2\right]^{1008}$.

$\Leftrightarrow w = 2^{3025}(1-i)(i^2)^{504} = 2^{3025}(1-i)$. Vậy w có phần thực là 2^{3025} và phần ảo -2^{3025}.

Câu 49. Biết phương trình $az^3 + bz^2 + cz + d = 0$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có z_1, z_2, $z_3 = 1 + 2i$ là nghiệm. Biết z_2 có phần ảo âm, tìm phần ảo của $w = z_1 + 2z_2 + 3z_3$.

A. 2. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có $z_3 = 1 + 2i$ là nghiệm nên $z_2 = \overline{z_3} = 1 - 2i$. Phương trình bậc ba có ít nhất 1 nghiệm thực nên phần ảo của z_1 bằng 0. Vậy $w = z_1 + 2z_2 + 3z_3 = 0 + 2.(-2) + 3.2 = 2$.

Câu 50. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 3$, $|z_2| = 4$, $|z_1 - z_2| = 5$. Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính diện tích S của ΔOAB với O là gốc tọa độ.

A. $S = 12$. **B.** $S = 5\sqrt{2}$. **C.** $S = 6$. **D.** $S = \dfrac{25}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. Ta có: $|z_1| = OA = 3$, $|z_2| = OB = 4$, $|z_1 - z_2| = AB = 5$

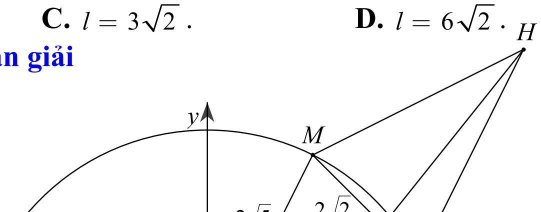
$\Rightarrow \Delta OAB$ vuông tại O (vì $OA^2 + OB^2 = AB^2$) $\Rightarrow S_{\Delta OAB} = \dfrac{1}{2}OA.OB = 6$.

Câu 51. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa $|z_1| = |z_2| = 2\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn hai số phức z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Biết $MN = 2\sqrt{2}$. Gọi H là đỉnh thứ tư của hình bình hành $OMHN$ và K là trung điểm của ON. Tính $l = KH$

A. $l = \sqrt{41}$. **B.** $l = \sqrt{5}$. **C.** $l = 3\sqrt{2}$. **D.** $l = 6\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

H 258



Chọn A

Xét tam giác OMN ta có $\cos\widehat{MON} = \dfrac{OM^2 + ON^2 - MN^2}{2OM.ON} = \dfrac{4}{5}$.

Vì $\widehat{MON} + \widehat{ONH} = 180^\circ$ nên $\cos\widehat{ONH} = -\dfrac{4}{5}$.

Xét tam giác HNK có

$$HK = \sqrt{NH^2 + NK^2 - 2NH.NK.\cos\widehat{KNH}}$$
$$= \sqrt{OM^2 + \left(\frac{1}{2}ON\right)^2 - 2OM.\frac{1}{2}ON.\cos\widehat{ONH}} = \sqrt{41}.$$

Câu 52. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, lấy điểm M là điểm biểu diễn số phức $z = (2-3i)(1+i)$ và gọi φ là góc tạo bởi chiều dương trục hoành và vectơ $\overrightarrow{OM}$. Tính $\sin 2\varphi$.

A. $-\dfrac{12}{5}$. **B.** $\dfrac{5}{12}$. **C.** $\dfrac{12}{5}$. **D.** $-\dfrac{5}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $z = (2-3i)(1+i) = 5 - i \Rightarrow M(5;-1) \Rightarrow \tan\varphi = -\dfrac{1}{5}$. Ta có: $\sin 2\varphi = \dfrac{2\tan\varphi}{1-\tan^2\varphi} = -\dfrac{5}{12}$.

Câu 53. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} |iz - i + 1| = 2 \\ |z-1| = |z+2i| \end{cases}$?

A. Có 2 số. **B.** Không có số phức nào thỏa mãn điều kiện.
C. Có vô số số. **D.** Có 1 số.

Hướng dẫn giải

Chọn B. Giả sử tồn tại số phức $z = x + yi$ thỏa mãn các yêu cầu của bài toán. Khi đó ta có

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4 \\ (x-1)^2 + y^2 = x^2 + (y+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 1 + \left(-x - \dfrac{5}{2}\right)^2 = 4 \\ y = -x - \dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 5x + \dfrac{14}{4} = 0\ (*) \\ y = -x - \dfrac{3}{2} \end{cases}.$$

Phương trình $(*)$ vô nghiệm nên hệ trên vô nghiệm.

Vậy không tồn tại số phức nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 54. Cho A là điểm biểu diễn của các số phức: $z = 1 - 2i$. M_1, M_2 lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1 và z_2. Điều kiện ΔAM_1M_2 cân tại A là:

A. $|z_1 - 1 + 2i| = |z_1 - z_2|$. **B.** $|z_1 - 1 + 2i| = |z_2 - 1 + 2i|$.
C. $|z_1| = |z_2|$. **D.** $|z_1 - z_2| = |1 - 2i|$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

ΔAM_1M_2 cân tại A nên $M_1A = AM_2$ hay $|z_1 - 1 + 2i| = |z_2 - 1 + 2i|$.

Câu 55. Gọi A, B, C lần lýợt là các điểm biểu diễn của số phức $z_1 = -1 + 3i$, $z_2 = -3 - 2i$, $z_3 = 4 + i$ trong hệ tọa ðộ Oxy. Hãy chọn kết luận ðúng nhất.

A. Tam giác ABC vuông cân. **B.** Tam giác ABC đều.

C. Tam giác ABC vuông. **D.** Tam giác ABC cân.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức $z_1=-1+3i$, $z_2=-3-2i$, $z_3=4+i$ nên $A(-1;\ 3)$, $B(-3;\ -2)$, và $C(4;\ 1)$. Suy ra $\overrightarrow{AB}(-2;\ -5)$, $\overrightarrow{AC}(5;\ -2)$.

Suy ra $\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0\\ AB=AC\end{cases}\Leftrightarrow \Delta ABC$ vuông cân tại A..

Câu 56. Cho hai số phức z_1, z_2 có điểm biểu diễn lần lượt là M_1, M_2 cùng thuộc đường tròn có phương trình $x^2+y^2=1$ và $|z_1-z_2|=1$. Tính giá trị biểu thức $P=|z_1+z_2|$.

A. $P=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $P=\sqrt{2}$. **C.** $P=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $P=\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có M_1, M_2 cùng thuộc đường tròn tâm $O(0;0)$ bán kính $R=1$.

Vì $|z_1-z_2|=1$ nên suy ra $M_1M_2=1$. Vậy tam giác OM_1M_2 là tam giác đều cạnh bằng 1.

Gọi H là trung điểm của M_1M_2 thì OH là trung tuyến của tam giác đều OM_1M_2 có cạnh bằng 1. Suy ra $OH=\dfrac{1.\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $P=|z_1+z_2|=\left|\overrightarrow{OM_1}+\overrightarrow{OM_2}\right|=\left|2\overrightarrow{OH}\right|=2OH=2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}.$

Câu 57. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, lấy điểm M là điểm biểu diễn số phức $z=(2+i)^2(4-i)$ và gọi φ là góc tạo bởi chiều dương trục hoành và vectơ $\overrightarrow{OM}$. Tính $\cos 2\varphi$.

A. $\dfrac{425}{87}$. **B.** $\dfrac{475}{87}$. **C.** $-\dfrac{475}{87}$. **D.** $-\dfrac{425}{87}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Ta có: $z=(2+i)^2(4-i)=16+13i\Rightarrow M(16;13)\Rightarrow \tan\varphi=\dfrac{13}{16}$.

Ta có: $\cos 2\varphi=\dfrac{1+\tan^2\varphi}{1-\tan^2\varphi}=\dfrac{425}{87}$.

Câu 58. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1=1+i$, $z_2=8+i$, $z_3=1-3i$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Tam giác MNP cân. **B.** Tam giác MNP đều.

C. Tam giác MNP vuông. **D.** Tam giác MNP vuông cân.

Hướng dẫn giải

Chọn C

M là điểm biểu diễn số phức $z_1=1+i$ nên tọa độ điểm M là $(1;1)$.

N là điểm biểu diễn số phức $z_2=8+i$ nên tọa độ điểm N là $(8;1)$.

P là điểm biểu diễn số phức $z_3=1-3i$ nên tọa độ điểm P là $(1;-3)$.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(7;0)$, $\overrightarrow{MP}=(0;-4)$ nên $\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP}=0\\ \left|\overrightarrow{MN}\right|\neq\left|\overrightarrow{MP}\right|\end{cases}$ hay tam giác MNP vuông tại M và không phải tam giác cân.

ĐỀ MẪU MÃ 102 (đề gồm 02 trang)

Câu 1. Phần thực và phần ảo của số phức $z=\sqrt{2}-\sqrt{3}i$ lần lượt là

A. $\sqrt{2}$; $-\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$; $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{2}$; $-\sqrt{3}$

Câu 2. Số phức $z=m^2+2i$ bằng số phức $z=1+2i$ khi và chỉ khi

A. $m=\pm 1$ B. $m=1$ C. $m=-1$ D. $m=\pm\sqrt{2}$

Câu 3. Tính i^4+i^2

A. -2 B. -1 C. 0 D. 2

Câu 4. Phần thực và phần ảo của số phức $(2-3i)^2$ lần lượt là

A. 13 và -12 B. -5 và 12 C. 5 và -12 D. -5 và -12

Câu 5. Trên tập số phức, số nghiệm của phương trình $x(x-i)(x^2+4)=0$ là

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 6. Trên tập số phức phương trình $x^2+2x+3=0$ có các nghiệm là

A. $1 \pm \sqrt{2}\,i$ B. $-1 \pm \sqrt{2}\,i$ C. $2 \pm \sqrt{2}\,i$ D. $-2 \pm \sqrt{2}\,i$

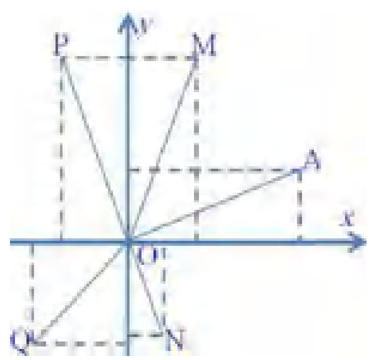
Câu 7. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}=\dfrac{\left(1-\sqrt{3}\,i\right)^3}{1-i}$. Tìm môđun của $\bar{z}+iz$

A. $4\sqrt{2}$ B. $4\sqrt{3}$ C. $8\sqrt{2}$ D. $8\sqrt{3}$

Câu 8. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\bar{z}-(4+3i)\right|=2$ là đường tròn tâm I, bán kính R

A. $I(4;3), R=2$ B. $I(4;-3), R=2$ C. $I(-4;3), R=4$ D. $I(4;-3), R=4$

Câu 9. Cho số phức z có $|z|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ và điểm A trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của z. Biết rằng trong hình vẽ bên, điểm biểu diễn của số phức $w=\dfrac{i}{2z}$ là một trong bốn điểm M, N, P, Q. Khi đó điểm biểu diễn của số phức w là



A. Điểm M B. Điểm N C. Điểm P D. Điểm Q

Câu 10. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2-4i|=|z-2i|$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất

A. $z=-1+i$ B. $z=-2+2i$ C. $z=2+2i$ D. $z=3+2i$

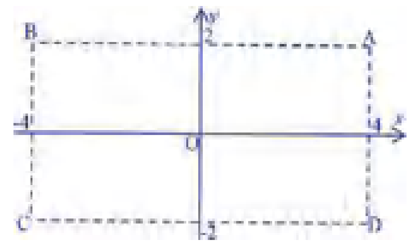
Câu 11. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $2z^4-3z^2-2=0$. Tổng $T=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|$ bằng

A. $5\sqrt{2}$ B. 5 C. $\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2}$

Câu 12. Cho số phức $z = 3 + 4i$ có một acgumen là φ. Tính $\cot(2\varphi)$

A. $-\dfrac{7}{8}$ B. $-\dfrac{7}{24}$ C. $-\dfrac{24}{7}$ D. $\dfrac{24}{25}$

Câu 13. Cho số phức z thỏa mãn $(1-z)i = 2-3i$. Điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm A, B, C, D ở hình bên



A. Điểm A B. Điểm B

C. Điểm C D. Điểm D

Câu 14. Số phức nghịch đảo của số phức $z = 1 + 3i$ là

A. $-\dfrac{1}{8}+\dfrac{3}{8}i$ B. $\dfrac{1}{10}-\dfrac{3}{10}i$ C. $1-3i$ D. $\dfrac{1}{\sqrt{10}}-\dfrac{3}{\sqrt{10}}i$

Câu 15. Cho số phức $z = 3-2\sqrt{2}i$, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ trong mặt phẳng phức

A. $A\left(3\,;-2\sqrt{2}\right)$ B. $B\left(3\,;2\sqrt{2}i\right)$ C. $C\left(2\sqrt{2}\,;3\right)$ D. $D\left(3\,;2\sqrt{2}\right)$

Câu 16. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+11| = |z-11| = 4$

A. 1 B. 2 C. 3 D. Không tồn tại số phức z

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1| = \sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của $T = |z+i| + |z-2-i|$

A. $\max T = 8\sqrt{2}$ B. $\max T = 4$ C. $\max T = 4\sqrt{2}$ D. $\max T = 8$

Câu 18. Cho số phức $z = a + bi$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $z + \overline{z} = 2bi$ B. $z - \overline{z} = 2a$ C. $z.\overline{z} = a^2 - b^2$ D. $|z^2| = |z|^2$

Câu 19. Cho hai số thực x, y thỏa phương trình $2x+3+(1-2y)i = 2(2-i)-3yi+x$. Khi đó biểu thức $P = x^2-3xy-y$ nhận giá trị nào sau đây

A. $P=13$ B. $P=-3$ C. $P=11$ D. $P=-12$

Câu 20. Cho hai số phức $z=(2x+3)+(3y-1)i$ và $z' = 3x+(y+1)i$. Ta có: $z = z'$ khi

A. $x=-\dfrac{5}{3}; y=0$ B. $x=-\dfrac{5}{3}; y=\dfrac{4}{3}$ C. $x=3; y=1$ D. $x=1; y=3$.

ĐỀ MẪU MÃ 216 (đề gồm 02 trang)

Câu 1. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $3-i=i-3$ B. $2+3i=3i+2$ C. $5+i=6-i$ D. $i=-1$

Câu 2. Cho số phức $z=a+bi$ khi đó $z'=\overline{(\overline{z})}$ là

A. $z'=a+bi$ B. $z'=a-bi$ C. $z'=-a+bi$ D. $z'=-a-bi$

Câu 3. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Nếu $z=3+2i$ thì $|z|=\sqrt{3^2+(2i)^2}$

B. Nếu $z=4+2i$ thì $|z|=\sqrt{4^2+2^2}$

C. Nếu $z=2-2i$ thì $z=\sqrt{2^2-(-2)^2}$

D. Nếu $z=2-2i$ thì $|z|=\sqrt{2^2-2^2}$

Câu 4. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Số phức có mô đun bằng 0 thì có phần thực bằng 0

B. Số phức có mô đun bằng 0 thì có phần ảo bằng 0

C. Hai số phức có cùng môđun thì bằng nhau

D. Hai số phức bằng nhau thì có cùng môđun

Câu 5. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z=5+3i$. Gọi M là điểm biểu diễn cho số phức z. Tọa độ điểm M là

A. (1; 2) B. (4; 1) C. (1; 4) D. (−1; −4)

Câu 6. Biết phương trình $z^2-(4+i)z+6+2i=0$ có một nghiệm là $(2-i)$. Nghiệm còn lại của phương trình này là

A. -6 B. $4+i$ C. $2+2i$ D. $6+2i$

Câu 7. Số nào trong các số phức sau đây là số phức thuần ảo

A. $\left(\sqrt{2}+3i\right)\left(\sqrt{2}-3i\right)$ B. $\left(\sqrt{2}+3i\right)+\left(\sqrt{2}-3i\right)$ C. $\dfrac{2-3i}{2+3i}$ D. $(9+9i)^2$

Câu 8. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=3\sqrt{5}$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(2-i)z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó

A. 15 B. 16 C. 4 D. $3\sqrt{5}$

Câu 9. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+5=0$. Khi đó $\left(z_1^5+z_2^5\right)$ có giá trị bằng

A. 7 B. -82 C. 5 D. -2

Câu 10. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-3|=2$ và $z_2=\dfrac{z_1}{i}$. Khi đó $|z_1-z_2|$ có giá trị nhỏ nhất và lớn nhất là

A. $\sqrt{2}$ và $5\sqrt{2}$ B. 0 và $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}$ và $4\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2}$ và $5\sqrt{2}$

Câu 11. Trong mặt phẳng phức gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1=(1-i)(2+i)$, $z_2=1+3i$, $z_2=-1-3i$. Tam giác ABC là

A. Một tam giác cân (không đều)

B. Một tam giác đều

C. Một tam giác vuông (không cân)

D. Một tam giác vuông cân

Câu 12. Cho số phức $z=-3-4i$ có một acgumen là φ. Tính $\tan(2\varphi)$

A. $-\frac{8}{7}$

B. $\frac{24}{25}$

C. $-\frac{24}{7}$

D. $-\frac{8}{13}$

Câu 13. Cho số phức $z_1 = 3-2i$, $z_2 = -1+i$. Tính môđun của số phức $\omega = z_1+\overline{z_2}$

A. $|\omega| = \sqrt{5}$

B. $|\omega| = \sqrt{10}$

C. $|\omega| = \sqrt{13}$

D. $|\omega| = 4$

Câu 14. Tìm m để phương trình $z^2-4z+m=0$ nhận số phức $z=2-i$ làm nghiệm

A. $m=-5$

B. $m=5$

C. $m=-i$

D. $m=i$

Câu 15. Tính môđun của số phức $\overline{z}-5i$ biết $z=(2-i)(3+2i)$

A. $|\overline{z}-5i| = 10$

B. $|\overline{z}-5i| = 2$

C. $|\overline{z}-5i| = 4$

D. $|\overline{z}-5i| = 4\sqrt{5}$

Câu 16. Xét các số phức z thỏa mãn $|z+4|+|z-4|=10$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $|z-5i|$. Tính $P=\frac{m+M}{2}$.

A. $P=5$

B. $P=\frac{3+\sqrt{89}}{2}$

C. $P=\frac{12+5\sqrt{41}}{8}$

D. $P=\frac{3+\sqrt{29}}{2}$

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện : $|z-1+2i|=\sqrt{5}$ và $w=z+1+i$ có môđun lớn nhất. Số phức z có môđun bằng

A. $2\sqrt{5}$

B. $3\sqrt{2}$

C. $\sqrt{6}$

D. $5\sqrt{2}$

Câu 18. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2-3z+7=0$. Tính giá trị của biểu thức $z_1+z_2-z_1z_2$

A. -2

B. 2

C. -5

D. 5

Câu 19. Cặp số thực $(x;y)$ thỏa mãn $(x+y)+(x-y)i=5+3i$ là

A. $(x;y)=(4;1)$

B. $(x;y)=(2;3)$

C. $(x;y)=(1;4)$

D. $(x;y)=(3;2)$

Câu 20. Hai số thực $(x;y)$ thỏa mãn $(2x-y)i+y(1-2i)^2=3+7i$ là

A. $x=-1; y=1$

B. $x=-1; y=-1$

C. $x=1; y=-1$

D. $x=1; y=1$.

ĐỀ MẪU MÃ 381 (đề gồm 02 trang)

Câu 1. Số phức $z = 5 - 2i$ có điểm biểu diễn là

A. $(5;-2)$ B. $(5;2)$ C. $(-5;-2)$ D. $(-5;2)$

Câu 2. Biết $2x + 1 + (3y - 2)i = x + 2 + (y + 4)i$ khi đó

A. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$ B $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

Câu 3. Cho số phức z thỏa mãn $(2 - 3i)z + (4 + i)\bar{z} = -(1 + 3i)^2$. Tìm phần thực và phần ảo của z

A. Phần thực -2 ; Phần ảo 5 B. Phần thực -2 ; Phần ảo $5i$

C. Phần thực -2 ; Phần ảo 3 D. Phần thực -3 ; Phần ảo $5i$

Câu 4. Cho số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $\bar{z} = z$ khi đó

A. $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a \neq 0 \\ b = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a \in \mathbf{R} \\ b = 0 \end{cases}$

Câu 5. Cho hai số phức: $z_1 = 2 + 5i$; $z_2 = 3 - 4i$. Tìm số phức $z_1.z_2$

A. $6 + 20i$ B. $26 + 7i$ C. $6 - 20i$ D. $26 - 7i$

Câu 6. Tìm số phức z thỏa mãn $(2 - i)(1 + i) + \bar{z} = 4 - 2i$

A. $z = -1 - 3i$ B. $z = -1 + 3i$ C. $z = 1 + 3i$ D. $z = 1 - 3i$

Câu 7. Cho số phức $z = 5 - 3i$. Tính $1 + \bar{z} + \left(\bar{z}\right)^2$ ta được kết quả

A. $27 - 30i$ B. $27 + 30i$ C. $22 + 33i$ D. $22 - 27i$

Câu 8. Cho số phức z thỏa mãn $z^3 = \bar{z}$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $|z| = 1$ B. z có thể nhận giá trị là số thực hoặc số thuần ảo

C. Phần thực của z không lớn hơn 1 D. Cả B và C đều đúng

Câu 9. Số thực a thay đổi tùy ý thì các điểm của mặt phẳng phức biểu diễn các căn bậc hai của $z = a + 2i$ vạch nên đường

A. đường tròn B. hypebol C. elip D. parabol

Câu 10. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất sao cho $|z - 2| = |\bar{z} + i|$

A. $\frac{3}{5} - \frac{3}{10}i$ B. $-\frac{3}{5} + \frac{3}{10}i$ C. $\frac{3}{5} + \frac{3}{10}i$ D. $-\frac{3}{10} + \frac{3}{5}i$

Câu 11. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$ trên tập số phức. Tính $z_1^2 + z_2^2$

A. $z_1^2 + z_2^2 = -8$ B. $z_1^2 + z_2^2 = 4i$ C. $z_1^2 + z_2^2 = 0$ D. $z_1^2 + z_2^2 = 8$

Câu 12. Các điểm A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn cho các số phức $z_1 = 5 - 3i$, $z_2 = \dfrac{4i}{i-1}$, $z_3 = (1-i)(1+2i)$. Khi đó tam giác ABC là tam giác gì

A. Tam giác vuông B. Tam giác cân C. Tam giác vuông cân D. Tam giác đều

Câu 13. Cho số phức $z = 3 - 4i$ có một acgumen là φ. Tính $\sin(2\varphi)$

A. $-\dfrac{8}{7}$ B. $\dfrac{24}{25}$ C. $-\dfrac{24}{7}$ D. $-\dfrac{24}{25}$

Câu 14. Cho số phức $w = 2(4-3i)$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**

A. Số phức w có phần thực bằng 8, phần ảo bằng $6i$

B. Môđun của w bằng 10

C. Số phức w có phần thực bằng 8, phần ảo bằng -6

D. Số liên hợp của w là $\overline{w} = 8 + 6i$

Câu 15. Kí hiệu z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ Tính giá trị của $P = z_1^{2017} + z_2^{2017} + z_1^2 z_2^2$

A. $P = 2$ B. $P = 1$ C. $P = 0$ D. $P = -1$

Câu 16. Cho các số phức z_1, z_2 khác không, thỏa mãn $z_1^2 - z_1 z_2 + z_2^2 = 0$. Gọi A, B là các điểm biểu diễn tương ứng của z_1, z_2. Khi đó tam giác OAB là tam giác

A. đều B. cân C. vuông D. thường

Câu 17. Trong mặt phẳng phức Oxy, các số phức z thỏa $|z + 2i - 1| = |z + i|$. Tìm số phức z được biểu diễn bởi điểm M sao cho MA ngắn nhất với $A(1;3)$

A. $1+3i$ B. $3+i$ C. $2-3i$ D. $-2+3i$

Câu 18. Cho số phức z thỏa mãn $(3-2i)\overline{z} - 4(1-i) = (2+i)z$. Module của z là

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{10}$ D. $\sqrt{5}$

Câu 19. Cho số phức $z = (x+iy)^2 - 2(x+iy) + 5$ (với $x, y \in \mathbb{R}$). Với giá trị nào của x, y thì số phức đó là số thực

A. $x = 1$ và $y = 0$ B. $x = -1$ C. $x = 1$ hoặc $y = 0$ D. $x = 1$

Câu 20. Cho số phức $z = a + bi$. Để z^3 là một số thực, điều kiện của a và b là

A. $b = 0$ và a bất kì hoặc $b^2 = 3a^2$

B. $b = 3a$

C. $b^2 = 5a^2$

D. $a = 0$ và b bất kì hoặc $b^2 = a^2$.

ĐỀ MẪU MÃ 582 (đề gồm 02 trang)

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + 3i$ là

A. $\bar{z} = 2 - 3i$ B. $\bar{z} = -2 - 3i$ C. $\bar{z} = 3 - 2i$ D. $\bar{z} = -2 + 3i$

Câu 2. Phần thực của số phức $z = \frac{5}{3}i$ là

A. 5 B. $\frac{5}{3}$ C. 0 D. i

Câu 3. Môđun của số phức $z = -1 + 7i$ là

A. 6 B. 7 C. 8 D. $5\sqrt{2}$

Câu 4. Kết quả nào sau đây là số thực

A. $(2+3i)-(2-3i)$ B. $(2+3i)(2-3i)$ C. $(2+3i)+(3-2i)$ D. $\frac{2+3i}{2-3i}$

Câu 5. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z có phần thực dương thoả mãn $|z| \le 2$ là

A. Nửa đường tròn nằm bên phải trục tung có tâm O(0 ; 0) bán kính bằng 2

B. Hình tròn tâm O(0 ; 0) bán kính bằng 2

C. Nửa hình tròn nằm bên trái trục tung có tâm O(0 ; 0) bán kính bằng 2

D. Nửa hình tròn nằm bên phải trục tung có tâm O(0 ; 0) bán kính bằng 2

Câu 6. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z-4}{z-2} = z + 1$, giá trị của $\left|\frac{z-i}{z-1}\right|$ là

A. 1 B. $\sqrt{5}$ C. Cả A và B đều đúng D. Cả A và B đều sai

Câu 7. Trong mặt phẳng phức, điểm $M(1;-2)$ biểu diễn số phức z. Môđun của số phức $w = i\bar{z} - z^2$ bằng

A. $\sqrt{26}$ B. 26 C. 6 D. $\sqrt{6}$

Câu 8. Nếu $|z| = 1$ thì $\frac{z^2-1}{z}$

A. bằng 0 B. là số thuần ảo C. lấy mọi giá trị phức D. lấy mọi giá trị thực

Câu 9. Tìm số thực m biết $z = \frac{m-i}{m(m-2i)-1}$ và $z.\bar{z} = \frac{m}{1+m}$, trong đó i là đơn vị ảo

A. 1 B. 0 C. -1 D. $\forall m$

Câu 10. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $(2z+i)^4 = (z-i)^4$. Tính giá trị của biểu thức $(z_1^2+1)(z_2^2+1)(z_3^2+1)(z_4^2+1)$

A. 1215 B. 3 C. $-\frac{27}{5}$ D. -81

Câu 11. Tìm số phức z có $|z| = 1$ và $|z+i|$ đạt giá trị lớn nhất

A. -1 B. 1 C. $-i$ D. i

Câu 12. Cho số phức $z=-3+4i$ có một acgumen là φ. Tính $\cos(2\varphi)$

A. $\frac{7}{25}$ B. $-\frac{7}{25}$ C. -1 D. 1

Câu 13. Tính $a\sqrt{3}-b$ biết a, b là hai số thực thỏa mãn $a+bi=\left(1-i\sqrt{3}\right)^{11}$

A. $a\sqrt{3}-b=2^{11}.\sqrt{3}$ B. $a\sqrt{3}-b=2^{9}.\sqrt{3}$ C. $a\sqrt{3}-b=2^{11}$ D. $a\sqrt{3}-b=0$

Câu 14. Cho số phức $z=x+yi$ với $x,y\in \mathbf{R}$, thỏa mãn $(1-i)z=(3-4i)(1+i)$. Tính $\frac{2x+y}{|z|}$

A. $\frac{7}{5}$ B. 20 C. 1 D. $\frac{11}{5}$

Câu 15. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện: $|z|=\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 16. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+11|=|z-11|=4$

A. 1 B. 2 C. 3 D. Không tồn tại số phức z

Câu 17. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Ký hiệu $(a;b)$ là kết quả sẽ xảy ra sau khi gieo; trong đó a,b lần lượt là số chấm xuất hiện lần thứ nhất, thứ hai. Gọi A là biến cố số chấm xuất hiện trên hai lần gieo như nhau. Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố A là tập hợp con của tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện nào sau đây

A. $|z+2+3i|\le 12$ B. $|z+2+3i|=10$ C. $|z+2+3i|\le 13$ D. $|z+2+3i|\le 11$

Câu 18. Trên tập số phức phương trình $z^3=3$ có bao nhiêu nghiệm

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 19. Cho các số x,y thỏa mãn $\frac{x+1}{1-i}=\frac{y-1}{1+i}$. Giá trị của biểu thức $P=x+y$ là

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

Câu 20. Điểm biểu diễn của các số phức $z=3+bi$ với $b\in\mathbb{R}$, luôn nằm trên đường thẳng có phương trình là

A. $x=3$ B. $y=3$ C. $y=x$ D. $y=x+3$.

ĐỀ MẪU MÃ 692 (đề gồm 02 trang)

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z=2-4i$ có điểm biểu diễn là

A. $(-2;4)$ B. $(2;-4)$ C. $(2;4)$ D. $(-2;-4)$

Câu 2. Môđun của số phức $z=-3+4i$ là

A. 1 B. 2 C. $\sqrt{7}$ D. 5

Câu 3. Điểm biểu diễn của các số phức $z=a+ai$ với $a\in\mathbf{R}$, nằm trên đường thẳng

A. $y=-x$ B. $y=x$ C. $x=a$ D. $y=a$

Câu 4. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z=2+3i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z'=3+2i$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục tung

B. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua gốc toạ độ O

C. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua trục hoành

D. Hai điểm A và B đối xứng với nhau qua đường thẳng $y=x$

Câu 5. Tính $\left(1+i+i^2+i^3+i^4\right)^{2017}$

A. -1 B. 0 C. 1 D. i

Câu 6. Căn bậc hai của số phức $z=-8+6i$ là

A. $-1-3i$ và $1+3i$ B. $-1+3i$ và $1-3i$ C. $3+i$ và $-3-i$ D. $-3+i$ và $-3-i\sqrt{2}$

Câu 7. Tính $\dfrac{\left(\sqrt{3}+i\right)^9}{(1+i)^{10}}$

A. 16 B. -16 C. 1 D. -1

Câu 8. Các số phức z_1, z_2, z_3 có biểu diễn trên mặt phẳng phức là ba đỉnh của tam giác đều có đường tròn ngoại tiếp là (C): $(x-3)^2+(y-4)^2=9$. Tính $\left(z_1+z_2+z_3\right)$

A. $9+12i$ B. $3+4i$ C. $12-9i$ D. $4-3i$

Câu 9. Số các số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z|=\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo là

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 10. Cho số phức z thỏa mãn $|z-i|=\sqrt{2}|z-1+2i|$. Tìm trung bình cộng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$

A. 1 B. 2 C. $\sqrt{29}$ D. $2\sqrt{29}$

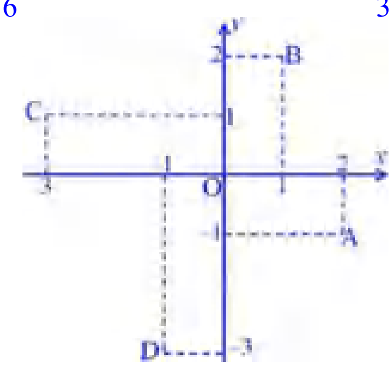
Câu 11. Số phức z được biểu diễn trên mặt phẳng phức là tiếp điểm của một tiếp tuyến đi qua O(0 ; 0) với đường tròn (C): $(x-2)^2+y^2=2$. Khi đó $|z|$ là

A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. 4

Câu 12. Một acgumen của số phức $z=\left(1+\sqrt{3}i\right)\left(\sqrt{3}+i\right)-4\sqrt{3}$ là

A. $\dfrac{5\pi}{6}$ B. $\dfrac{2\pi}{3}$ C. $-\dfrac{5\pi}{6}$ D. $-\dfrac{2\pi}{3}$

Câu 13. Cho các số phức z_1, z_2, z_3, z_4 có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức là A, B, C, D (như hình bên).



Tính $C=\left|z_1+z_2+z_3+z_4\right|$

A. $C=3$ B. $C=2$

C. $C=\sqrt{2}$ D. $C=1$

Câu 14. Trên tập số phức phương trình $z^3-8=0$ có ba nghiệm z_1, z_2, z_3. Tính $z_1^2+z_2^2+z_3^2$

A. 8 B. 4 C. 2 D. 0

Câu 15. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2+2z+2=0$ trên tập số phức. Tính $z_1^2+z_2^2$

A. $z_1^2+z_2^2=-8$ B. $z_1^2+z_2^2=4i$ C. $z_1^2+z_2^2=0$ D. $z_1^2+z_2^2=8$

Câu 16. Cho các số phức z_1, z_2 khác không, thỏa mãn $z_1^2-z_1z_2+z_2^2=0$. Gọi A, B là các điểm biểu diễn tương ứng của z_1, z_2. Khi đó tam giác OAB là tam giác

A. đều B. cân C. vuông D. thường

Câu 17. Số nghiệm phức của phương trình $\bar{z}+\dfrac{25}{z}=8-6i$ là

A. 1 nghiệm B. 2 nghiệm C. 3 nghiệm D. 4 nghiệm

Câu 18. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+1=0$. Tính module của $z=z_1^2+z_2^2+4-3i$

A. 6 B. $3\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 18

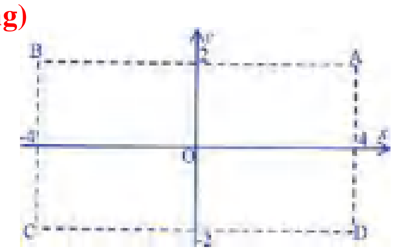
Câu 19. Cho $z_1=3-5i, z_2=m-2i$. Với giá trị nào của m thì $|z_1|=2\left|\overline{z_2}\right|$

A. $m=\pm\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ B. $m=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ C. $m=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ D. $m=\pm\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

Câu 20. Cho hai số phức z_1, z_2 và $w=z_1.\overline{z_2}+\overline{z_1}.z_2$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $|w|=1$ B. $w=0$ C. w là một số thực D. w là số thuần ảo.

ĐỀ MẪU MÃ 839 (đề gồm 02 trang)



Câu 1. Cho số phức z thỏa mãn $(1-z)i = 2-3i$. Điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm A, B, C, D ở hình bên

A. Điểm A B. Điểm B

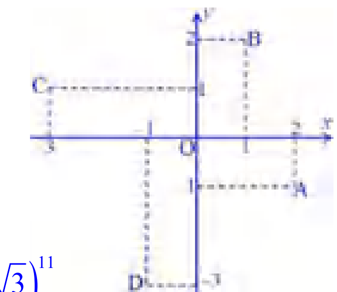
C. Điểm C D. Điểm D

Câu 2. Cho số phức $z_1 = 3-2i$, $z_2 = -1+i$. Tính môđun của số phức $\omega = z_1 + \overline{z_2}$

A. $|\omega| = \sqrt{5}$ B. $|\omega| = \sqrt{10}$ C. $|\omega| = \sqrt{13}$ D. $|\omega| = 4$

Câu 3. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2+2z+2=0$ trên tập số phức. Tính $z_1^2+z_2^2$

A. $z_1^2 + z_2^2 = -8$ B. $z_1^2 + z_2^2 = 4i$ C. $z_1^2 + z_2^2 = 0$ D. $z_1^2 + z_2^2 = 8$



Câu 4. Cho các số phức z_1, z_2, z_3, z_4 có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức là A, B, C, D (như hình bên). Tính $C = |z_1 + z_2 + z_3 + z_4|$

A. $C = 3$ B. $C = 2$

C. $C = \sqrt{2}$ D. $C = 1$

Câu 5. Tính $a\sqrt{3} - b$ biết a, b là hai số thực thỏa mãn $a + bi = \left(1 - i\sqrt{3}\right)^{11}$

A. $a\sqrt{3} - b = 2^{11}.\sqrt{3}$ B. $a\sqrt{3} - b = 2^9.\sqrt{3}$ C. $a\sqrt{3} - b = 2^{11}$ D. $a\sqrt{3} - b = 0$

Câu 6. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+11| = |z-11| = 4$

A. 1 B. 2 C. 3 D. Không tồn tại số phức z

Câu 7. Số phức nghịch đảo của số phức $z = 1+3i$ là

A. $-\frac{1}{8}+\frac{3}{8}i$ B. $\frac{1}{10}-\frac{3}{10}i$ C. $1-3i$ D. $\frac{1}{\sqrt{10}}-\frac{3}{\sqrt{10}}i$

Câu 8. Tìm m để phương trình $z^2 - 4z + m = 0$ nhận số phức $z = 2-i$ làm nghiệm

A. $m = -5$ B. $m = 5$ C. $m = -i$ D. $m = i$

Câu 9. Cho số phức $w = 2(4-3i)$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **sai**

A. Số phức w có phần thực bằng 8, phần ảo bằng $6i$ B. Môđun của w bằng 10

C. Số phức w có phần thực bằng 8, phần ảo bằng -6 D. Số liên hợp của w là $\overline{w} = 8+6i$

Câu 10. Cho số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbf{R}$, thỏa mãn $(1-i)z = (3-4i)(1+i)$. Tính $\frac{2x+y}{|z|}$

A. $\frac{7}{5}$ B. 20 C. 1 D. $\frac{11}{5}$

Câu 11. Trên tập số phức phương trình $z^3 - 8 = 0$ có ba nghiệm z_1, z_2, z_3. Tính $z_1^2+z_2^2+z_3^2$

A. 8 B. 4 C. 2 D. 0

Câu 12. Cho các số phức z_1, z_2 khác không, thỏa mãn $z_1^2 - z_1z_2 + z_2^2 = 0$. Gọi A, B là các điểm biểu diễn tương ứng của z_1, z_2. Khi đó tam giác OAB là tam giác

A. đều B. cân C. vuông D. thường

Câu 13. Cho số phức $z=3-2\sqrt{2}i$, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ trong mặt phẳng phức

A. $A\left(3\,;-2\sqrt{2}\right)$ B. $B\left(3\,;2\sqrt{2}i\right)$ C. $C\left(2\sqrt{2}\,;3\right)$ D. $D\left(3\,;2\sqrt{2}\right)$

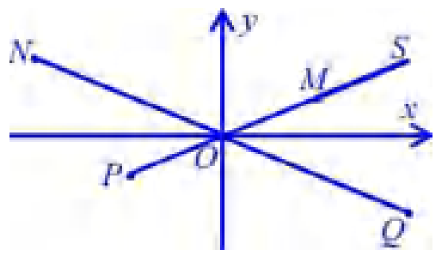
Câu 14. Tính môđun của số phức $\overline{z}-5i$ biết $z=(2-i)(3+2i)$

A. $\left|\overline{z}-5i\right|=10$ B. $\left|\overline{z}-5i\right|=2$ C. $\left|\overline{z}-5i\right|=4$ D. $\left|\overline{z}-5i\right|=4\sqrt{5}$

Câu 15. Kí hiệu z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+1=0$ Tính giá trị của $P=z_1^{2017}+z_2^{2017}+z_1^2z_2^2$

A. $P=2$ B. $P=1$ C. $P=0$ D. $P=-1$

Câu 16. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z (như hình vẽ bên). Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $\left(-2\overline{z}\right)$



A. Điểm N B. Điểm P

C. Điểm Q D. Điểm S

Câu 17. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện: $|z|=\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 18. Xét các số phức z thỏa mãn $|z+4|+|z-4|=10$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $|z-5i|$. Tính $P=\dfrac{m+M}{2}$

A. $P=5$ B. $P=\dfrac{3+\sqrt{89}}{2}$ C. $P=\dfrac{8+5\sqrt{41}}{8}$ D. $P=\dfrac{12+5\sqrt{41}}{8}$

Câu 19. Tìm tập hợp (T) các điểm M biểu diễn các số phức z sao cho $\log_{\frac{1}{2}}|z-2|>\log_{\frac{1}{2}}|z|$.

A. Miền phẳng nằm bên phải đường thẳng $x=1$

B. Đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R=1$

C. Hình vành khăn gồm các điểm giữa hai hình tròn $(O;1)$ và $(O;2)$ kể cả các điểm nằm trên đường tròn $(O;2)$; không kể các điểm nằm trên đường tròn $(O;1)$

D. Đường thẳng $x=1$.

Câu 20. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Ký hiệu $(a;b)$ là kết quả sẽ xảy ra sau khi gieo, trong đó a,b lần lượt là số chấm xuất hiện lần thứ nhất, thứ hai. Gọi A là biến cố số chấm xuất hiện trên hai lần gieo như nhau. Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố A là tập hợp con của tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện nào sau đây ?

A. $|z+2+3i|\le 12$ **B.** $|z+2+3i|=10$ **C.** $|z+2+3i|\le 13$ **D.** $|z+2+3i|\le 11$.